|  |
| --- |
| Geometría y trigonometría |
| Ensayo |
| La geometría es la rama de las matemáticas que se centra en el estudio de las propiedades de las líneas, planos, ángulos, formas y las distancias y relaciones entre ellos.  |
|  |



18/03/23

Marely Concepción Jiménez Gordillo

INTRODUCCION

La asignatura de Geometría y Trigonometría es parte del área disciplinar de Matemáticas y se apoya en la asignatura de Álgebra en los temas de teoría de conjuntos, números reales, expresiones algebraicas y ecuaciones.

Esta materia contribuye a que el alumno observe, analice y reflexione sobre las propiedades del plano y del espacio. En este sentido, el alumno observa y describe los objetos, situaciones y modelos en cuanto a sus formas, dimensiones y propiedades. Esto permite en el alumno formar un pensamiento reflexivo cuando identifica propiedades y relaciones, construye y proporciona argumentos para validarlos, y finalmente establece relaciones lógicas entre ellas mediante construcciones geométricas.

El programa de Geometría y Trigonometría desarrolla de manera significativa las competencias genéricas y disciplinares, al realizar trabajos e investigaciones en equipo, al conjeturar, argumentar, interpretar y demostrar propiedades geométricas de figuras en el plano, que contribuyen a la solución de problemas concretos que aparecen en la vida cotidiana.

ANTECEDENTES HISTORICOS

La geometría (Del griego: γεωμετρία : geo = Tierra, Metria = medida). Se plantea como el ámbito de los conocimientos relativos a las relaciones espaciales. La geometría fue unos de los dos campos antecedentes a la moderna matemática, el otro campo es el estudio de los números.

Los antecedentes de la geometría clásica se centraron en la orientación y en la correcta construcción de edificios. Ahora en los tiempos modernos, los conceptos geométricos se han generalizado con un alto nivel de abstracción y complejidad, y han sido sometidos a los métodos de cálculo y álgebra abstracta, de modo que muchas modernas ramas son apenas reconocibles como las descendientes de los principios de la geometría.

ETAPAS DE LA EVOLUCION HISTORICA DE LA GEOMETRIA

A lo largo de los siglos XVI y XVII el Algebra se convirtió en un lenguaje potente que permitió abordar los problemas científicos más variados. En el siglo XVII, sobre todo por la influencia de R. Descartes (1596-1650) y de P. Fermat (167-1665), los métodos algebraicos fueron desplazando a la Geometría Euclidiana de su puesto dominante. La Geometría Analítica fue capaz de expresar la Geometría de los Elementos de Euclides en términos de ecuaciones, proporcionando a la Geometría en particular y a todas las matemáticas un lenguaje eficaz y una enorme potencia de cálculo.

La nueva Geometría apareció demandando ampliación de temas y de métodos. Descartes pedía en su Geometría (1637) que se admitieran en su seno curvas más complejas que las cónicas y que tuvieran cabida en la Geometría otras, que los antiguos geómetras llamaban curvas mecánicas, como la Espiral, la Cuadratriz y otras semejantes, que aparecieron en la Geometría al abordar los tres Problemas Clásicos, que los griegos no las consideraron curvas dignas de la Geometría y denominaron curvas mecánicas. En este sentido, Descartes propuso la utilización en Geometría de nuevos instrumentos, distintos de la regla el compás, que permitieran trazar curvas y aceptarlas en Geometría con tal que pudieran imaginarse descritas por un movimiento continuo o varios sucesivos, en los que los últimos movimientos vinieran determinados por los anteriores, para que de este modo siempre se tuviera un conocimiento exacto de su medida.

Descartes puso como ejemplo de nuevo instrumento geométrico un aparato parecido al Mesolabio de Eratóstenes, conocido como Compás de Descartes que permitía calcular raíces cuadradas, cúbicas y de orden superior con el que se podía calcular la ecuación de diferentes curvas como como x4 = a2(x2 + y2) Por su parte, P. Fermat propuso la idea de que, en el plano cartesiano, cada relación entre sus coordenadas representaba una curva, dejando establecida una clara identificación entre ecuación y curva. Fermat estudió la familia de curvas de ecuación y = xn, siendo n un número entero, positivo o negativo. A las curvas de esta familia se les llamó parábolas de Fermat (o hipérbolas si n < 0). Con estas ideas el número de curvas admitidas en la Geometría se amplió y, de las apenas diez que conocían los griegos, apareció un conjunto infinito de curvas

A lo largo del siglo XVII la Geometría Analítica siguió ampliando sus aplicaciones y mejorando sus recursos metodológicos y se puede afirmar que, en el siglo XVIII, los métodos algebraicos habían desplazado al lenguaje y al estilo de la Geometría de los Elementos de Euclides.

Además, el Cálculo Infinitesimal, con soporte algebraico, permitió estudiar nuevas curvas con sentido físico, como la braquistócrona y la isócrona, según las exigencias de la Física de Newton. La braquistócrona era la trayectoria curva que debía llevar una partícula que descendía desde un punto inicial A (del que partía con velocidad cero y sin rozamiento) bajo la acción de la gravedad hasta llegar otro punto B, para recorrerla en el mínimo tiempo. La isócrona (o tautócrona) era una curva tal que cualquier partícula situada en puntos diferentes A, B, C, D… de la misma y sometida únicamente a la acción de la gravedad invertía el mismo tiempo en llegar al punto más bajo, O. Es decir, la curva tal que el tiempo de descenso libre de la partícula hasta el punto O, era independiente de su posición inicial.

Indudablemente, la adaptación del lenguaje algebraico al espacio geométrico dio paso a que la expresión algebraica de un problema se convirtiera en el lenguaje de la Física Newtoniana, ya que el espacio de la física era el espacio euclidiano. L. Euler (1707-1783) en su Mecánica (1736-37), escribió por primera vez la Mecánica de Newton en el lenguaje del Análisis Matemático, alejándose del lenguaje geométrico de Newton y clarificando la Mecánica. Con este logró el lenguaje algebraico pasó a ser el idioma de la Geometría y de la Física.

La relación entre el Análisis Matemático y la Geometría era estrechísima desde los orígenes del Cálculo y las ideas geométricas fueron inicialmente la fuente de inspiración del Cálculo Infinitesimal. Por eso, al principio no se distinguían entre los conceptos de curva y de función de una variable. Euler, quizás inspirado en Fermat, observó la diferencia, y amplió el estudio de curvas a las superficies como función de dos variables, trabajo de G. Monge (1746-1818) continuó por esta línea.

La Geometría Analítica y el Cálculo Infinitesimal convirtieron con la poderosa herramienta de las ecuaciones diferenciales se utilizaron en Mecánica y en otras ramas de la Física y, aunque se hacían interpretaciones geométricas de las ecuaciones diferenciales y de sus soluciones, El Cálculo Infinitesimal no se había aplicado al estudio de objetos geométricos puros.

A mediados de siglo XVIII el método sintético de la Geometría estaba casi agotado y en ese momento los resultados más importantes que se produjeron en la Geometría se expresaron mediante métodos algebraicos o diferenciales. Se comenzaron a estudiar los objetos geométricos considerándolos como representaciones en el espacio de ecuaciones polinómicas (y = f(x, y) o g (x, y, z) = 0). Este punto supone el nacimiento de la Geometría Diferencial y una separación de la geometría con dibujo de figuras. (La geometría sintética volverá a aparecer con la Geometría Descriptiva y para buscar modelos de geometrías no euclidianas con la Geometría Proyectiva).

Euler en su artículo Sobre la curva más corta que une dos puntos arbitrarios de una superficie arbitraria (1732) fue el primero que publicó la ecuación diferencial una geodésica entre dos puntos de una superficie. En su obra Introduction in analysin infinitorum (1748), estudió multitud de temas de curvas y superficies mediante Cálculo Diferencial, es decir, desde el punto de vista analítico. Euler expuso en la obra un estudio sistemático de las propiedades de las curvas (representación, puntos críticos, singularidades, curvatura, etc.), también representó las curvas en el espacio en coordenadas paramétricas y realizó un estudio analítico de las curvas y superficies en el espacio.

La contribución más importante de Euler en Geometría Diferencial está en su obra Investigaciones sobre la curvatura de superficies. En este trabajo, definió la curvatura en un punto P de una superficie como el producto de las dos curvaturas principales en dicho punto (Son las curvaturas en las direcciones en las que la curvatura normal alcanza sus valores mínimo y máximo (son perpendiculares entre sí). También realizó un estudio sobre superficies desarrollables en su trabajo Sobre sólidos cuyas superficies pueden ser desarrolladas sobre un plano (1772).

Gauss (1777-1855) sintetizó los resultados de las relaciones entre el Análisis Matemático y la Geometría que había hasta entonces y las desarrolló ampliamente elaborando una teoría general sobre superficies en su obra Disquisitiones generates circa superficies curvas (1827), que es considerada como la obra maestra de la teoría de la Geometría Diferencial Clásica de superficies. La obra es el principio de la Geometría de B. Riemann (1826-1866) y de la Geometría Diferencial de variedades

Gauss partió de la base de que la Geometría estudiaba no sólo el espacio, si no que estudiaba las curvas y las superficies. Estableció la noción fundamental de curvatura de una superficie, trabajó con las líneas de geodésicas sobre una superficie y especuló con la idea de que así como las rectas eran las geodésicas del plano, las líneas de geodésicas sobre una superficie desempeñaban el mismo papel que las rectas en el plano.

También observó que existían superficies en las que la suma de los ángulos de triángulos formados por las geodésicas no era dos rectos y que una Geometría sobre esa superficie contradeciría el Quinto Postulado de Euclides y que, por lo tanto, una geometría sobre una superficie de ese tipo sería una Geometría no Euclidiana. Estas consideraciones llevaron a Gauss a concebir la posibilidad de que existieran Geometrías no Euclidianas, pero nunca publicó esos resultados. Sólo vieron la luz cuando Bolyai publicó su geometría no Euclidianas.

Con K. F. Gauss el Análisis Matemático aportó a la Geometría los métodos y los conceptos que habían ido surgiendo en la etapa en la que el Algebra, la Geometría Analítica y el Cálculo Infinitesimal que eran las herramientas primordiales de la Mecánica. Propiciando la creación de la Variable Compleja y de la Geometría Diferencial. Además, Gauss fue el primero en considerar una nueva propiedad en la Geometría: la orientación.

A comienzos del siglo XIX la Geometría recibió un potente espaldarazo, hasta el punto que se conoce como el siglo de la Geometría, ya que esta materia amplió sus contenidos y reconvirtió su estructura interna.

Desde finales del siglo XVIII, gracias al impulso de G. Monge (1746-1818) alcanzó gran importancia de la Geometría Descriptiva, que se impartía en las Escuelas Politécnicas y otros centros de enseñanza superior franceses, que se ocupaban de la formación de los ingenieros.

Monge, en su obra Aplicaciones del algebra a la geometría (1805) Aplicaciones del análisis a la geometría, introdujo importantes conceptos y utilizó de forma sistemática las ecuaciones en derivadas parciales en el estudio de las superficies.

Monge es considerado por muchos como uno de los pilares fundamentales de la gran expansión que experimentó la geometría en el siglo XIX. Ya que su labor pedagógica fue decisiva en la formación de generación de geómetras franceses, V. Poncelet (1788-1867) o P. Dupin (1784-1873) que dieron gran impulso a la Geometría Diferencial.

CONCEPTOS BASICOS DE LA GEOMETRIA PLANA

La geometría plana estudia las figuras planas, que tienen únicamente dos dimensiones: largo y ancho. Para comprender la geometría plana de manera más clara, es indispensable, comenzar por la definición de conceptos elementales hasta llegar a nociones más complejas.

Para el estudio de la geometría, es indispensable conocer el concepto intuitivo de punto, recta y plano. Estos son términos no definidos que proveen el inicio de la geometría.

Punto es el objeto fundamental en geometría, el punto representa solo posición y no tiene dimensión, es decir, largo cero, ancho cero y altura cero. Se representan por letras mayúsculas.

CONCEPTO DE PUNTO

El punto es la unidad más simple, irreductiblemente mínima, de la comunicación visual;​ es una figura geométrica sin dimensión, tampoco tiene longitud, área, volumen, ni otro ángulo dimensional.

CONCEPTO DE LINEA

Es una sucesión de infinitos puntos (no tiene principio ni fin, es decir, no tiene límites) en la que los puntos están trazados en una misma dirección. Para que sea una verdadera línea recta no podría terminar nunca, tendría que ser infinita, por la izquierda y por la derecha.

CONCEPTO DE PLANO

Está formado por un número infinito de rectas y puntos. Tiene dos dimensiones (largo y ancho), pero no tiene volumen.

PROPOSICION GEOMETRICA

El concepto proposición matemática es un enunciado de una hipótesis o suposición, y de una tesis o conclusión, que es consecuencia de la hipótesis. La proposición puede ser verdadera o falsa, pero no ambas cosas a la vez. Los Axiomas y postulados son un ejemplo muy claro de proposiciones geométricas. Existen diferentes tipos de proposiciones. Estas se denominan de una forma u otra depende de los estudios que requieren para ser proposiciones válidas.

EL AXIOMA

Un axioma es un enunciado matemático que sirve como un punto de inicio del cual otros enunciados son derivados lógicamente. Los axiomas no pueden ser derivados o probados; ellos no siguen lógicamente nada (de otra forma, serían llamados teoremas).

EL POSTULADO

Se llaman postulados a aquellas propiedades que satisfacen los elementos geométricos que se aceptan sin demostrar y que surgen de la simple observación

EL TEOREMA Y EL COROLARIO

Un teorema es una fórmula bien formada de una teoría matemática que puede probarse a partir de los axiomas y las reglas de inferencia de la teoría.

Si se afirma que todos los ángulos interiores de un cuadrado son ángulos rectos (90º) y que todos los cuadrados tienen cuatro ángulos interiores, un corolario de dichas afirmaciones es que los ángulos interiores de un cuadrado suman 360º. De los teoremas se desprenden corolarios.

LA RECTA

La recta o la línea recta es una línea que se extiende en una misma dirección; por lo tanto, tiene una sola dimensión y contiene un número infinito de puntos.

NOMENCLATURA

Los puntos suelen nombrarse mediante letras mayúsculas, y las rectas, mediante letras minúsculas. Un segmento de extremos A y B se designa por AB, y su longitud, por AB. Para un triángulo, usamos la siguiente nomenclatura: Vértices: Letras mayúsculas, A, B, C.

NOTACION

La notación es un sistema simbólico para la representación de elementos y conceptos matemáticos. Las matemáticas son un lenguaje muy preciso, y se requieren diferentes formas de descripción para distintos aspectos de la realidad.

POSTULADOS DE LA RECTA

Dos puntos distintos cualesquiera determinan un segmento de recta. Un segmento de recta se puede extender indefinidamente en una línea recta. Se puede trazar una circunferencia dados un centro y un radio cualquiera. Todos los ángulos rectos son iguales entre sí.

CONCEPTOS DERIVADOS DE LA RECTA

A partir de estos términos no definidos (punto, recta, plano y espacio) se construyen otros términos definidos y se elaboran algunas definiciones, como la siguiente. "Si un conjunto de puntos está en una recta afirmamos que los puntos son colineales."

POSICION DE DOS RECTAS EN EL PLANO

Rectas secantes: se cortan en un punto. Rectas paralelas: no se cortan nunca. Rectas coincidentes: se superponen una a la otra; es decir, son la recta misma.

ANGULO

Los ángulos son el espacio medido en grados (º) que se encuentra entre dos líneas rectas que parten de un mismo punto.

NOTACION

Un ángulo se denota usualmente con tres letras mayúsculas donde la de en medio marca el vértice y las otras dos señalan un punto en cada uno de los la- dos. Se dice, por ejemplo, “el ángulo AOB” o “el ángulo BOA”

CLASIFICACION DE LOS ANGULOS

1) Ángulo agudo: es aquel que mide más de 0° y menos de 90°.

2) Ángulo recto: es aquel que mide 90°.



3) Ángulo obtuso: es aquel que mide más de 90° y menos de 180°.



4) Ángulo extendido: es aquel que mide 180°.

5) Ángulo completo: es aquel que mide 360°.



TEOREMAS SOBRE ANGULOS

Todo circulo queda dividido en dos partes iguales por su diámetro.

Los ángulos básicos del triángulo isósceles son iguales.

Los ángulos opuestos por el vértice que forman al cortarse una recta son iguales.

Si dos triángulos son tales que dos ángulos y un lado de uno de ellos son iguales a los del otro triángulo, ambos triángulos don congruentes.

Todo ángulo inscrito en una semicircunferencia es un ángulo recto.

SISTEMA DE MEDICION DE ANGULOS

Radianes

Un radián es la unidad de medida de un ángulo con vértice en el centro de una circunferencia y cuyos lados delimitan un arco de circunferencia que tiene la misma longitud que el radio. El radián (rad) es la unidad de medida para ángulos en el Sistema Internacional de Unidades (S.I.).

Definición de radián

La relación del radián con la otra unidad de medida para ángulos más ampliamente utilizada, los grados sexagesimales o simplemente grados (º), es la siguiente:

1 vuelta completa de la circunferencia = 360º = 2 · π radianes

Para entender la anterior igualdad, se parte de saber que la medida en radianes de un ángulo (θ) medido en una circunferencia es igual a la longitud del arco que abarca dividida entre el radio de dicha circunferencia, es decir:

$\left(Radiantes\right)^{0}=\frac{Longitud del arco}{Radio}$

Por tanto, cuando se trata del ángulo correspondiente a una circunferencia completa, cuya longitud total es 2•π•r (siendo r el radio de la circunferencia) le corresponden en radianes un ángulo de:

$$\left(circunferencia completa\right)^{0}=\frac{2πr}{r}=2π radiantes$$

En el sistema sexagesimal, el ángulo que abarca la circunferencia completa mide 360º, por lo que se puede establecer la ya vista relación entre grados y radianes:

1 vuelta completa = 360º = 2 · π radianes

Otras equivalencias útiles entre grados y radianes son las siguientes:

0º = 0 rad

90º = π/2 rad

180º = π rad

 Sistema sexagesimal

El sistema sexagesimal es un sistema de unidades muy empleado cuyo fundamento es que cada unidad se divide en 60 unidades de una orden inferior, es decir, es un sistema de numeración en base 60. Se aplica en la actualidad fundamentalmente para la medida de ángulos y también en la medida del tiempo.

La unidad de medida de ángulos en el sistema sexagesimal es el grado (º), que es el resultado de dividir el ángulo llano en 180 partes iguales, o bien un ángulo recto en 90 partes, o un ángulo completo en 360 partes. A cada una de esas partes se les llama grado (º). Así, un ángulo llano mide 180º, un ángulo recto 90º y un ángulo completo 360º.

A su vez, cada grado se subdivide en otras unidades inferiores, en concreto, en sesenta partes iguales. De esta manera, cada grado se divide en 60 minutos (1º = 60´) y cada minuto, a su vez, en 60 segundos (1´ = 60´´).

• Medidas de ángulos: 1 grado (º) → 60 minutos (´) → 60 segundos (´´)

• Medidas de tiempo: 1 hora → 60 minutos (´) → 60 segundos (´´)

Por tanto, en general, un ángulo en el sistema sexagesimal vendrá expresado en grados, minutos y segundos, de la forma, por ejemplo: 38º 50´ 35´´ (38 grados, 50 minutos y 35 segundos). Si se omiten los minutos y segundos, por ejemplo, 45º, es porque se entiende que es 45º 0´ 0´´.

Cuando un ángulo se mide en grados, minutos y segundos, se dice que está expresado con medida compleja, mientras que si se expresa con una sola clase de unidades, se dice que es una medida incompleja o simple, por ejemplo:

32º → medida simple

11´´ → medida simple

52º 17´ 45´´ → medida compleja

4º 22´ → medida compleja

Para sumar grados expresados en medidas complejas, primero se colocan los grados debajo de los grados, los minutos debajo de los minutos y los segundos debajo de los segundos, y se suman, como se indica en el siguiente ejemplo de la figura:



Como se ve en el ejemplo anterior, si los segundos suman más de 60, se divide dicho número entre 60; el resto serán los segundos y el cociente se añadirá a los minutos. Se hace lo mismo para los minutos, si estos resultasen también una cantidad mayor de 60.

- Paso de una medida compleja a incompleja:

Para pasar de medidas complejas a incomplejas hay que transformar cada una de las unidades que tenemos en la que queremos obtener y posteriormente sumarlas, por ejemplo:

Pasar de la forma compleja 2º 25´ 30´´ a un simple en segundos:

1º) Se pasan los 2º a minutos: 2·60 = 120 minutos, y posteriormente a segundos: 120·60 = 7200 segundos

2º) Se pasan los 25 minutos a segundos: 25·60 = 1500 segundos

3º) Se suman todos los segundos: 7200´´ + 1500´´ + 30´´ = 8730 ´´

Por tanto, 2º 25´ 30´´ = 8730 segundos

- Pasar de unidades incomplejas a complejas:

Para pasar una medida expresada en unidades incomplejas a complejas, habrá que dividir cuando el caso sea de pasar a unidades de orden superior, o multiplicar para pasar a unidades de orden inferior, por ejemplo:



Sistema centesimal

El sistema centesimal divide una circunferencia en 400 partes iguales, o bien, un ángulo recto en 100 partes iguales, y a cada una de esas partes se le denomina grado centesimal o gradián, y se simboliza con una «g» minúscula como superíndice del número, por ejemplo 35g.

A su vez, cada grado centesimal se subdivide en unidades más pequeñas dividiéndolo en cien partes iguales, y dando lugar al minuto. Así, el minuto (m) en este sistema es la centésima parte del grado (1g = 100m) y el segundo (s) la centésima parte del minuto (1m = 100s).

De la misma manera, el segundo se divide en décimas, centésimas, milésimas,... Un ejemplo de un ángulo expresado según el sistema centesimal sería: 40g 30m 10s.

Por otro lado, el método para expresar en forma decimal un grado expresado en minutos y segundos centesimales es muy sencillo, ya que basta con colocar una coma después de los grados, así 40g 30m 10s = 40,3010g.

Y la conversión inversa, es decir, para pasar de grados centesimales en forma decimal a minutos y segundos centesimales se realiza como se indica en el siguiente ejemplo:

- Pasar 26,2547g a grados minutos y segundos centesimales

26,2547g = 26g + 0,25 · 100 + 0,0047 · 10000 = 26g + 25m + 47s

Aunque este sistema trató de ser el sustituto del sistema sexagesimal, por su facilidad de uso y mayor exactitud, al final el sistema centesimal no lo ha logrado, reservándose su uso sólo en algunas aplicaciones concretas como la topografía, construcción de carreteras o el uso artillero.

Milésima artillera

La milésima artillera o MIL ANGULAR es una unidad de medida de ángulos utilizada en el ámbito militar, principalmente en instrumentos de orientación y señalización.

La milésima artillera surge de la necesidad de aumentar la precisión en el uso de armamento cada vez más avanzado, y donde el uso de medidas angulares, como los grados sexagesimales o centesimales, no podían responder a esta necesidad debido a que son unidades de medidas demasiado grandes para las cada vez más modernas y potentes piezas de artillería. Por tanto, era necesaria una nueva y más precisa unidad de medida para los aparatos que proporcionaban los ángulos de alcance y deriva de los modernos cañones y demás armas. Nacía así la milésima artillera.

La nueva medida angular resultaba de dividir en 6400 partes iguales una circunferencia, en comparación de las sólo 360 divisiones de los grados sexagesimales o las 400 de los centesimales, y a cada una de estas partes se la denomina milésima artillera.

Por tanto, haciendo uso de la milésima artillera, un ángulo recto de 90º podía dividirse en 1600 partes iguales, por lo que se podía determinar más exactamente la posición de cualquier objetivo.

La milésima artillera, al igual que los grados sexagesimales o centesimales, es una medida angular que se puede definir también como el ángulo con el que vemos una varilla de un metro de alta a 1 Km. de distancia.

Gráficamente suele representarse con un triángulo rectángulo cuya base representa el Km de distancia y su otro cateto representa la medida de un metro. Finalmente el ángulo opuesto a dicho cateto es el que representa a la Milésima Artillera.



Como se ve en la figura anterior, una MIL es el ángulo con el que vemos los extremos de una varilla de 1 metro de longitud a 1 Km. de distancia.

CONCLUSION

La geometría, al igual que la trigonometría, son una parte fundamental en las matemáticas y en otras materias como la física o el dibujo técnico. Para empezar, la geometría es la base de cualquier forma que nos encontremos en la naturaleza o una forma imaginaria. Gracias a ella, podemos definirla, estudia, analiza y compartirla, mediante un lenguaje preciso y establecido. Además, son imprescindibles para poder llegar a trabajar con el medio físico y llegar a su comprensión mediante el estudio de dos áreas.

Estas dos disciplinas son muy importantes en la teoría y en la realidad. Es por eso que se hace tanto hincapié en la educación de las matemáticas dominar estos pilares fundamentales del lenguaje matemático. Gracias a ellas, podemos llegar a resolver infinidad de problemas, aplicar sus prácticas en la realidad y tenerla como una herramienta para utilizarla en muchas situaciones.

BIBIOGRAFIA

<https://vicmat.com>

<https://quiz.uprm.edu>

<https://www.smartick.es>

<https://www.edistribucion.es>

<https://billiken.lat>

<https://euclides.org>

<https://www.varsitytutors.com>

<https://definicion.de>

<https://soda.ustadistancia.edu.co>

<https://www.studysmarter.es>

<https://www.twinkl.com.mx>

<http://personal.cimat.mx>

<https://www.cecyt3.ipn.mx>

<https://edukativos.com>