SÚPER NOTA

Nombre del Alumno Fabián Aguilar vazquez

Nombre del tema Unidad I y II

Nombre de la Materia Matemáticas aplicadas

Nombre del profesor Darling Doilli Guzmán

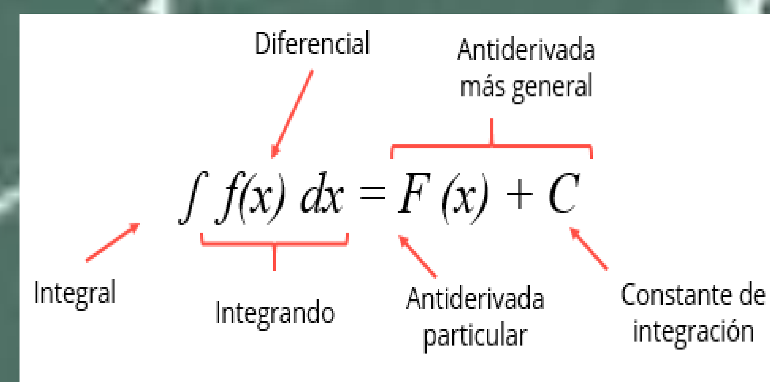
Nombre de la Licenciatura Enfermería

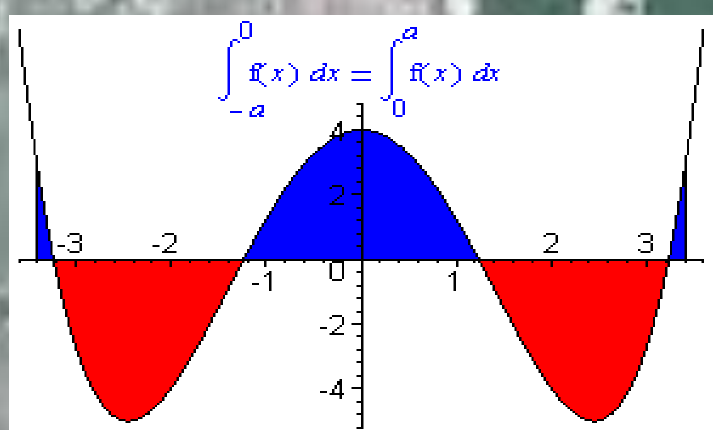
Cuatrimestre 6

INTEGRALES DEFINIDAS E INDEFINIDAS

Anti derivada e integral definida

Anti derivada: es una función matemática que se obtiene del proceso opuesto a la derivación.





Integral indefinida: es el conjunto de las infinitas primitivas que puede tener una función.

Diremos que la anti derivada como definición que una función F es una antiderivada de una función f si se tiene que F'(x) = f(x) en algún intervalo.

La integral indefinida se usa la Ecologia y Medio Ambiente se emplea para el conteo de organismos y calculo de crecimiento exponencial de bacterias y especies; asi como, en modelos ecologicos

Metodo de cambio variable

El método de sustitución esencialmente revierte la regla de la cadena para derivadas

$$\int\left(2x\sqrt{x^2+x-5}+\sqrt{x^2+x-5}\right)\cdot dx$$

$$\int\sqrt{x^2+x-5}\,(2x+1)\cdot dx$$

El método de integración por sustitución o cambio de variable se basa en la derivada de la función compuesta.

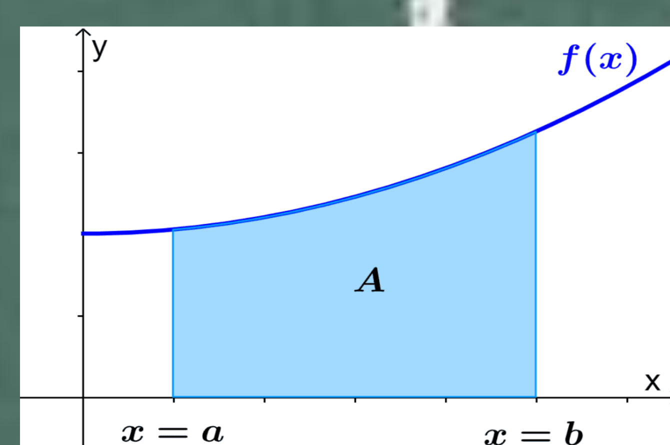
$$\int\sqrt{x^2+x-5}\,(2x+1)\cdot dx = \int\sqrt{u(x)}\,u'(x)\cdot dx$$
$$= \int(u(x))^{1/2}\,u'(x)\cdot dx$$
$$= \frac{u(x)^{3/2}}{3/2}+C$$
$$= \frac{2\,(x^2+x-5)^{3/2}}{3}+C$$

Para cambiar de variable identificamos una parte de lo que se va a integrar con una nueva variable t, de modo que se obtenga una integral más sencilla.

Área bajo una curva y sumas de reimman

MANEJO INICIAL

El área bajo la curva representa la probabilidad de que el resultado del ensayo para un caso positivo elegido aleatoriamente supere el resultado para un caso negativo elegido aleatoriamente.



SUMA DE REIMMAN

aproximación del área bajo la curva, al dividirla en varias formas simples

El procedimiento teórico nos explica que para encontrar el área de una figura irregular debemos partir la figura en un infinito número de rectángulos, entre más rectángulos tengamos más preciso sera el valor del área que obtengamos.

★ Hallar el área de la región bordeada por las gráficas de $f(x)=(x-1)^2+2, x=-1, x=2$ y el eje x mediante la búsqueda del límite de las sumas de Riemann.

SOLUCION:

Se divide [-1,2]:

$\Delta x=\frac{2-(-1)}{n}=\frac{3}{n}$; $x_i=a+i\Delta x=-1+\frac{3i}{n}$

La enésima suma de Riemann es

$$\sum_{i=1}^{n} f(x_i)\Delta x=\sum_{i=1}^{n} f\left(-1+3\frac{i}{n}\right)\frac{3}{n}=\sum_{i=1}^{n}\left[\left(-1+3\frac{i}{n}-1\right)^2+2\right]\frac{3}{n}$$
$$=\sum_{i=1}^{n}\left[\left(\frac{3i}{n}-2\right)^2+2\right]\frac{3}{n}=\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{9i^2}{n^2}-\frac{12i}{n}+4+2\right)\frac{3}{n}$$
$$=\sum_{i=1}^{n}\left(27\frac{i^2}{n^3}-\frac{36}{n^2}i+\frac{18}{n}\right)=\frac{27}{n^3}\sum_{i=1}^{n} i^2-\frac{36}{n^2}\sum_{i=1}^{n} i+\frac{18}{n}\sum_{i=1}^{n} 1$$
$$\sum_{i=1}^{n} f(x_i)\Delta x=\frac{27}{n^3}\left[\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}\right]-\frac{36}{n^2}\left[\frac{n(n+1)}{2}\right]+\frac{18}{n}(n)=9(n+1)\frac{(n+1)}{2}n^2-18\frac{(n+1)}{n}+18$$

TEOREMA FUNDAMENTAL DE CALCULO

Etablece que si podemos encontrar una antiderivada para el integrando, entonces podemos evaluar la integral definida evaluando la antiderivada en los puntos extremos del intervalo y restando.

1. $\int_0^3 (3x^2-4x+1)dx$

Solución:

$$\int_0^3 (3x^2-4x+1)dx=\int_0^3 3x^2dx-\int_0^3 4xdx+\int_0^3 dx,$$
$$\Rightarrow \int_0^3 (3x^2-4x+1)dx=3\cdot\frac{x^3}{3}-4\cdot\frac{1}{2}x^2+x\Big]_0^3=x^3-2x^2+x\Big]_0^3,$$
$$\Rightarrow \int_0^3 (3x^2-4x+1)dx=3^3-2(3)^2+3-(0^3-2(0)^2+0),$$
$$\Rightarrow \int_0^3 (3x^2-4x+1)dx=27-18+3-0;$$
$$\therefore \int_0^3 (3x^2-4x+1)dx=12.$$

Integracion de funciones especiales

¿QUÉ ES UNA FUNCION TRIGONOMETRICA INVERSA?

una función trigonométrica inversa proporciona un ángulo asociado con algún triángulo rectángulo en particular. Pero, para otros problemas, una función trigonométrica inversa es una solución para un cierto tipo de integral, y no representa la medida de un ángulo.

Supongamos que y=sen−1xa.

Entonces aseny=x.

Ahora utilicemos la diferenciación implícita. Obtenemos

ddx(aseny)acosydydxdydx===ddx(x)11acosy.

Para −π2≤y≤π2,cosy≥0.

Así, aplicando la identidad pitagórica sen2y+cos2y=1,

tenemos cosy=1−sen2y−−−−−−−−√.

Esto da

1acosy=1a1−sen2y√=1a2−a2sen2y√=1a2−x2√.

Entonces para −a≤x≤a,

y generalizando a u, tenemos

∫1a2−u2−−−−−−√du=sen−1(ua)+C.

Integrales de funciones logarítmicas y exponenciale

Las funciones exponenciales y logarítmicas se utilizan para modelar el crecimiento de la población, el crecimiento celular y el crecimiento financiero, así como la depreciación, el decaimiento radiactivo y el consumo de recursos, por nombrar solo algunas aplicaciones.

$$\int \frac{x^2}{x^3+8}dx$$

$$u = x^3 + 8 \implies u' = 3x^2$$

$$\int \frac{x^2}{x^3+8}dx = \frac{1}{3}\int \frac{3x^2}{x^3+8}dx = \frac{1}{3}ln\ (x^3+8)+c$$

Integrales de funciones hiperbólicas

MANEJO INICIAL

La integración de funciones hiperbólicas es análoga a la integración de funciones trigonométricas

2. tanh23x

Solución:

La linealización de una función f(x) en x=0 es f(x)≈f(0)+f′(0)x=f′(0)x+f(0) .

f(0)f′(0)=sinh0=e0−e−02=02=0=ddxsinh5x|||0=5cosh5x||0=5cosh0 =5⋅e0+e−02=5⋅22=5

Integrales de funciones hiperbólicas inversas

el nombre de la curva que describía la trayectoria de un peso atado a una cuerda tensa de un largo dado que era tirada por alguien en una dirección perpendicular a la posición inicial del peso. La curva está definida por la ecuación y=a sech−1(xa)−a2−x2−−−−−−−√ , y se conoce como tractriz.

$$\frac{d}{dx}\operatorname{arsinh} x = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}, \text{ para todo } x \text{ real}$$

$$\frac{d}{dx}\operatorname{arcosh} x = \frac{1}{\sqrt{x^2-1}}, \text{ para todo } x > 1 \text{ real}$$

$$\frac{d}{dx}\operatorname{artanh} x = \frac{1}{1-x^2}, \text{ para todo } |x| < 1 \text{ real}$$

$$\frac{d}{dx}\operatorname{arcoth} x = \frac{1}{1-x^2}, \text{ para todo } |x| > 1 \text{ real}$$

$$\frac{d}{dx}\operatorname{arsech} x = \frac{-1}{x\sqrt{1-x^2}}, \text{ para todo } x \in (0,1) \text{ real}$$

$$\frac{d}{dx}\operatorname{arcsch} x = \frac{-1}{|x|\sqrt{1+x^2}}, \text{ para todo } x \text{ real, excepto } 0$$

Bibliografía

Corporacion universitaria del Caribe. (2017). *Matematicas Aplicdas I.* Via Crozal: CECAR.