Infografías, investigaciones y ejercicios

Nombre del Alumno: Cynthia Cristell Ugalde Oporto

Nombre del tema: Cálculo de probabilidades

Parcial: 1ero

Nombre de la Materia: Bioestadística

Nombre del profesor: René Talavera Ruz

Nombre de la Licenciatura: Enfermería

Cuatrimestre: Cuarto

LA MEDIDA DE PROBABILIDAD. ESPACIO PROBABILÍSTICO

Una función p que proyecta los subconjuntos $A \subset M$ en el intervalo [0, 1] se llama medida de probabilidad si satisface los siguientes axiomas:

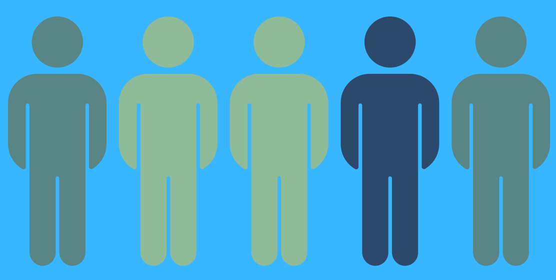
- Axioma 1: Un experimento se denomina aleatorio cuando puede dar resultados distintos al realizarse en las mismas condiciones
- Axioma 2: Para cualquier sucesión infinita, $A_1, A_2, \dots$, de subconjuntos disjuntos de M, se cumple la igualdad.

Formalmente, una medida de probabilidad se define sobre una σ-algebra del espacio muestral, que es una colección de subconjuntos que es cerrada para los operadores de unión $A \cup B$ y complementario $A = M \setminus A$ (también para intersecciones $A \cap B = A \cup B$).

UN ESPACIO PROBABILÍSTICO ESTÁ INTEGRADO POR TRES COMPONENTES

- Primero, el conjunto (llamado espacio muestral) de los posibles resultados del experimento, llamados sucesos elementales.

- Segundo, por la colección de todos los sucesos aleatorios (no solo los elementales), que es una σ-álgebra sobre. El par es lo que se conoce como un espacio de medida



- Por último, una medida de probabilidad o función de probabilidad, que asigna una probabilidad a todo suceso y que verifica los llamados axiomas de Kolmogórov

PROBABILIDAD CONDICIONADA

Miraremos la forma en que cambia la probabilidad de un suceso A cuando se sabe que otro suceso B ha ocurrido. A esta probabilidad se le denomina la probabilidad condicional del suceso dado que el suceso ha ocurrido. La notación para esta probabilidad condicional es P(A/B). Por conveniencia, esta notación se lee simplemente como la probabilidad condicional de A dado B . Entonces, sean A y B dos sucesos cualesquiera de un mismo espacio muestral E , tales que P(B)>0 , así:

$$P(A/B)=\frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

PROBABILIDAD CONDICIONAL PARA SUCESOS INDEPENDIENTES

Dos sucesos, A y B, son independientes cuando la probabilidad de que suceda A no se ve afectada porque haya sucedido o no B.

Si dos sucesos A y B son independientes, entonces $P(A \cap B)= P(A)P(B)$

Por tanto, si $P(B) \neq 0$, de la definición de probabilidad condicional resulta que:

$$P(A/B)= \frac{P(A)P(B)}{P(B)} = P(A)$$

En otras palabras, si dos sucesos A y B son independientes, entonces la probabilidad condicional de A cuando se sabe que B ha ocurrido es la misma que la probabilidad incondicional de cuando no se dispone de información sobre B . El resultado recíproco también es cierto, si:

$P(A/B)=P(A)$

Entonces los sucesos y deben ser independientes.

SUCESOS DEPENDIENTES

DOs sucesos, A y B, son dependientes cuando la probabilidad de que suceda A se ve afectada porque haya sucedido o no B

Dos sucesos A y B son dependientes si:

$P(A/B) \neq P(A)$

VARIABLE ALEATORIA. PROBABILIDAD INDUCIDA

¿QUÉ ES?

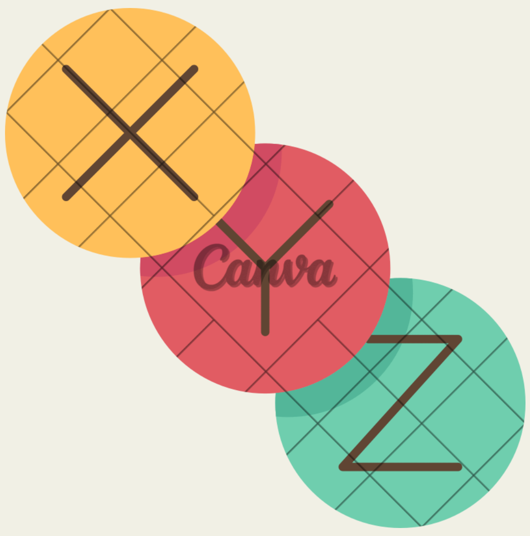
Una variable es un símbolo que actúa en las funciones, las fórmulas, los algoritmos y las proposiciones de las matemáticas y la estadística. Según sus características, las variables se clasifican de distinto modo.

VARIABLE ALEATORIA

Se denomina variable aleatoria a la función que adjudica eventos posibles a números reales, cuyos valores se miden en experimentos de tipo aleatorio. Estos valores posibles representan los resultados de experimentos que todavía no se llevaron a cabo o cantidades inciertas

Definiremos una variable aleatoria como una aplicación de Ω en el conjunto de números reales, es decir, para todo número real x, el conjunto de resultados elementales tales que la variable aleatoria toma sobre ellos valores inferiores o iguales a x ha de ser un suceso sobre el cual podamos definir una probabilidad

Dicha propiedad recibe el nombre de medibilidad y por tanto podríamos decir que una variable aleatoria es una función medible de Ω en los reales. Esta condición nos asegura que podremos calcular sin problemas, probabilidades sobre intervalos de la recta real a partir de las probabilidades de los sucesos correspondientes.



La probabilidad de que la variable aleatoria tome valores inferiores o iguales a x es igual a la probabilidad del suceso formado por el conjunto de resultados elementales sobre los que el valor de la variable es menor o igual que x.

La probabilidad obtenida de esta manera se denomina probabilidad inducida. Se puede comprobar que, a partir de la condición requerida, se pueden obtener probabilidades sobre cualquier tipo de intervalo de la recta real

Función de distribución

En la teoría de la probabilidad y en estadística, la Función de Distribución Acumulada (FDA, designada también a veces simplemente como FD) o función de probabilidad acumulada asociada a una variable aleatoria real: X (mayúscula) sujeta a cierta ley de distribución de probabilidad, es una función matemática de la variable real: x (minúscula); que describe la probabilidad de que X tenga un valor menor o igual que x.

$$p(x) \quad (x)$$

Intuitivamente, asumiendo la función f como la ley de distribución de probabilidad, la FDA sería la función con la recta real como dominio, con imagen del área hasta aquí de la función f, siendo aquí el valor x para la variable aleatoria real X.

La FDA asocia a cada valor x, la probabilidad del evento: "la variable X toma valores menores o iguales a x". El concepto de FDA puede generalizarse para modelar variables aleatorias multivariantes.

Variables aleatorias discretas y continuas

$\frac{x}{y}$

¿Qué es una variable?

Una variable aleatoria es una función que asigna un valor numérico, al resultado de un experimento aleatorio. Una variable aleatoria puede ser discreta o continua

Variable aleatoria

Una variable aleatoria es una función que asigna un valor numérico, al resultado de un experimento aleatorio. Recordemos que el resultado de un experimento aleatorio depende del azar

$Var(X)$

$f(x)$

Variable aleatoria discreta

Es aquella que puede asumir un número contable de valores. Las variables aleatorias discretas representan datos que provienen del conteo del número de elementos

Variable aleatoria continua

Es aquella que puede asumir un número incontable de valores. Las variables aleatorias continuas representan datos que provienen de mediciones, por ejemplo, tiempo, peso, longitud, etc.

$f_1, f_2, \dots$

CARACTERISTICAS DE UNA VARIABLE

- Están contenidas esencialmente en el título, el problema, el objetivo y las respectivas hipótesis de la investigación. En virtud de ello es que no se puede agregar nuevas variables de las que ya existen en los ítems mencionados.

- Son aspectos que cambian o adoptan distintos valores. Esto significa que las variables al ser medidas y observadas expresan diferencias entre los rasgos, cualidades y atributos de las unidades de análisis

- Son enunciados que expresan rasgos característicos de los problemas medibles empíricamente. Estas variables en la práctica social pueden ser medidas y observadas con instrumentos convencionales, en mérito de que contienen rasgos, propiedades y cualidades

- Son susceptibles de descomposición empírica. Dicho de otro término, que las variables pueden desagregarse en indicadores, índices, subíndices e ítems.

Esperanza de una variable aleatoria

¿Qué es?

En estadística la esperanza matemática (también llamada esperanza, valor esperado, media poblacional o media) de una variable aleatoria, es el número que formaliza la idea de valor medio de un fenómeno aleatorio

Cuando la variable aleatoria es discreta, la esperanza es igual a la suma de la probabilidad de cada posible suceso aleatorio multiplicado por el valor de dicho suceso. Por lo tanto, representa la cantidad media que se "espera" como resultado de un experimento aleatorio cuando la probabilidad de cada suceso se mantiene constante y el experimento se repite un elevado número de veces

Cabe decir que el valor que toma la esperanza matemática en algunos casos puede no ser "esperado" en el sentido más general de la palabra (el valor de la esperanza puede ser improbable o incluso imposible).

La esperanza matemática de una variable aleatoria es una característica numérica que proporciona una idea de la localización de la variable aleatoria sobre la recta real. Decimos que es un parámetro de centralización o de localización.

La definición matemática de la esperanza en el caso de las variables aleatorias discretas se corresponde directamente con las interpretaciones proporcionadas en el párrafo anterior. En caso de que el recorrido sea infinito la esperanza existe si la serie resultante es absolutamente convergente, condición que no siempre se cumple

Su interpretación intuitiva o significado se corresponde con el valor medio teórico de los posibles valores que pueda tomar la variable aleatoria, o también con el centro de gravedad de los valores de la variable supuesto que cada valor tuviera una masa proporcional a la función de densidad en ellos

MOMENTOS DE UNA

variable aleatoria

Cuando la distribución de probabilidad de una variable aleatoria no es conocida, diversas características de ella pueden proporcionar una descripción general de la misma.

Entre las distintas características de una distribución ocupan un importante lugar los momentos, entre los que cabe destacar los diferentes tipos que definimos a continuación: ⊠

- Momentos no centrados
- Momentos centrados en media

Los momentos centrados se calculan, como los no centrados, teniendo en cuenta la definición de esperanza de una función de una variable aleatoria.

La varianza de una variable, si existe, es el valor medio de las dispersiones cuadráticas de los valores de la variable respecto de su media. Por este motivo, tanto la varianza como su raíz cuadrada, σX, que se denomina desviación típica, se usan, como se verá posteriormente, como medidas de la dispersión de la variable.

Funciones asociadas a una

VARIABLE ALEATORIA

Una función que asocia un número real, perfectamente definido, a cada punto muestral. A veces las variables aleatorias (v.a.) están ya implícitas en los puntos muéstrales.

La función que caracteriza las variables continuas es aquella función f positiva e integrable en los reales, tal que acumulada desde -∞ hasta un punto x, nos proporciona el valor de la función de distribución en x, F(x). Recibe el nombre de función de densidad de la variable aleatoria continua.

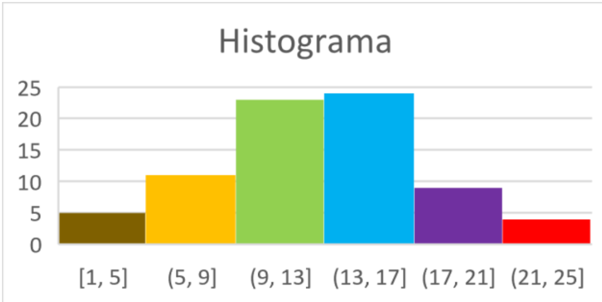
Las funciones de densidad discreta y continua tienen, por tanto, un significado análogo, ambas son las funciones que acumuladas (en forma de sumatorio en el caso discreto o en forma de integral en el caso continuo) dan como resultado la función de distribución

La diferencia entre ambas, sin embargo, es notable. La función de densidad discreta toma valores positivos únicamente en los puntos del recorrido y se interpreta como la probabilidad de la que la variable tome ese valor f(x) = P (X = x).

La función de densidad continua toma valores en el conjunto de números reales y no se interpreta como una probabilidad. No está acotada por 1, puede tomar cualquier valor positivo. Es más, en una variable continua se cumple que probabilidades definidas sobre puntos concretos siempre son nulas

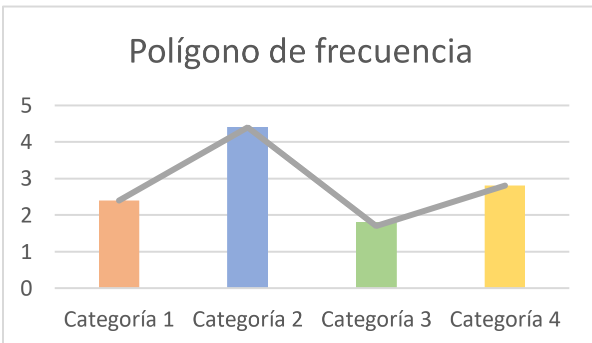
Histograma

Es una representación gráfica de una variable en forma de barras, donde la superficie de cada barra es proporcional a la frecuencia de los valores representados.



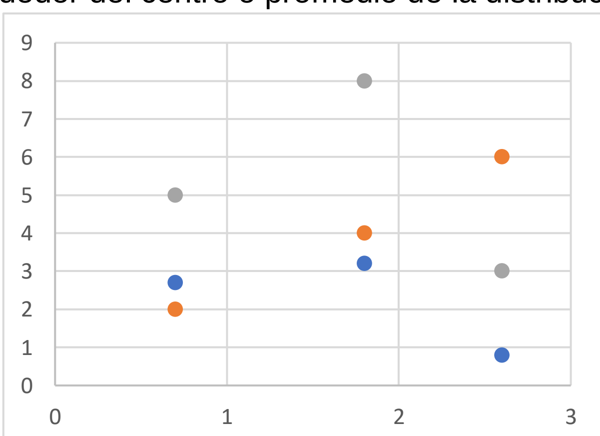
Polígono de frecuencia

Son diagramas de línea que se obtienen al unir los puntos medios del lado superior de cada rectángulo del histograma correspondiente.



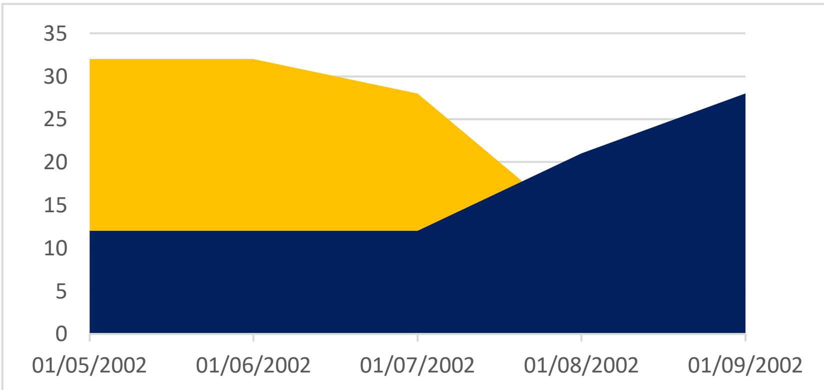
Dispersión

Se llama dispersión de los datos a la variabilidad que existe entre ellos, o dicho de otra forma, al grado en que los valores de la variable estadística tienden a extenderse alrededor del centro o promedio de la distribución.



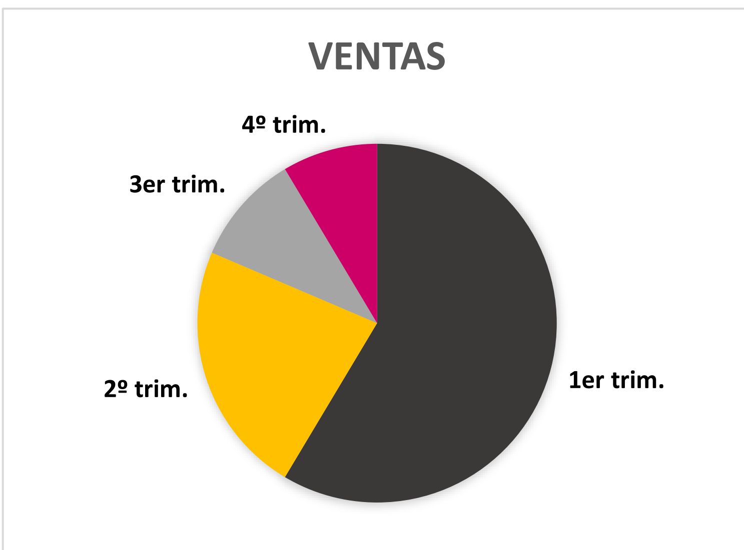
Áreas

Los gráficos de áreas, a veces llamados tablas de áreas, son similares a los gráficos de líneas en el sentido de que se usan principalmente para seguir los cambios a lo largo del tiempo.



Pastel

Una gráfica de tarta es una gráfica circular dividida en sectores, que ilustran magnitudes o frecuencias relativas. En una gráfica de tarta, el área de cada sector es proporcional a la cantidad que representa. En conjunto, los sectores crean un círculo completo.



Actividad C y D

"En la siguiente tabla se enumeran los primeros 120 casos de COVID-19 registrados en México. Los analistas de la enfermedad están interesados en conocer su distribución por intervalos de edades"

28 81 26 62 38 57 19 15 85 53 78 28 59 68 66 36 59 24 82 31 79 28 61 36 82 18 11 86 78 88 52 26 51 54 49 54 39 29 83 59 13 26 60 86 42 52 25 25 69 38 90 27 59 41 12 32 87 74 21 44 68 73 15 77 61 87 87 12 28 90 34 69 31 22 78 13 27 82 35 62 18 53 59 35 19 32 84 24 73 86 80 17 32 46 74 56 34 66 50 73 71 83 38 89 55 77 37 36

Li-Ls	Ci	fi	Fi	ni%	Ni
11-19	15	10	10	9.2592	0.0925
19-27	23	11	21	10.1851	0.1018
27-35	31	14	35	12.9629	0.1296
35-43	39	12	47	11.1111	0.1111
43-51	47	4	51	3.7037	0.0370
51-59	55	10	61	9.2592	0.0925
59-67	63	12	73	11.1111	0.1111
67-75	71	10	83	9.2592	0.0925
75-83	79	11	94	10.1851	0.1018
83-91	87	14	108	12,9629	0.1296