Nombre del Alumno: Angel Esteban Pinto Arizmendi

Nombre del tema: Súper Nota

Nombre de la Materia: Calculo

Nombre del profesor: Juan José Ojeda

Nombre de la Licenciatura: Enfermería

Semestre: 4 Semestre

LIMITES Y FUNCIONES

Límite y continuidad de funciones

Los límites describen el comportamiento de una función conforme nos acercamos a cierto valor de entrada, sin importar el valor de salida de la función. La continuidad requiere que el comportamiento de una función alrededor de un punto sea igual al valor de la función en ese punto. Para calcular límites de funciones, se pueden usar sus propiedades y manipulaciones algebraicas, y se pueden calcular límites infinitos y al infinito. La continuidad de una función se puede conocer tanto en un punto como en un intervalo.

es $f(z)=\frac{z^4-1}{z-\boldsymbol{i}}$ continua en z=$\boldsymbol{i}$??

i) $f(z_0)=\frac{\boldsymbol{i}^4-1}{\boldsymbol{i}-\boldsymbol{i}}=\frac{0}{0}=indeterminación$

ii)

$$\lim_{z\to \boldsymbol{i}}(f(z))=\lim_{z\to \boldsymbol{i}}\left(\frac{z^4-1}{z-\boldsymbol{i}}\right) \blacktriangleright \lim_{z\to \boldsymbol{i}}(f(z))=-4\cdot \boldsymbol{i}$$

Calculo del límite de una función

El límite de una función es un concepto que nos permite estudiar el comportamiento de una función cuando la variable se acerca a un valor determinado o al infinito. El límite de una función no depende del valor de la función en ese punto, sino de los valores cercanos. Por ejemplo, la función f(x) = x/x tiene límite 1 cuando x tiende a 0, aunque f(0) no está definida. Para calcular el límite de una función se pueden usar diferentes métodos, como simplificar, factorizar, racionalizar. El límite de una función puede existir o no, y puede ser un número real, infinito o indeterminado. Cuando el límite existe, se dice que la función es continua en ese punto.

$$f'(x)=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x} \qquad \left(\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x}\right)$$

$$f'(x)=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\cancel{3}+\sqrt{x+\Delta x}-(\cancel{3}+\sqrt{x})}{\Delta x}$$

$$f'(x)=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\sqrt{x+\Delta x}-\sqrt{x}}{\Delta x}\cdot\frac{\sqrt{x+\Delta x}+\sqrt{x}}{\sqrt{x+\Delta x}+\sqrt{x}}$$

$$f'(x)=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\cancel{x}+\Delta x-\cancel{x}}{\Delta x(\sqrt{x+\Delta x}+\sqrt{x})}$$

$$f'(x)=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\cancel{\Delta x}}{\cancel{\Delta x}(\sqrt{x+\Delta x}+\sqrt{x})}=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{1}{\sqrt{x+\Delta x}+\sqrt{x}}$$

Continuidad de funciones

En palabras sencillas, una función se considera continua en un punto (x_0) si el límite en ese punto es igual al valor de la función en (x_0). Ahora, profundicemos un poco más:

Definición de continuidad en un punto:

- Decimos que una función (f(x)) es continua en (x=a) cuando se cumplen las siguientes condiciones:
- La función está definida en (x=a): (f(a)) existe.
- Existe el límite de (f(x)) cuando (x) tiende a (a), y este límite es finito: (\lim_{{x \to a}} f(x) \in \mathbb{R}).
- Los límites laterales coinciden: (\lim_{{x \to a^-}} f(x) = \lim_{{x \to a^+}} f(x)).
- Finalmente, el valor de la función en (x=a) coincide con el límite: (f(a) = \lim_{{x \to a}} f(x)).

Definición formal de continuidad en un punto:

- Formalmente, decimos que una función (f(x)) es continua en (a) cuando, para cualquier valor de (\varepsilon > 0), podemos encontrar un valor de (\delta > 0) tal que si (|x - a| < \delta), entonces (|f(x) - f(a)| < \varepsilon).
- Donde:
- (\varepsilon): Define el entorno de (f(a)) en el eje (y).
- (\delta): Define el entorno de (a) en el eje (x).