ALGEBRA SUPERIOR

Nombre: **Kimberly Vanessa Sánchez López**

Tema: **ensayo, inducción matemática**

Nombre del profesor:

Juan Jose Ojeda Trujillo

Materia: **álgebra superior**

Semestre: 1

Grupo: "A”

Desarrollo del pensamiento algebraico

Introducción Pensamiento algebraico. Durante la lectura del texto el lector visualizara el concepto de Desarrollo del pensamiento algebraico; que es el poder expresar, de manera compacta deficiente, una gran variedad de ideas matemáticas inmersas tanto en la misma disciplina como en otros contextos. El álgebra es útil para abordar y analizar una gran cantidad de problemas usando propiedades de manera adecuada, y para saber comprender los principales temas de la inducción matemática.



**El principio de la inducción matemática.**

La inducción matemática es un método para demostrar que algunas afirmaciones son ciertas para

Todos los números naturales (o para todos los naturales a partir de alguno).

Consideremos la afirmación:

Todo numero mayor o igual a 7 es suma de un múltiplo de 3 y un múltiplo de 4.

¿Cómo podemos saber si la afirmación es cierta? Podemos ver que

7=1∙3+1∙4, 8=0∙3+2∙4, 9 =3∙3+0∙4, 10=2∙3+1∙4, 11=1∙3+2∙4, 137=23∙3+17∙4,

Pero ver que es cierto en casos particulares no demuestra que sea siempre cierta, no importa

Cuantos casos probemos, siempre podría fallar en el siguiente.

¿Cómo podemos saber que siempre es cierta, si no podemos comprobar todos los casos porque

Nos tomaría una eternidad?

La inducción es un tipo de razonamiento lógico que permite hacer demostraciones para una

Infinidad de casos en un tiempo finito.

Una demostración por inducción tiene dos pasos:

1. La base de la inducción: Mostrar que la afirmación es cierta en el primer caso.
2. El paso de inducción: Suponer que la afirmación es cierta en un caso, y mostrar que debe

Ser cierta en el siguiente caso.

Si podemos demostrar que una afirmación es cierta en el primer caso y podemos demostrar que

Siempre que sea cierta en un caso también debe ser cierta en el caso siguiente, entonces debe ser

Cierta en todos los casos! Hay una variante del método de inducción que es equivalente al anterior pero que a veces es mas

fácil de aplicar.

Paso 1. (Base de inducción) Demostrar que la afirmación es cierta en el primer caso.

Paso 2. (Paso de inducción fuerte) Suponer que la afirmación es cierta para todos los números

menores o iguales a n y probar que entonces es cierta para el numero n+1. Demostración por inducción sobre el grado de los polinomios.

1. Base de inducción: Si p(x) es un polinomio de grado 1 entonces p(x)=ax+b para algunos

a y b con a≠0. Si p(x)=0 podemos despejar x=-b/a que es la única raíz de p(x).

Así que los polinomios de grado 1 solo tienen una raíz

2. Paso de inducción:

Hipótesis de inducción: Todos los polinomios de grado n tienen a lo mas n raíces

Por demostrar: Los polinomios de grado n+1 tienen a lo mas n+1 raíces .

Demostración. Sea q(x) un polinomio de grado n+1. Si q(x) no tiene ninguna raíz ya acabamos

porque 0<n+1. Si q(x) tiene una raíz a, entonces q(x) es divisible entre x-a. El cociente es un

polinomio p(x) tal que q(x)=(x-a)p(x) y el grado de p(x) es n. Las raíces de q(x) son las raíces de

p(x) y a y por hipótesis de inducción p(x) tiene a lo mas n raíces, así que (x) tiene a lo mas n+1

raíces.



**Sumas y productos**

Las expresiones booleanas pueden convertirse en dos formas estándar: suma de productos o productos de suma.[[6]](http://cidecame.uaeh.edu.mx/lcc/mapa/PROYECTO/libro7/referencias_bibliogrficas.html#6)  
  
**Suma de productos**  
  
Se puede decir que productos es la multiplicación booleana de variables o sus complementos. Cuando dos o más productos se suman mediante la suma booleana, la expresión se llama suma de productos.

Ejemplos:

**AB + ABC  
AB' + CD'  
A'BC + AB'C' + ABC' + ABC**

En una expresión de forma suma de productos, un el complemento no debe extenderse sobre más de una variable, sin embargo, más de una variable puede estar afectada por el complemento. Es decir, el término A'B'C' es valido, pero no el termino(ABC)'.

**Producto de sumas**

Cuando dos o más términos de suma se multiplican, la expresión resultante recibe el nombre de producto de sumas.

Ejemplos:

**(A+B')(A+B+C)**

**(A' + B + C')(C+D)**

**(A+B+C)(C'+D')(A+B)**

**Teorema de binomio**

El teorema del binomio, también llamado binomio de Newton, expresa la enésima potencia de un

Binomio como un polinomio. El desarrollo del binomio ( )

N

A + b posee singular importancia ya que

Aparece con mucha frecuencia en Matemáticas y posee diversas aplicaciones en otras áreas del

Conocimiento.

FÓRMULA GENERAL DEL BINOMIO

Sea un binomio de la forma (a +b).

Si a este binomio se le multiplica sucesivamente por si mismo se obtienen las siguientes potencias:

(a + b) = a + b

( ) ( )( )

2 222

A b a b a b a 2ab b

Veces

+ = + + = + +-

( ) ( )( )( )

3 2 2 333

A b a b a b a b a 3ª b 3ab bVeces

+ = + + + = + + +

( ) ( ) ( )

4 3 2 2 3 444

A b a b a b a 4ª b 6ª b 4ab b

Veces

+ = + ⋅⋅⋅ + = + + + + ( ) ( ) ( )

5 4 3 2 2 3 4 555

A b a b a b a 5ª b 10ª b 10ª b 5ab b

Veces+ = + ⋅⋅⋅ + = + + + + +

( ) ( ) ( )

6 5 4 2 3 3 2 4 5 66

A b a b a b a 6ª b 15ª b 20ª b 15ª b 6ab b

Veces

+ = + ⋅⋅⋅ + = + + + + + +

De lo anterior, se aprecia que:

1. El desarrollo de n

(a + b) tiene n +1 términos

1. Las potencias de a empiezan con n en el primer término y van disminuyendo en cada término,

Hasta cero en el último

1. Las potencias de b empiezan con exponente cero en el primer término y van aumentando en uno

Con cada término, hasta n en el último.

1. Para cada término la suma de los exponentes de a y b es n .

El coeficiente del primer término es uno y el del segundo es n .

1. El coeficiente de un término cualquiera es igual al producto del coeficiente del término anterior por el

Exponente de a dividido entre el número que indica el orden de ese término.

1. Los términos que equidistan de los extremos tienen coeficientes iguales

**Matrices y determínales**

El determinante de una matriz es una operación que se aplica a las matrices, pero únicamente se pueden calcular los determinantes de matrices cuadradas. Por lo tanto, el resultado del determinante de una matriz siempre será un número, no una matriz. Por ejemplo, el determinante de la siguiente matriz es igual a cero (0):

Si quieres saber cómo resolver el determinante de cualquier matriz.La principal diferencia entre las matrices y los determinantes es que una matriz es una manera de expresar datos o números, en cambio, el determinante de una matriz siempre será el resultado de una operación, es decir, un único número.

Cuales son las diferencias entre las matrices y los determinantes

Otra manera de diferenciar las matrices y los determinantes es mediante sus respectivas propiedades. Por ejemplo, multiplicar una matriz por un número es equivalente a multiplicar todos los elementos de la matriz por ese número. Por el contrario, el producto de un determinante por un escalar es igual a multiplicar tan solo una fila o una columna del determinante. Es difícil decir exactamente cuándo y dónde se inventaron las matrices y los determinantes, ya que se usan desde hace mucho tiempo. Sin embargo, seguramente el origen de las matrices se encuentra en China hacia el año 650 a.C., donde se utilizaban las matrices para estudiar los cuadrados mágicos. Las matrices y los determinantes tienen muchas aplicaciones reales y, por eso mismo, se utilizan muy a menudo en la actualidad. Las principales razones por las que se usan las matrices son: para resolver problemas, para relacionar datos entre sí, y para hacer cálculos vectoriales.

**Concepto de matriz**

Las matrices son un **conjunto bidimensional de números o símbolos** distribuidos de forma rectangular, en líneas verticales y horizontales, de manera que **sus elementos se organizan en filas y columnas.** Sirven para **describir sistemas de ecuaciones lineales o diferenciales,**así como para representar una aplicación lineal.

Toda matriz se representa por medio de una **letra mayúscula,** y sus elementos se reúnen entre dos paréntesis o corchetes, en letra minúscula. A su vez, tienen doble superíndice: el primero hace referencia a la fila y el segundo a la columna a la que pertenece.

Esta expresión matemática puede sumarse, multiplicarse y descomponerse, por lo que **su uso es común en el**[**álgebra lineal**](https://www.ferrovial.com/es/stem/algebra-lineal/)**.**

Algunos de los conceptos necesarios para completar la definición y el análisis de las matrices son:

* **Elementos:** son los números que conforman la matriz.
* **Dimensión:** se trata del resultado del número de filas por el número de columnas. Se designa la m al número de filas y n al número de columnas.
* **Anillos**: se trata de un término propio del álgebra y hace referencia al sistema formado por un conjunto de operaciones internas que responden a una serie de propiedades. Las matrices se entienden como elementos de un anillo.
* **Función:** se trata de una regla de correspondencia entre dos conjuntos en el que un elemento del primer conjunto se corresponde, exclusivamente, con un solo elemento el segundo conjunto.

**Álgebra de matriz**

Una matriz insumo-producto para una economía da, en su ja columna, las cantidades (en dólares o otra moneda apropiada) del productos de cada sector usado como insumo por sector j (en un año o otra apropiada unidad de tiempo). Da también la producción total de cada sector de la economía durante un año (llamada el vector producción cuando está escrito como una columna).

La matriz tecnología es la matriz que se obtiene dividiendo cada columna por la producción total del sector correspondiente. Su ija entrada , el ijo coeficiente tecnología, da el insumo de sector i para producir una unidad de producto del sector j. Un vector demanda es un vector columna que expresa la demanda total desde fuera la economía de los productos de cada sector. Sea A la matriz tecnología, X el vector producción, y D el vector demanda, entonces

(I – A)X = D,

O

X = (I – A)-1D.

Estas mismas ecuaciones son válidas si D es un vector que representa cambio de demanda, y X es un vector que representa cambio de producción. Las entradas en una columna de (I – A)-1 representan el cambio en producción de cada sector necesario para satisfacer una unidad de cambio de demanda en el sector que corresponde a aquella columna, tomando en cuenta todos los efectos directos y indirectos.

**Matrices especiales**

El uso de las matrices es esencial en las matemáticas, tanto que se utilizan en prácticamente todas sus disciplinas. Por esta razón, existen propiedades y teoremas para matrices con una determinada forma. Por ejemplo, el algoritmo de un ordenador que resuelve un sistema de ecuaciones puede ser mucho más eficiente si la matriz es triangular, y todavía más, si la matriz es diagonal.

En esta página vamos a numerar algunos de los tipos de matrices más importantes y algunas de sus propiedades. Algunas de las propiedades se demuestran en la página: problemas teóricos de matrices.

Notación: Dada una matriz A De dimensión MXN, denotamos el elemento de la fila I Y columna J Como AI,J Ó AIJ, siendo 1≤I≤M Y 1≤J≤N. Para simplificar, escribiremos A=(AIJ).Recordad también:Una matriz de dimensión NXN

(mismo número de filas que de columnas) es una matriz cuadrada de dimensión N.Si el número de filas y el de columnas son distintos, la matriz es rectangular.

Determínate y sus propiedadesMatriz inversa

Matriz diagonal

matriz diagonal

matriz trigonal

**determinante y sus propiedades**

Cálculo de determinantes

En el manejo de determinantes se pueden establecer algunas propiedades que facilitan las operaciones de cálculo. Tales propiedades son:

1. Una matriz cuadrada con una fila o una columna en la que todos los elementos son nulos tiene un determinante igual a cero.

2. El determinante de una matriz con dos filas o dos columnas iguales es nulo.

3. Cuando dos filas o dos columnas de una matriz son proporcionales entre sí (una se puede obtener multiplicando la otra por un factor), su determinante es cero.

4. Al intercambiar dos filas o dos columnas de una matriz, su determinante cambia de signo.

5. Al multiplicar todos los elementos de una fila o una columna de una matriz por un número, el determinante de la matriz resultante es igual al de la original multiplicado por ese mismo número.

6. El determinante de una matriz triangular o una matriz diagonal es igual al producto de los elementos de su diagonal principal.

7. Cuando a una fila (o columna) de una matriz se le suma o resta una combinación lineal de otras filas (o columnas), el valor de su determinante no se altera.

## El método de Gauss

La aplicación de las propiedades de los determinantes permite obtener el valor de un determinante dado a través de su transformación en otro de igual valor. Un procedimiento particularmente interesante es el llamado **método de Gauss**

## Rango de una matriz

Dada una matriz cuadrada A de orden n, es posible considerar múltiples **simetrices** también cuadradas de orden h, siendo h £ n. El determinante de cada una de estas simetrices se dice **menor** de orden h de la matriz A.

Entonces, se llama **rango de una matriz**

**Matriz inversa**

Las matrices son una herramienta valiosa en todas las ramas de las matemáticas, pero, sobre todo, lo son cuando son matrices inversibles (es decir, con inversa). Existen muchos y diversos métodos para la obtención de la matriz inversa, cada uno de ellos con sus ventajas y desventajas.

Entre los métodos más básicos, destacan el de Gauss y el que vamos a explicar en esta página (inversa mediante adjunción). En el primero se realizan operaciones elementales fila y en el segundo se calculan determinantes.

Recordad:

Sólo tienen inversa algunas matrices cuadradas.

Una matriz tiene inversa si su determinante es distinto de 0.

Si una matriz tiene inversa, se dice que es inversible o regular. En caso contrario, se dice que es irregular o singular.

La inversa de A Se denota por A−1 Y cumple

**Conclusión**

La inducción matemática permite concluir que si el primer elemento tiene la propiedad P y n tiene la propiedad P, entonces s(n) también tiene dicha propiedad.

**Fuentes de información**

Esta información se ha concluido y se ha sacado por libros páginas web y información académica

Rudimentos de la lógica matemática

Ciencia pura

Ect.