



## **Ensayo**

*Nombre del Alumno: Miguel ángel Pérez Montejo*

*Nombre del tema ensayo*

*Nombre de la Materia geometría analítica*

*Nombre del profesor Juan José Ojeda*

# Introducción a la Geometría Analítica

## antecedentes históricos de la geometría analítica

El nacimiento de la geometría analítica se atribuye a Descartes, por el apéndice La Geometría incluido en su Discurso del método, publicado en 1637, si bien se sabe que Pierre de Fermat conocía y utilizaba el método antes de su publicación por Descartes.

## Sistema de coordenadas cartesianas

### Para qué sirven las coordenadas

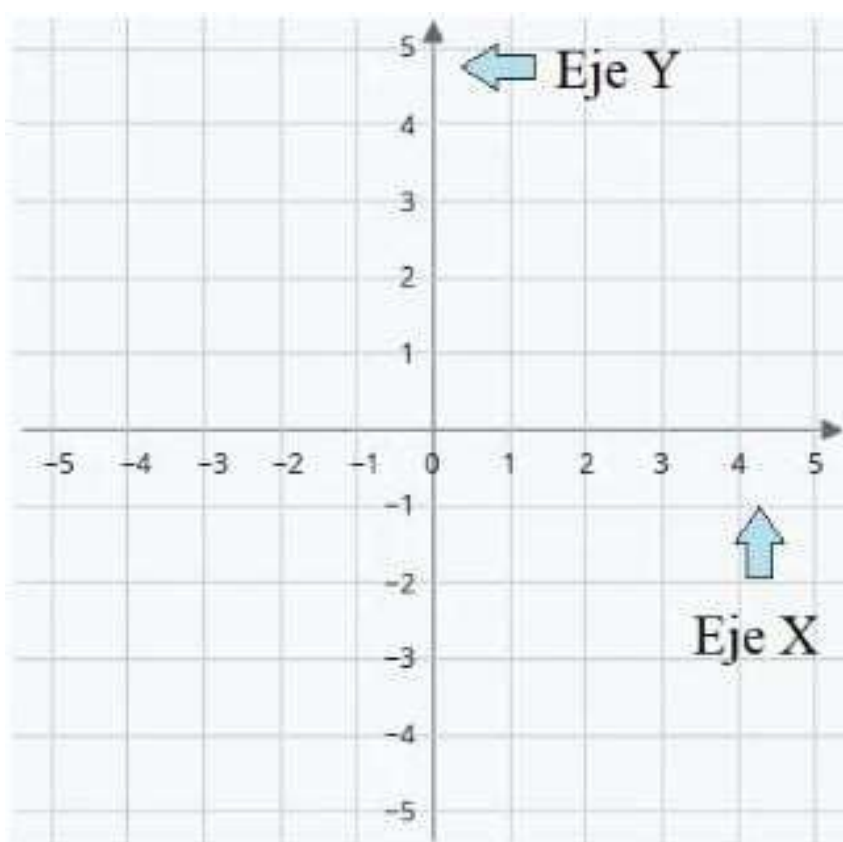
**Además de su uso en matemáticas**, la utilidad cotidiana de las coordenadas cartesianas suele ser **localizar sitios en los mapas**. Los planos suelen estar divididos en sectores con ejes horizontales y verticales. El mapa puede ser de unas pocas calles, una ciudad o del globo terráqueo entero. Así se puede saber dónde vive un amigo de tu barrio, dónde te encuentras en la visita a una ciudad o dónde está la atracción a la que quieres ir en el parque de atracciones.

Otro contexto en el que encontramos frecuentemente planos y coordenadas es cuando ponemos el GPS. Pero cuidado, el GPS no da coordenadas cartesianas aunque en la pantalla del móvil veamos un plano, la tierra es esférica y el **GPS se geolocaliza utilizando satélites sobre la superficie de la tierra**. Los valores que utiliza el GPS son los de la **latitud** (lo mucho o poco que estemos al norte o al sur del ecuador), y la **longitud** (que mide si estamos al este o al oeste del meridiano de Greenwich). Puedes consultar nuestro post sobre [qué es un ángulo y como se mide](#).

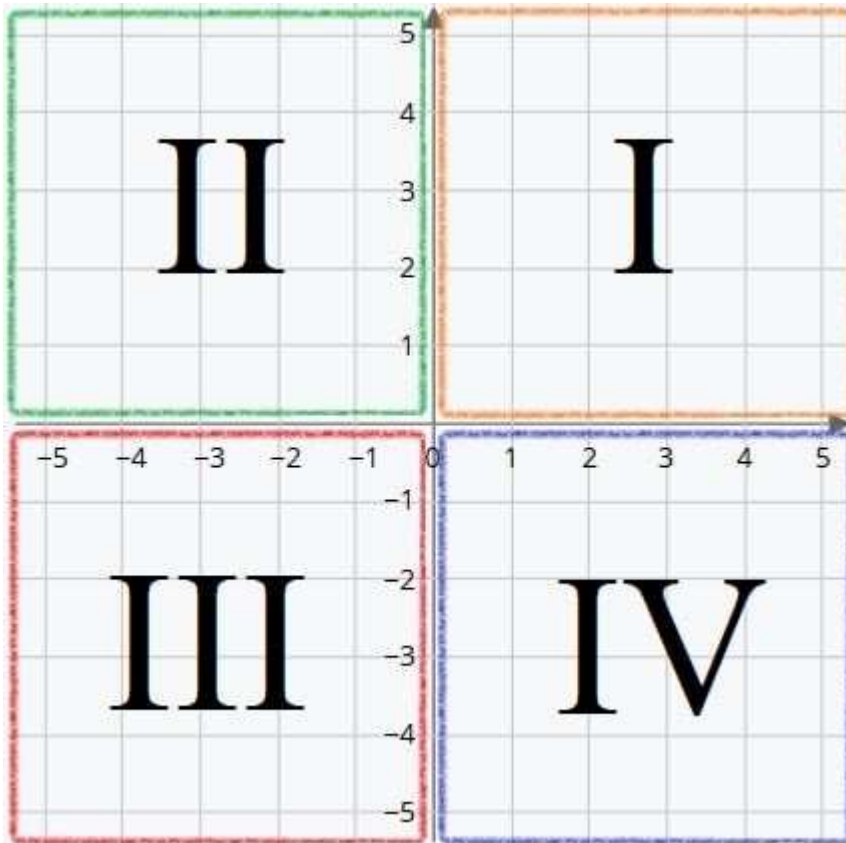
### Cuadrantes

Hasta ahora hemos considerado solo la parte del plano en el que tanto el eje X, abcisas (horizontales), como el eje Y, ordenadas (verticales) son números positivos, pero perfectamente pueden ser negativos. Si lo necesitas puedes consultar nuestra entrada sobre cómo ubicar los [diferentes números en la recta numérica](#), porque lo que tenemos cuando usamos coordenadas cartesianas no son más que dos rectas numéricas que se cortan perpendicularmente. Esto quiere decir que las coordenadas también pueden contener decimales, aunque en esta entrada para no complicar mucho las cosas, nos vamos a quedar con números enteros.

Como hemos dicho, en el sistema de coordenadas cartesianas en dos dimensiones (plano) los ejes (X e Y) se cortan perpendicularmente en el origen (O). Dividen al plano en 4 regiones:



Estas regiones se denominan **cuadrantes**. Se numeran del 1º al 4º con números romanos en sentido contrario a las agujas del reloj, tomando como punto central el origen.

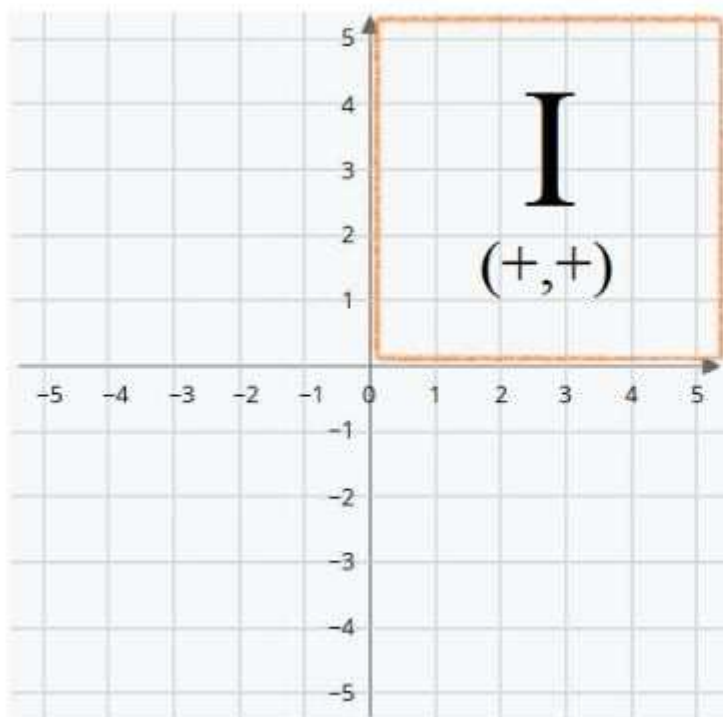


## Primer cuadrante

Hasta ahora solo conocíamos el origen 'O' y el primer cuadrante. En él las coordenadas X e Y siempre son números positivos.

- **X positiva** significa que la posición está a la derecha del origen.
- **Y positiva** que está por encima del origen.

Así que, en este cuadrante, (X,Y) son positivos. Podemos escribirlo de manera abreviada (+,+).



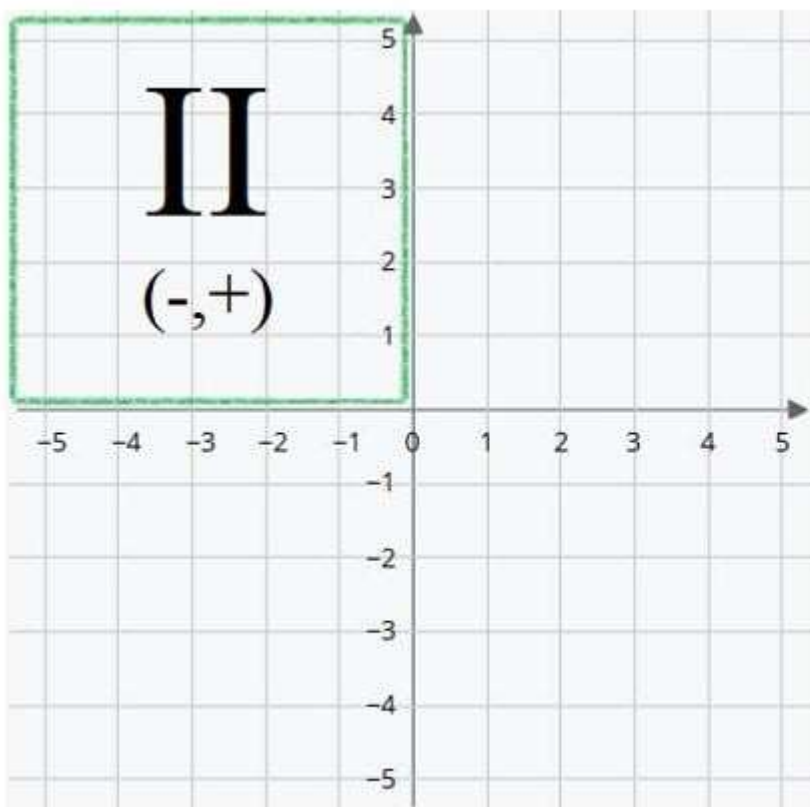
El punto amarillo está en las coordenadas **(3,3)**. Tres posiciones a la **derecha** del origen y tres hacia **arriba**.

## Segundo cuadrante

En este cuadrante aparece la primera coordenada negativa. Los valores positivos nos decían cuántas posiciones contar hacia la derecha o hacia arriba del origen, X e Y respectivamente. De la misma manera los valores negativos indican las posiciones hacia la izquierda o hacia abajo del origen de los ejes X e Y. Por ejemplo, si la coordenada X tiene el valor (-5) significa que está 5 posiciones a la izquierda del origen. Si la Y tiene valor (-1) significa que está una posición por debajo del origen.

- **X negativa** indica que la posición está a la izquierda del origen.
- **Y positiva** que está por encima del origen.

De esta manera **(X,Y)** son **(-,+)**.



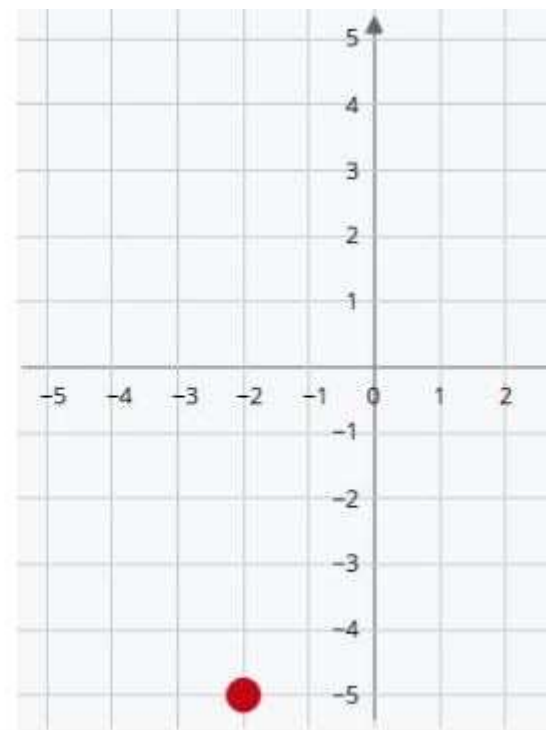
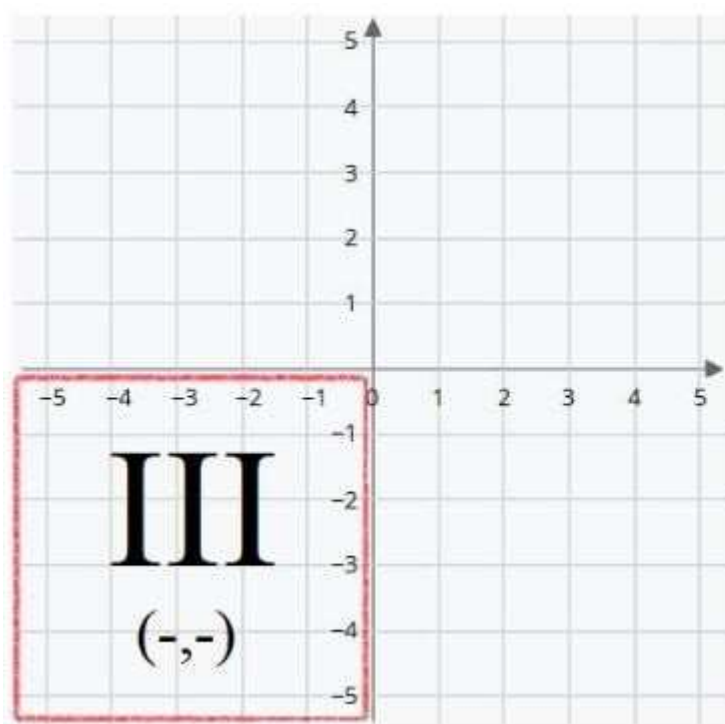
En el ejemplo, el punto verde está en las coordenadas **(-3,1)**. Tres posiciones a la **izquierda** del origen y una posición hacia **arriba**.

### Tercer cuadrante

Aquí ambos valores son negativos.

- **X negativa** indica que la posición está a la izquierda del origen.
- **Y negativa** que está por debajo del origen.

Entonces **(X,Y)** son **(-,-)**.



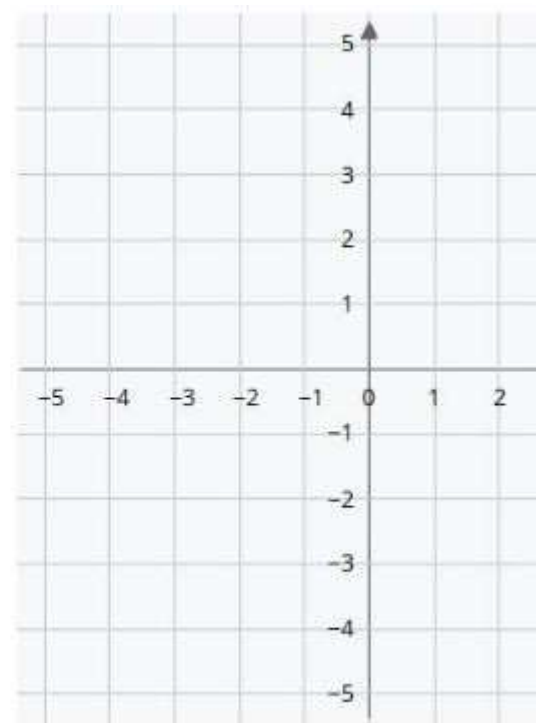
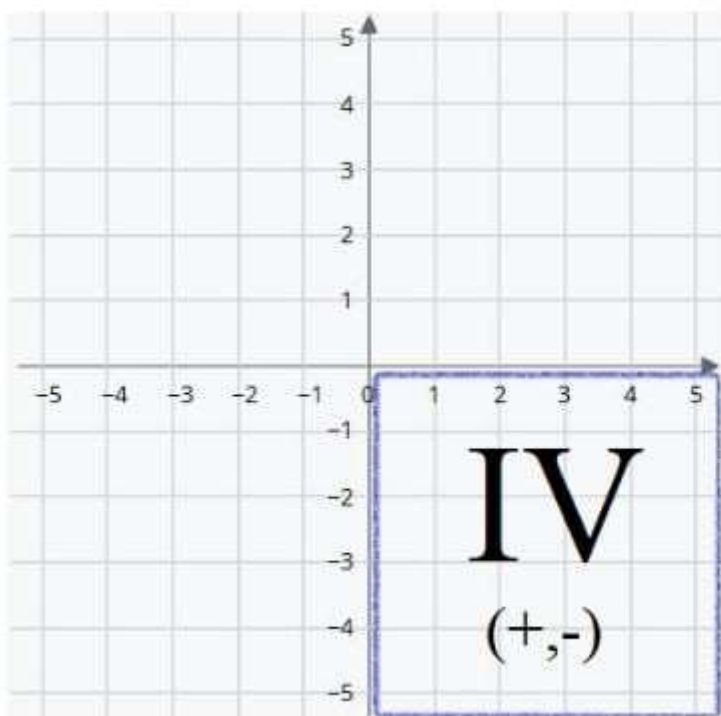
El punto rojo está en las coordenadas **(-2,-5)**. Dos posiciones a la **izquierda** del origen y cinco posiciones hacia **abajo**.

### Cuarto cuadrante

El último cuadrante está a la derecha y por debajo del origen. Los valores de X e Y serán positivo y negativo respectivamente.

- **X positiva** indica que la posición está a la derecha del origen.
- **Y negativa** que está por debajo del origen.

Por tanto **(X,Y)** son **(+,-)**.



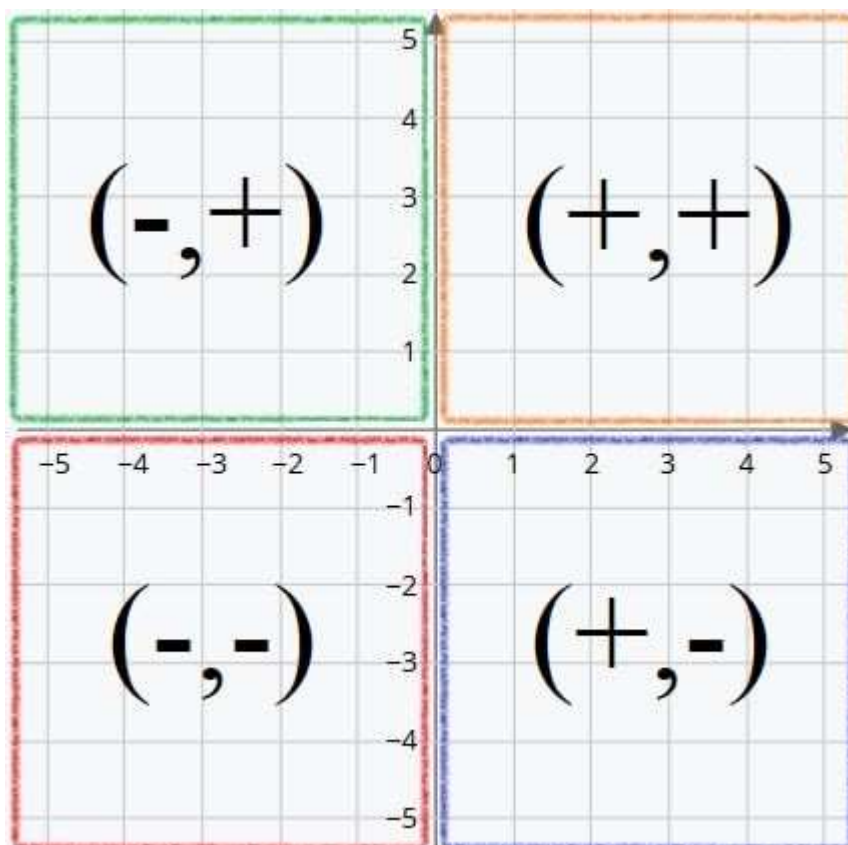
El punto azul está en las coordenadas (4,-4). Cuatro posiciones a la derecha del origen y cuatro hacia abajo.

En resumen, el valor positivo o negativo de X e Y en las coordenadas indica la posición relativa respecto al origen:

- En el **eje X**, dirección horizontal, un valor **positivo** refleja una posición a la **derecha** del origen. Y uno **negativo** a la **izquierda**.
- En el **eje Y**, dirección vertical, el valor **positivo** indica una posición por **encima** del origen. Uno **negativo** por **debajo** de él.
- Si **X** toma el valor **cero**, la posición de las coordenadas no está ni a la derecha ni a la izquierda del origen. Estaría **en algún punto del eje Y**.
- Si **Y** toma el valor **cero**, la posición de las coordenadas no está ni por encima ni por debajo del origen. Estaría **en algún punto del eje X**.
- **O**, el origen, es la **única posición** en la que **ambos valores son cero**.

Por tanto, conociendo los valores de (X,Y) podemos saber en qué cuadrante se encuentra esa posición siguiendo el siguiente esquema:





## Ejemplos de ejercicios de coordenadas que se hacen en Smartick

Un desplazamiento en coordenadas cartesianas tiene tres elementos:

1. La **posición inicial**: la coordenada en la que se comienza.
2. El **movimiento**: los desplazamientos que se realizan.
3. La **posición final**: la coordenada en la que se acaba tras el movimiento.

### Coordenadas iniciales conocidas y movimiento simple con ayuda visual en primer cuadrante

En estos ejercicios se da la posición inicial y el movimiento, que consiste en un solo desplazamiento. Sólo utilizamos el primer cuadrante y preguntamos por la posición final después de realizar el desplazamiento. Además, en los primeros pasos ofrecemos una ayuda visual. Los ejes se diferencian por colores y las coordenadas asignadas a estos ejes mantienen ese código de color. Como estos ejercicios los resuelve alumnado muy pequeño, en lugar de colocar los números sobre las líneas (y a los personajes en las

intersecciones de éstas) los colocamos en el centro de la cuadrícula, así resulta más sencillo de ver, pero el resultado es el mismo.

¿En qué posición terminará Zoe?



Zoe empieza en esta

(2, 1)

Va a hacer este movimiento



Terminará en esta

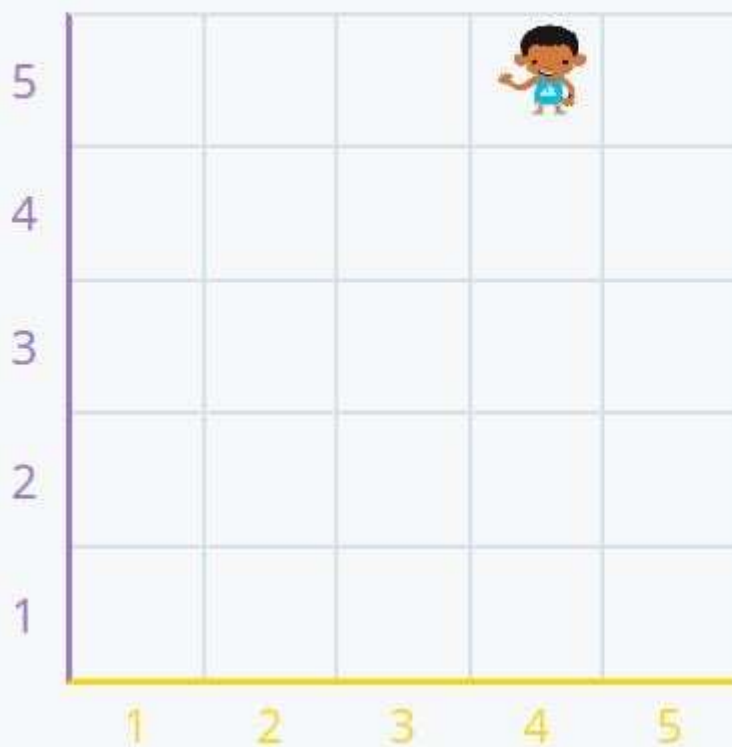
(3, 1)

En este ejemplo Zoe comienza en las coordenadas (2,1) y se desplaza una casilla hacia la derecha. Como sólo se desplaza en el eje X, sólo la coordenada X cambia. **Su posición final será (3,1).**

### Coordenadas iniciales conocidas y varios movimientos con ayuda visual en primer cuadrante

Es igual que el anterior con una diferencia: el número de desplazamientos va aumentando.

¿En qué posición terminará Max?



Max empieza en es

(4, 5)

Va a hacer este m



Terminará en esta

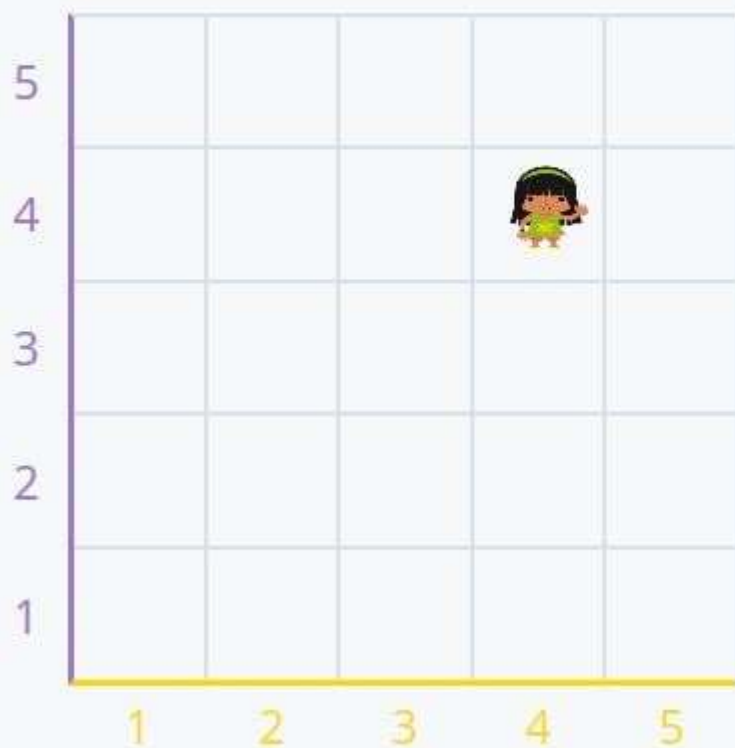
(  ,  )

Max ha comenzado en la posición (4,5). Se ha movido una vez a la izquierda y dos veces hacia abajo. Si seguimos su movimiento a lo largo de la cuadrícula vemos que la **posición final es (3,3)**.

### Coordenadas finales conocidas y movimiento con ayuda visual en primer cuadrante

Ahora, en lugar de la posición final, pedimos la posición inicial. Conociendo dónde terminan y los desplazamientos que ha realizado podemos calcularla haciendo el camino inverso.

¿En qué posición empezó Amy?



Amy empezó en es

(  ,  )

Hizo este recor



Terminó en esta

(  ,  )

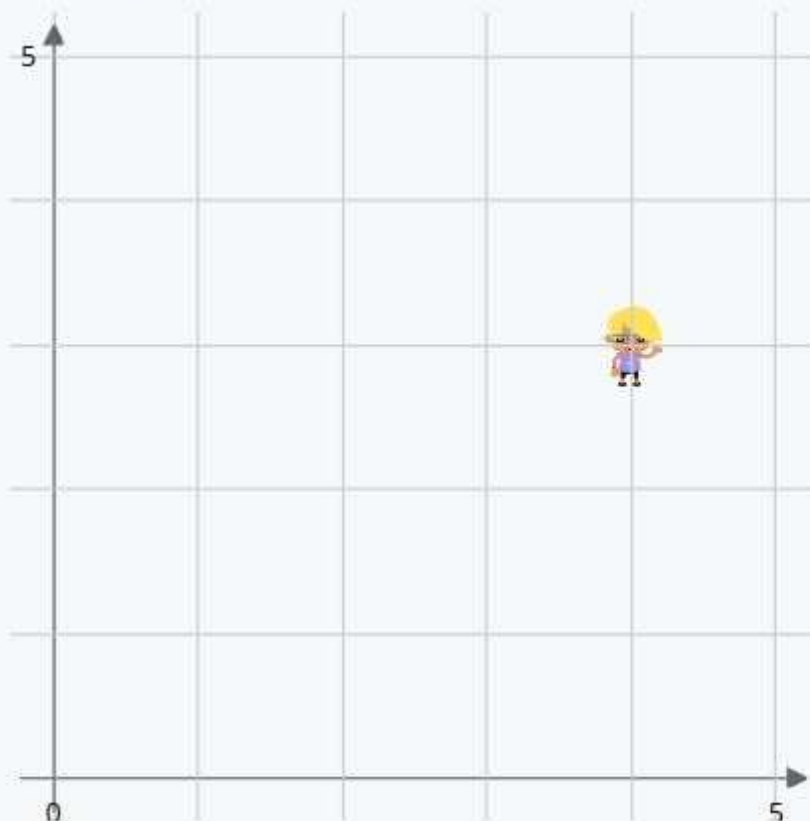
Aquí Amy se ha desplazado una vez a la derecha y ha terminado en la posición (4,4). Siguiendo su desplazamiento hacia atrás (una casilla hacia la izquierda) podemos comprobar que las **coordenadas de origen eran (3,4)**.

La dificultad irá aumentando al incrementarse el número de movimientos.

### Ayuda numérica en primer cuadrante

También preguntamos por la posición final o por la inicial, pero ya no se ofrece un apoyo de colores para la identificación de cada coordenada. Además, las coordenadas pasan a ser puntos en el plano en lugar de cuadrados. Si te fijas bien aquí en lugar de estar Eva en el centro de la cuadrícula ya está en la intersección de dos líneas.

¿En qué coordenadas terminará Eva?



Eva empieza en estas

( 4 , 3 )

Va a hacer este m

1 → 2

Terminará en estas

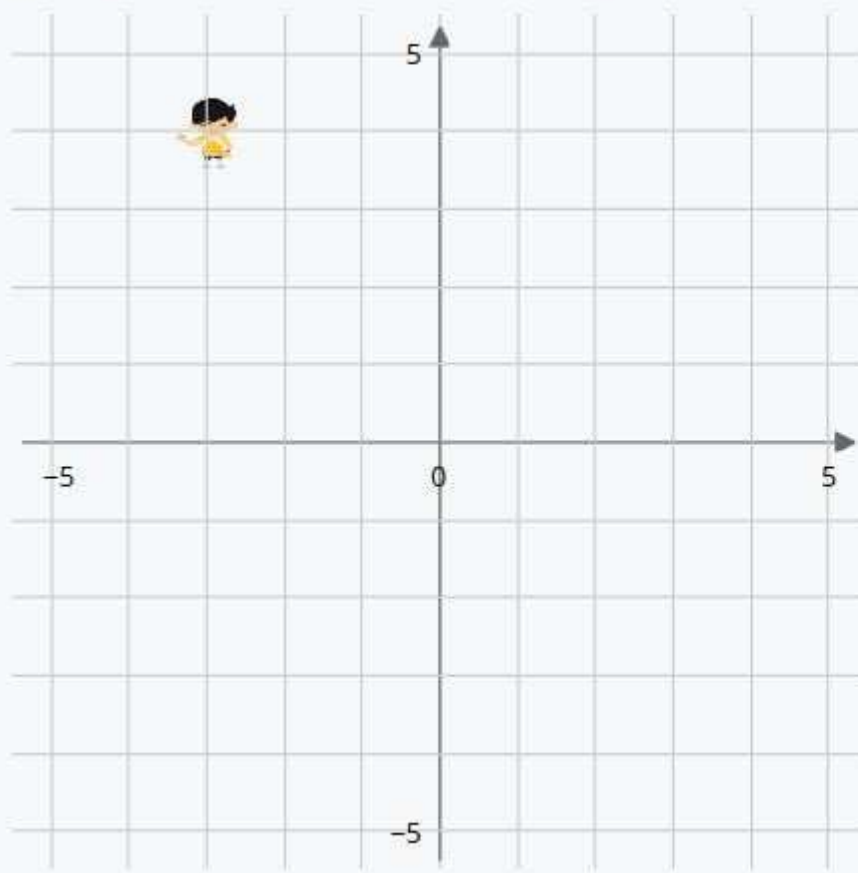
(  ,  )

Aquí Eva comienza en la posición (4,3), se mueve una vez a la derecha y dos hacia abajo. Si seguimos los desplazamientos vemos que la **posición final de Eva son las coordenadas (5,1)**.

### Todos los cuadrantes

La dinámica es la misma que en las anteriores actividades pero se añaden el resto de cuadrantes.

¿En qué coordenadas empezó Otto?



Otto empezó en esta

(  ,  )

Hizo este re

1 

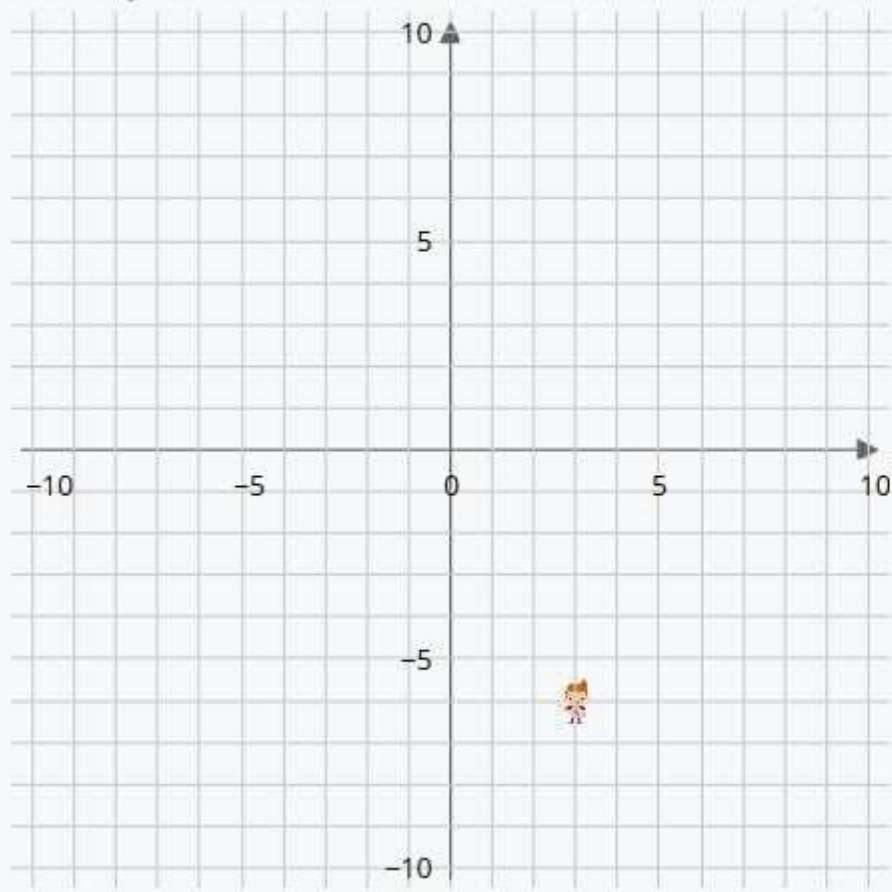
Terminó en estas

(-3, 4)

Otto se ha desplazado una vez a la derecha y dos hacia arriba. Ha terminado en el punto  $(-3,4)$ . Si seguimos su recorrido de manera inversa (una vez hacia la izquierda y dos hacia abajo) vemos que las **coordenadas de origen son  $(-4,2)$** .

Y por último aumentamos el tamaño de la cuadrícula por la que se puede mover el avatar.

¿En qué coordenadas terminará Leo?



Leo empieza en estas

$(3, -6)$

Va a hacer este m

1  1

Terminará en estas c

(  ,  )

Si Leo comienza en la posición  $(3, -6)$  y se desplaza una vez hacia la derecha y una vez hacia abajo... ¿dónde terminará?

¡Eso es! **Termina en las coordenadas  $(4, -7)$**

## Localización de un punto en el plano

Para ubicar un punto sobre el plano se toma el valor de la primera coordenada "x" sobre el eje X, y el valor de la coordenada sobre el eje Y. Se traza una línea vertical desde el corte "x" y una línea horizontal desde el corte "y". El punto quedará ubicado en la intersección de éstas líneas

## . Distancia entre dos puntos

Dados dos puntos A y B del plano, llamamos distancia de A a B al módulo del vector  $\vec{AB}$ . La distancia de A a B la expresaremos por  $d(A, B)$ . La distancia entre dos puntos es siempre un número positivo o cero, porque también lo es el módulo de cualquier vector.

## División de un segmento en una razón dada

Consideramos como el proceso de "Dividir un segmento en una razón dada" aquel el cual consiste en determinar un punto (P) el cual se encuentra dentro de un segmento dado, entre dos puntos ( $P_1$ ) y ( $P_2$ ), de tal manera que el segmento ( $P_1P$ ) dividido entre el segmento ( $PP_2$ ) da como resultado la razón.