ZIMRI ABRAHAM MORALES MONTES DE OCA

"ENSAYO"

PARCIAL 1

MATEMÁTICAS ADMINISTRATIVAS

CONTADURÍA PÚBLICA Y FINANZAS

CUATRIMESTRE 2

INTRODUCCIÓN

La gran diversidad de necesidades del ser humano, en cada uno de los ámbitos requiere emplear técnicas y métodos matemáticos que den una solución rápida y exacta. Una de las herramientas que ha tenido gran aplicación son las matrices, las cuales nos dan una solución optima a un sistema de ecuaciones lineales previamente obtenidas de un planteamiento del problema.

OPERACIONES DE MATRICES

SUMA DE MATRICES

Dadas dos o más matrices del mismo orden, el resultado de la suma es otra matriz del mismo orden cuyos elementos se obtienen como suma de los elementos colocados en el mismo lugar de las matrices sumadas.

En resumen, la suma de dos matrices se calcula sumando los elementos que ocupan la misma posición.

De manera formal:

$$A + B = (a_{i,j} + b_{i,j})$$

Ejemplos:

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 7 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 5 & 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3+4 & 1+2 \\ 2+5 & 7+7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & 3 \\ 7 & 14 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & -4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 7 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -3 & 4 \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} 3+7-1 & -1+2-2 \\ 2+3-3 & -4+1+4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 3 & 7 & -1 \\ +2 & -5 & +5 \\ +7 & -8 & +1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -7 & +2 & -5 \\ -1 & +2 & +6 \\ -4 & +3 & +2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3-7 & 7+2 & -1-5 \\ +2-1 & -5+2 & +5+6 \\ +7-4 & -8+3 & +1+2 \end{pmatrix}$$
$$= \begin{pmatrix} -4 & +9 & -6 \\ +1 & -3 & +11 \\ +3 & -5 & +3 \end{pmatrix}$$

RESTA DE MATRICES

Dadas dos o más matrices del mismo orden, el resultado de la resta es otra matriz del mismo orden cuyos elementos se obtienen como la resta de los elementos colocados en el mismo lugar de las matrices restadas.

En resumen, la resta de dos matrices se calcula restando los elementos que ocupan la misma posición.

De manera formal:

$$A - B = \left(a_{i,j} - b_{i,j}\right)$$

Ejemplos:

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 7 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 5 & 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3-4 & 1-2 \\ 2-5 & 7-7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ -3 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & -4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 7 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -3 & 4 \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} 3-7+1 & -1-2+2 \\ 2-3+3 & -4-1-4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & -1 \\ 2 & -9 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 7 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 5 & 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3-4 & 1-2 \\ 2-5 & 7-7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ -3 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & -4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 7 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -3 & 4 \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} 3-7+1 & -1-2+2 \\ 2-3+3 & -4-1-4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & -1 \\ 2 & -9 \end{pmatrix}$$

PRODUCTO DE MATRICES

El producto de matrices es quizás la operación más complicada de realizar, al menos, las primeras veces. Vamos primero a explicarlo de forma sencilla.

Supongamos que las matrices A y B son de dimensión 2×2. El resultado del producto de la matriz A y de la matriz B es la matriz de dimensión 2×2 que denotamos por AB y sus elementos son:

El elemento de la posición (1,1) de la matriz AB es el producto de la fila 1 de A y de la columna 1 de B.

El elemento de la posición (1,2) de la matriz AB es el producto de la fila 1 de A y de la columna 2 de B.

El elemento de la posición (2,1) de la matriz AB es el producto de la fila 2 de A y de la columna 1 de B.

El elemento de la posición (2,2) de la matriz AB es el producto de la fila 2 de A y de la columna 2 de B.

Este producto no es más que el producto escalar de dos vectores: vector fila por vector columna. Por ejemplo, el producto de la fila (1,2,3) y (4,5,6) es 1·4 + 2·5 + 3·6 = 32.

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 5 & 6 \end{pmatrix} =$$

$$=\begin{pmatrix} 2\cdot(-1)+0\cdot 5 & 2\cdot(-1)+0\cdot 6 \\ 1\cdot(-1)+3\cdot 5 & 1\cdot(-1)+3\cdot 6 \end{pmatrix}=$$

$$= \begin{pmatrix} -2 & -2 \\ 14 & 17 \end{pmatrix}$$

Ejemplo: producto de dos matrices de dimensión 2×2:

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 5 & 6 \end{pmatrix} =$$

$$=\begin{pmatrix} 2\cdot(-1)+0\cdot 5 & 2\cdot(-1)+0\cdot 6 \\ 1\cdot(-1)+3\cdot 5 & 1\cdot(-1)+3\cdot 6 \end{pmatrix}=$$

$$= \begin{pmatrix} -2 & -2 \\ 14 & 17 \end{pmatrix}$$

MATRIZ PARTICIONADA

Sea A una matriz de dimensión mxn, denotamos al elemento de la fila i y columna j como A(i,j), siendo i<m y j<n. Entonces, se define la matriz traspuesta de A como la matriz de dimensión nxm tal que , siendo i<m y j<n.

Propiedades de la matriz traspuesta:

- Traspuesta de la traspuesta $(A^T)^T = A$
- Traspuesta de la suma $(A+B)^T = A^T + B^T$
- Traspuesta del producto $(A \cdot B)^T = B^T \cdot A^T$
- Una matriz es igual que su traspuesta si, y sólo si, es **simétrica**
  $A \text{ simétrica } \Leftrightarrow A = A^T$
- El determinante de una matriz **regular** es igual al de su traspuesta
  $\det(A) = \det(A^T)$
- Si *A* es **regular**, su inversa es la transpuesta de su matriz adjunta (Adj(A)) entre su determinante: $A^{-1} = \dfrac{\left(Adj(A)\right)^T}{\det\,(A)}$

MATRIZ PARTICIONADA

La matriz:

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 & 7 \\ 1 & 5 & 6 & 2 \\ 3 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 3 & 6 & 7 \end{bmatrix}$$

Se puede dividir en cuatro bloques de 2 × 2:

$$\mathbf{P}_{11} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{P}_{12} = \begin{bmatrix} 2 & 7 \\ 6 & 2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{P}_{21} = \begin{bmatrix} 3 & 3 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{P}_{22} = \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 6 & 7 \end{bmatrix}.$$

La matriz particionada se puede escribir como:

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{11} & \mathbf{P}_{12} \\ \mathbf{P}_{21} & \mathbf{P}_{22} \end{bmatrix}.$$

DETERMINANTES DE MATRICES

El determinante de una matriz cuadrada es un número que se obtiene como resultado de realizar una serie de operaciones con sus elementos. De este valor se pueden deducir importantes propiedades de los elementos que lo componen. Tiene, además, muchas aplicaciones en la Geometría y el Álgebra.

Llamamos determinante de orden 1 o determinante de primer orden al valor del determinante de una matriz de dimensión 1x1.

Llamamos determinante de orden 2 o determinante de segundo orden al valor del determinante de una matriz de dimensión 2x2.

Llamamos determinante de orden 3 o determinante de tercer orden al valor del determinante de una matriz de dimensión 3x3.

MATRIZ INVERSA

La matriz inversa de A es otra matriz que representamos por A -1 y que verifica:

$$A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = I$$

La matriz inversa de $\boldsymbol{A}$ es :

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|}(Adj(A))^T$$

ECUACIONES LINEALES

Ejemplo 1:

Resuelva para n.

n + 8 = 10

La operación inversa de la suma es la resta. Así, reste 8 en ambos lados.

n + 8 – 8 = 10 – 8

n = 2

CONCLUSIÓN

Mediante el uso de las matrices se resolvió un sistema de ecuaciones lineales, además se encontró la importancia que tienen en la resolución de problemas de la vida cotidiana con lo cual se llega a dar una solución exacta para dar mejores resultados en un determinado proceso. El empleo de estas herramientas matemáticas nos da a mostrar cual tan importantes son las matemáticas en la resolución de problemas.

BIBLIOGRAFIA

Resolviendo ecuaciones lineales: Todos los tipos (varsitytutors.com)

Matriz inversa. Cálculo y aplicaciones (educarex.es)

Álgebra lineal. Gauss. Determinantes. Definició (juntadeandalucia.es)

Matriz traspuesta o transpuesta – GeoGebra

Producto de matrices – Matemáticas fáciles (ua.es)

Suma y resta de matrices | Ejercicios resueltos - Yo Soy Tu Profe (20minutos.es)