UDS

NOMBRE: CALEB DANIEL VEGA GONZALEZ

NOMBRE PROFESOR: JUAN JOSE OJEDA

TEMA: **UNIDAD II Y III**

MATERIA: **PROCESAMIENTO DIGITAL DE SEÑALES**

INGENIERIA EN SISTEMAS COMPUTACIONALES

7MO CUATRIMESTRE

2.1 - Descripción con variables de estado de sistemas de tiempo discreto**

Los sistemas de tiempo discreto son fundamentales en la teoría de control y la ingeniería de sistemas, caracterizados por sus cambios o evolución en instantes discretos, a diferencia de los sistemas de tiempo continuo que varían de forma continua. En la descripción de estos sistemas, se utilizan variables de estado para representar su comportamiento dinámico. Estas variables son parámetros que resumen el estado del sistema en un momento dado y permiten predecir su comportamiento futuro.

En un sistema de tiempo discreto, las variables de estado se definen para representar la información relevante del sistema en un instante específico. Estas variables pueden incluir valores como la carga almacenada en un condensador, la velocidad angular de un motor o la posición de un objeto en un momento dado. La representación mediante variables de estado permite modelar el sistema a través de ecuaciones de estado, que describen su evolución en función de estas variables y las entradas del sistema.

Las ecuaciones de estado para sistemas de tiempo discreto se expresan comúnmente mediante ecuaciones de diferencia, donde se relaciona el estado actual del sistema con su estado anterior y las entradas presentes. Estas ecuaciones son de la forma:

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k)$$

$$y(k) = Cx(k) + Du(k)$$

Donde $x(k)$ representa el vector de variables de estado en el tiempo k, $u(k)$ es el vector de entrada en el tiempo k, $y(k)$ es el vector de salida en el tiempo k, y A, B, C y D son matrices que describen la dinámica del sistema.

2.2 - Ecuaciones diferenciales sin derivadas de excitación**

Las ecuaciones diferenciales son expresiones matemáticas que relacionan una función desconocida con sus derivadas. En algunas ecuaciones diferenciales, la función desconocida no depende directamente de la derivada de una función externa, es decir, no contiene términos de excitación en forma de derivadas. Estas ecuaciones se caracterizan por describir sistemas donde la función desconocida evoluciona únicamente en función de sus propias derivadas.

Un ejemplo común es la ecuación diferencial homogénea de segundo orden con coeficientes constantes, como:

$$ y''(t) + ay'(t) + by(t) = 0 $$

En esta ecuación, $y(t)$ es la función desconocida, a y b son constantes, y no hay términos de $f(t)$ o $f'(t)$ que representen la excitación externa. La solución de esta ecuación se encuentra únicamente en términos de la función y sus derivadas, sin depender de una función de excitación.

2.3 - Ecuaciones diferenciales con derivadas de excitación**

En contraste con las ecuaciones sin derivadas de excitación, existen ecuaciones diferenciales en las cuales la función desconocida depende directamente de la derivada de una función externa o excitación. Estas ecuaciones modelan sistemas donde la evolución de la función desconocida está influenciada por una función externa o por su derivada.

Un ejemplo de ecuación diferencial con derivada de excitación es la ecuación de movimiento de un sistema masa-resorte-amortiguador sometido a una fuerza externa $F(t)$:

$$ m \frac{d^2x(t)}{dt^2} + c \frac{dx(t)}{dt} + kx(t) = F(t) $$

En esta ecuación, $x(t)$ representa la posición de la masa en función del tiempo, m es la masa, c es el coeficiente de amortiguamiento, k es la constante del resorte y $F(t)$ es la fuerza externa. La presencia de $F(t)$ muestra la influencia de la excitación externa en el comportamiento del sistema.

2.4 - Correlación entre funciones de transferencia y ecuaciones en el espacio de estados**

Las funciones de transferencia y las ecuaciones en el espacio de estados son dos formas diferentes de representar sistemas dinámicos. Las funciones de transferencia describen la relación entre la entrada y la salida de un sistema en el dominio de la frecuencia, mientras que las ecuaciones en el espacio de estados proporcionan una representación en el dominio del tiempo que utiliza variables de estado para describir la dinámica del sistema.

La relación entre las funciones de transferencia $G(s)$ y las ecuaciones en el espacio de estados se establece mediante la transformación de una forma a otra. Para un sistema lineal e invariante en el tiempo, la función de transferencia $G(s)$ se puede obtener a partir de las ecuaciones en el espacio de estados mediante la transformada de Laplace. Por otro lado, a partir de la función de transferencia, es posible obtener las ecuaciones en el espacio de estados mediante la descomposición en fracciones parciales.

Ambas representaciones son igualmente útiles y se utilizan en diferentes contextos. Las funciones de transferencia son convenientes para el análisis de la respuesta en frecuencia y el diseño de controladores, mientras que las ecuaciones en el espacio de estados son útiles para el análisis temporal y la implementación de algoritmos de control más complejos.

2.5 - Enfoque de la transformada de Laplace para la solución de las ecuaciones de estado**

La transformada de Laplace es una herramienta matemática poderosa que se utiliza en el análisis de sistemas dinámicos lineales e invariantes en el tiempo. En el contexto de las ecuaciones de estado, la transformada de Laplace puede emplearse para encontrar la solución de dichas ecuaciones, transformando el problema del dominio del tiempo al dominio de la frecuencia compleja s.

Al aplicar la transformada de Laplace a las ecuaciones de estado, se obtiene una representación en el dominio s que facilita la resolución del sistema. Las variables de estado transformadas y las entradas se expresan en términos de funciones de transferencia en s, lo que simplifica la manipulación algebraica y la resolución de ecuaciones algebraicas lineales en lugar de ecuaciones diferenciales.

La utilización de la transformada de Laplace para resolver ecuaciones de estado permite obtener soluciones en el dominio s que luego pueden ser invertidas para recuperar la solución en el dominio del tiempo. Este enfoque es especialmente útil en el análisis y diseño de sistemas de control, ya que proporciona una herramienta poderosa para

entender y manipular las dinámicas de sistemas lineales.

3.1 - Convergencia de la transformada z**

La transformada \(Z\) es una herramienta fundamental en el procesamiento de señales discretas. La convergencia de la transformada \(Z\) es crucial para garantizar que una señal discreta y su transformada \(Z\) estén bien definidas. La convergencia de la transformada \(Z\) depende de la región en el plano \(Z\) donde la suma de la secuencia discreta converge.

Para una secuencia discreta \(x[n]\), la transformada \(Z\) está definida por la expresión:

\[X(z) = \sum_{n=0}^{\infty} x[n]z^{-n} \]

La convergencia de esta suma depende de las propiedades de la secuencia \(x[n]\) y la región en el plano \(Z\) para la cual la suma converge. En general, se busca que la suma converja en una región específica del plano \(Z\) para garantizar la existencia y la estabilidad de la transformada \(Z\) de la señal discreta.

3.2 - Propiedades de la transformada Z**

La transformada \(Z\) tiene varias propiedades importantes que facilitan su análisis y manipulación en el dominio \(Z\). Algunas de estas propiedades son:

Linealidad: La transformada \(Z\) es lineal, lo que significa que satisface las propiedades de la adición y la multiplicación por constantes.

Desplazamiento en el tiempo: La transformada \(Z\) de una señal desplazada en el tiempo está relacionada con la transformada \(Z\) original mediante multiplicación por una potencia de \(z^{-n}\).

Modulación en frecuencia: La multiplicación en el dominio del tiempo equivale a la convolución en el dominio \(Z\).

Teorema de la convolución:La multiplicación de dos señales en el dominio \(Z\) es equivalente a la convolución de sus transformadas \(Z\) individuales.

Estas propiedades son fundamentales para analizar y manipular señales discretas mediante la transformada \(Z\), permitiendo realizar operaciones algebraicas y simplificaciones que facilitan el estudio de sistemas discretos.

3.3 - Inversión de la transformada Z

La inversión de la transformada \(Z\) es el proceso de obtener la señal original en el dominio discreto a partir de su transformada \(Z\). La inversión de la transformada \(Z\) no siempre es directa, ya que puede implicar operaciones complejas y no siempre existe una correspondencia directa entre una transformada \(Z\) y su señal original.

Existen métodos para la inversión de la transformada \(Z\), como el uso de la integral de contorno en el plano \(Z\) o la utilización de algoritmos específicos. Sin embargo, en muchos casos, la inversión exacta puede ser difícil o imposible, especialmente en presencia de singularidades en el plano \(Z\) o en casos de señales complejas.

33.4 - Aplicaciones de la transformada Z

La transformada \(Z\) tiene diversas aplicaciones en el procesamiento de señales y sistemas discretos. Algunas de las aplicaciones más comunes incluyen:

Filtrado digital: Permite el diseño y análisis de sistemas de filtrado para el procesamiento de señales discretas.

Análisis de sistemas en tiempo discreto: Facilita la representación y el análisis de sistemas de tiempo discreto mediante funciones de transferencia en el dominio \(Z\).

Procesamiento de imágenes digitales: Se utiliza en técnicas de procesamiento de imágenes para análisis y manipulación de imágenes digitales.

Comunicaciones digitales: Aplicado en la modulación, demodulación y codificación de señales en sistemas de comunicación digitales.

La transformada \(Z\) es una herramienta fundamental en el procesamiento de señales discretas y tiene una amplia gama de aplicaciones en diversas áreas, desde ingeniería de control hasta telecomunicaciones y procesamiento de imágenes.

En resumen, el estudio de estos temas proporciona una base sólida para comprender y analizar sistemas dinámicos, señales discretas y sus transformaciones, lo que resulta fundamental en áreas como la ingeniería, la electrónica, el procesamiento de señales y el control de sistemas.