



Ensayo

Nombre del Alumno: MIGUEL ÁNGEL PÉREZ GORDILLO

Nombre del tema INTRODUCCIÓN AL ESTUDIO DE LAS MATEMÁTICAS ADMINISTRATIVAS Y FUNCIONES MATEMÁTICAS

Parcial I

Nombre de la Materia: MATEMÁTICAS ADMINISTRATIVAS

Nombre del profesor: EMMANUEL EDUARDO SANCHEZ

Nombre de la Licenciatura: ADMINISTRACION Y ESTRATEGIAS DE NEGOCIO

Cuatrimestre: 2

Funciones lineales (rectas)

Explicamos los conceptos básicos relacionados con las funciones lineales y resolvemos algunos problemas.

Índice:

Definición y ejemplo

Pendiente y ordenada

Gráfica

Puntos de corte con los ejes

Función a partir de dos puntos

Intersección de dos funciones

Paralelas y perpendiculares

1. Definición y ejemplo

Una función lineal es una función polinómica de primer grado. Es decir, tiene la siguiente forma

$$f(x) = m \cdot x + n$$

siendo $m \neq 0$.

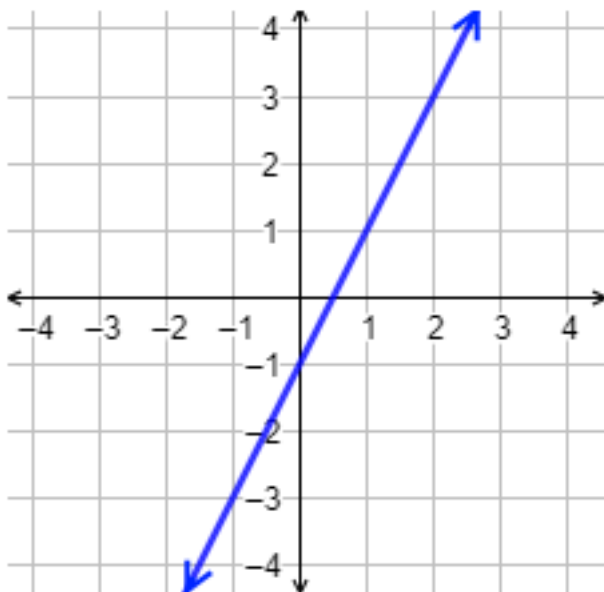
m es la pendiente de la función

n es la ordenada (en el origen) de la función

La gráfica de una función lineal es siempre una recta.

Ejemplo

$$f(x) = 2x - 1$$



La pendiente de la función es $m=2$ y la ordenada es $n=-1$.

2. Pendiente y ordenada

La pendiente es el coeficiente de la variable, es decir, m .

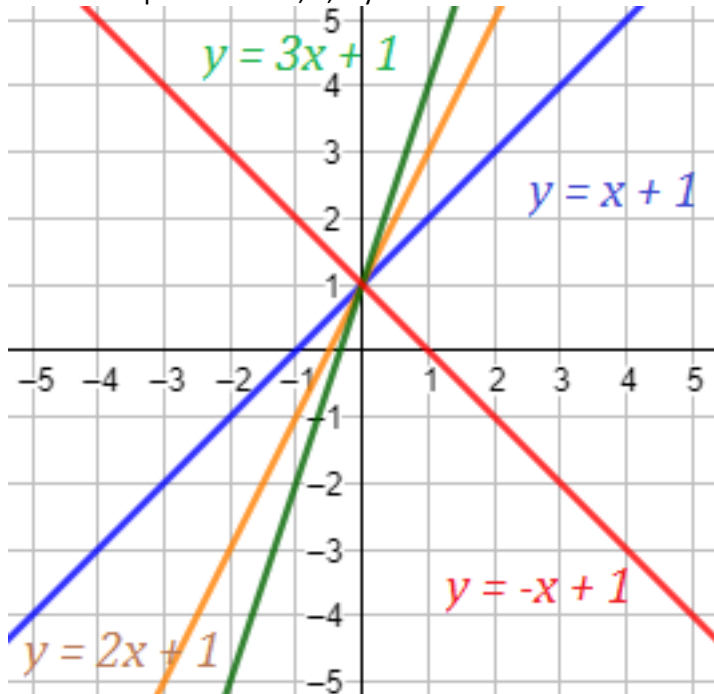
Geoméricamente, cuanto mayor es la pendiente, más inclinada es la recta. Es decir, más rápido crece la función.

Si la pendiente es positiva, la función es creciente.

Si la pendiente es negativa, la función es decreciente.

Ejemplo

Rectas con pendientes 1, 2, 3 y -1:



Observad que la recta con pendiente negativa -1 es decreciente (la roja). Las otras tres rectas son crecientes.

De las rectas crecientes, la que crece más rápidamente es la verde (pendiente 3).

3. Gráfica

Como una función lineal es una recta, para representar su gráfica sólo tenemos que trazar la recta que une dos de sus puntos. Para ello, calculamos la imagen de dos puntos cualesquiera.

La definición formal de la gráfica de la función es el conjunto de puntos siguiente:

$$\{(x, f(x))\}$$

Ejemplo

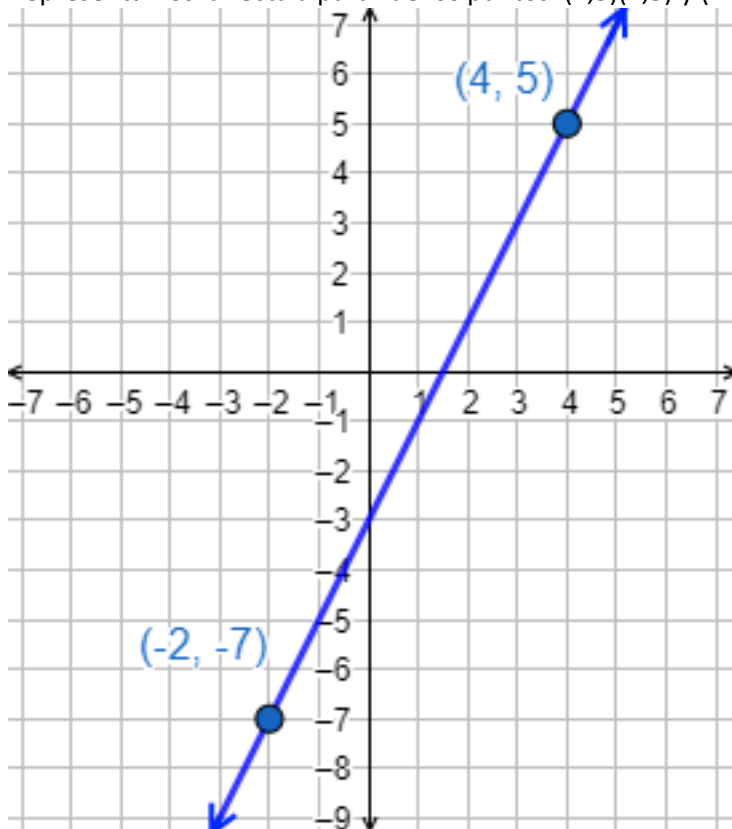
Vamos a representar la gráfica de la función

$$f(x) = 2x - 3$$

Hacemos una tabla para calcular dos puntos de la gráfica:

x	$y = 2x - 3$
4	5
-2	-7

Representamos la recta a partir de los puntos $(4,5)$ y $(-2,-7)$:



Observad que la recta corta al eje Y por debajo del eje X, esto se debe a que la ordenada es negativa ($n = -3$).

4. Puntos de corte con los ejes

Una función lineal siempre corta al eje Y en un punto. También, corta al eje X en un punto.

El punto de corte con el eje Y es el punto de la recta que tiene la primera coordenada igual a 00:

$$(0, f(0))$$

El punto de corte con el eje X es el punto de la recta que tiene 00 en la segunda coordenada. Se calcula igualando a 00 la función y resolviendo la ecuación obtenida.

Ejemplo

Calculamos los puntos de corte de la función del ejemplo anterior,

$$f(x) = 2x - 3$$

Corte con el eje Y:

$$f(0) = -3$$

Es el punto

$$(0, -3)$$

Observad que la segunda coordenada es la ordenada.

Corte con el eje X:

$$2x - 3 = 0 \rightarrow$$

$$2x = 3 \rightarrow$$

$$x = \frac{3}{2}$$

Es el punto

$$\left(\frac{3}{2}, 0\right)$$

5. Función a partir de dos puntos

Si tenemos dos puntos de la recta, podemos calcular la expresión algebraica de la función. Sólo tenemos que sustituir las coordenadas de los puntos en la forma general de la función

$$y = m \cdot x + n$$

y resolver el sistema de ecuaciones.

Ejemplo

Vamos a calcular la función lineal que pasa por los puntos (1,2)(1,2) y (2,7)(2,7).

Tenemos que hallar la pendiente, mm, y la ordenada, nn.

Primer punto

Como x=1x=1 e y=2y=2, sustituyendo,

$$2 = m \cdot 1 + n$$

Segundo punto

Como x=2x=2 e y=7y=7, sustituyendo,

$$7 = m \cdot 2 + n$$

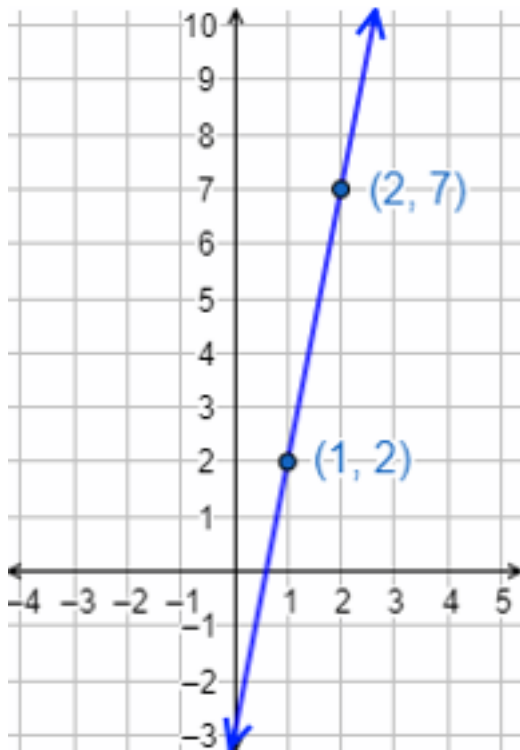
Tenemos el sistema

$$\begin{cases} m + n = 2 \\ 2m + n = 7 \end{cases}$$

Resolviendo el sistema, por ejemplo, por reducción, tenemos que m=5m=5 (con lo que n=-3n=-3).

Por tanto, se trata de la función

$$f(x) = 5x - 3$$



6. Intersección de dos funciones

Si tenemos dos funciones lineales, podemos preguntarnos si las rectas que representan se cortan y en qué punto lo hacen.

Para responder esta pregunta, sólo tenemos que igualar las dos expresiones algebraicas y resolver la ecuación.

Ejemplo

Vamos a calcular el punto de corte de las dos siguientes rectas:

$$y = 11 - x$$

$$y = 2x - 1$$

Como $y=y$, igualando,

$$11 - x = 2x - 1$$

Resolvemos la ecuación:

$$11 - x = 2x - 1$$

$$11 + 1 = 2x + x$$

$$3x = 12$$

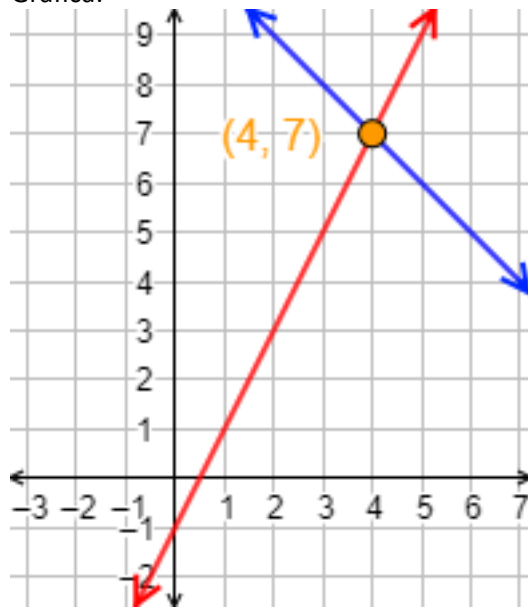
$$x = \frac{12}{3} = 4$$

La primera coordenada del punto de corte es $x=4$. La segunda coordenada la obtenemos calculando su imagen en alguna de las dos rectas:

$$y = 11 - 4 = 7$$

Por tanto, el punto de corte es $(4,7)$.

Gráfica:



7. Paralelas y perpendiculares

Dos rectas son paralelas si no se cortan en ningún punto (o si son iguales). Esto ocurre cuando tienen la misma pendiente, m .

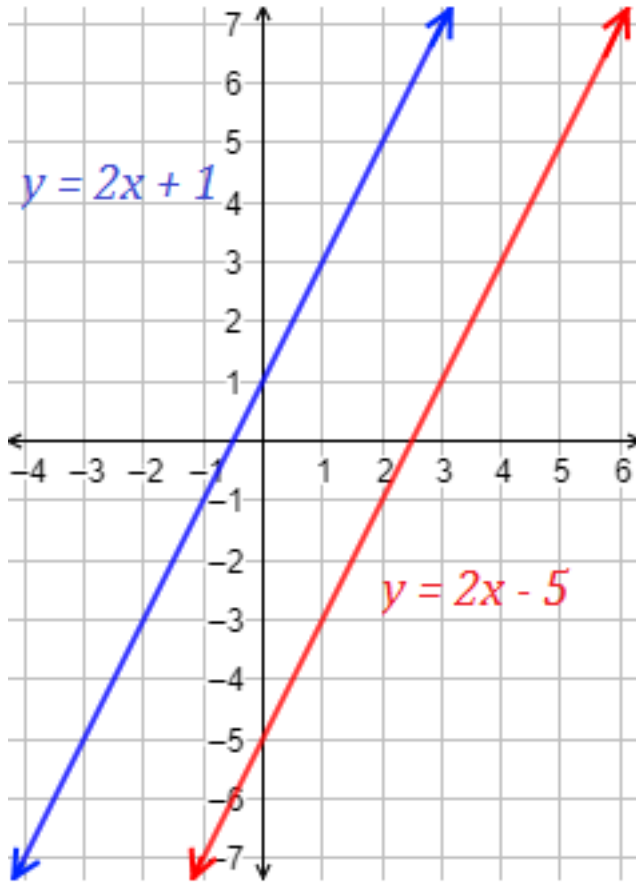
Dos rectas son perpendiculares si se cortan formando un ángulo recto (ángulo de 90°). Las rectas perpendiculares a la recta con pendiente m son las que tienen pendiente $-1/m$.

Ejemplo

Las siguientes rectas son paralelas porque tienen la misma pendiente ($m=2$):

$$y = 2x + 1$$

$$y = 2x - 5$$



Las siguientes rectas son perpendiculares porque la pendiente de la una es el opuesto del inverso de la pendiente de la otra:

$$y = 2x + 1$$

$$y = 1 - \frac{x}{2}$$

