

Nombre del alumno: carlos eduardo mendez vazquez



Nombre del tema : modelos de equilibrio

Parcial : 4

Nombre de la materia: matematicas administrativas

Nombre el profesor: Emmanuel Eduardo sanchez

Nombre de la licenciatura: lic. En administracion y estrategias de negocio.

Cuatrimestre 2

Introduccion

Este trabajo explica sobre como son, que es , los modelos de equilibrio, tanto asi se va a dar a profundidad en explicarlo para que los lectores lo puedan entender sobre diversas cosas de los modelos de equilibrio, como el exceso de demanda , ¿ que es , o como se da? Si por ejemplo bajase mucho el precio de un bien, aumentaria su demanda (mas interesados sobre el mismo) y al mismo tiempo tambien desenderia la cantidad ofrecida (sería menos rentable y por lo general habria menos interesados en ofreserlo) como asi tambien se hablara sobre exceso de oferta que sera algo interesante donde se explicara ¿qué es? ¿dónde se da? ¿ porque se da ?, entre eso se hablara , tendra otros temas muy interesantes donde uno podra observar mi modo de pensar y explicar,

Modelos de equilibrio

Modelos para la determinación del precio de equilibrio de la oferta y la demanda..

Exceso de demanda

Si por ejemplo bajase mucho el precio de un bien, aumentaría su demanda (más interesados sobre el mismo) y al mismo tiempo también descendería la cantidad ofrecida (sería menos rentable y por lo tanto habría menos interesados en ofrecerlo).

Se produce entonces un exceso de demanda, es decir muchos compradores interesados en comprar y al mismo tiempo un mercado que ofrecerá menos cantidad.

En ese caso no estará equilibrado hasta que se llegue a un nuevo punto de equilibrio del mercado. Exceso de demanda es bueno con las personas de dueños de productos o bienes.

Modelo para la determinación del punto de equilibrio de las ventas y los gastos

La determinación del punto de equilibrio es uno de los elementos centrales en cualquier tipo de negocio

pues nos permite determinar el nivel de ventas necesarias para cubrir los costes totales o, en otras palabras, el nivel de ingresos que cubre los costes fijos y los costes variables. Este punto de equilibrio (o de apalancamiento cero), es una herramienta estratégica clave a la hora de determinar la solvencia de un negocio y su nivel de rentabilidad. Parte de esta importancia la daremos a conocer en el Concepto de Economía de esta semana.

Para comenzar, definiremos algunos aspectos básicos. Por Coste Fijo, denotaremos todos aquellos costes que son independientes a la operación o marcha del negocio. Aquellos costes en los que se debe incurrir independientemente de que el negocio funcione, por ejemplo alquileres, gastos fijos en agua, energía y telefonía; secretaria, vendedores, etc. Exista o no exista venta, hay siempre un coste asociado.

Por costes variables, denotaremos todo aquello que implica el funcionamiento vivo del negocio, por ejemplo, la mercadería o las materias primas. A diferencia de los costes fijos, los costes variables cambian en proporción directa con los volúmenes de producción y ventas. Para que el negocio tenga sentido, el precio de venta debe ser mayor que el precio de compra. Esta diferencia es lo que se conoce como margen de contribución.

Como muestra la gráfica, los costos fijos (CF) tienen un importe constante en el tiempo (línea horizontal) dado que los factores involucrados en este ítem se han fijado por contrato: arriendos, salarios, depreciaciones, amortizaciones, etc. El coste variable (CV), se incrementa de acuerdo a la actividad del negocio (parte desde el origen y tiene pendiente positiva). La suma de ambos costos (CF + CV) corresponde a los Costos Totales (CT). Nótese que en el origen del diagrama cartesiano, tanto las ventas totales como los costos variables son iguales a cero. Sin embargo, para ese nivel de actividad igual a cero, tenemos la existencia de los Costos Fijos.

Es de interés hacer esta distinción porque una vez iniciada la operación del negocio comienza la carrera por cubrir los costes fijos primero (alquileres, salarios) y luego los costes variables (mercadería, materias primas). En la parte izquierda de la gráfica los costes totales son mayores a los ingresos totales, de ahí que la denominemos “área deficitaria” (color naranja). Cuando los ingresos alcanzan el punto en que se cubren todos los costes (fijos y variables) se dice que se está en el punto de equilibrio. Este punto también se conoce como punto de quiebre, dado que al cruzarlo abandonamos el área deficitaria y pasamos al área de beneficios (área verde). Para obtener el Punto de Equilibrio o punto de quiebre podemos emplear las siguientes fórmulas.

Determinación del Punto de equilibrio en Valor:	
A	$\text{P.E.} \equiv \frac{\text{Costos Fijos}}{1 - \frac{\text{Costos Variables}}{\text{Ventas Totales}}}$
Determinación del Punto de Equilibrio en Volumen:	
B	$\text{P.E.} \equiv \frac{\text{Costos Fijos}}{\text{Ventas Totales} - \text{Costos Variables}}$
www.elblogsalmon.com	

Modelo para la determinación del punto de equilibrio de las ventas y los gastos

El punto de equilibrio es un indicador necesario para calcular no solo la eficiencia de las operaciones de una empresa, sino el volumen de ventas netas necesarias para que en un negocio no se gane ni se pierda.

Recordemos que el punto de equilibrio es considerado un indicador necesario para calcular no solo la eficiencia de las operaciones de una empresa, sino el volumen de ventas netas necesarias para que en un negocio no se gane ni se pierda. Con ello se puede fijar, por ejemplo, el margen de ganancia que tendrá el precio del producto o servicio ofrecido.

Gino administra Misouvenir.pe, un portal de ventas online de souvenirs tecnológicos que los oferta a S/ 50 cada uno. El manufacturar, promocionar, facturar (vía electrónica) y enviar por courier a los clientes estos souvenirs cuesta por unidad unos S/ 35 y durante el mes tiene costos fijos totales por (luz, Internet, agua, alquileres, sueldos de administrativos) gasta S/7,500. El mes pasado vendió 1,000 souvenirs con amplias expectativas de crecimiento. Calculemos el punto de equilibrio de la empresa de nuestro amigo.

- ☒ IT= Ingresos totales
- ☒ CT= Costos totales
- ☒ Pv = Precio de venta unitario
- ☒ Cv= Costo variable unitario
- ☒ CF= Costos fijos
- ☒ $X = CF / Pv - Cv =$ Punto de Equilibrio
- ☒

Para el caso de análisis

Costos Fijos

S/ 7,500

Costo variable unitario

S/ 35

Precio de venta unitario

S/ 50

Punto de equilibrio

500

Para ventas de 500 unidades al mes, la utilidad antes de intereses e impuestos debe ser igual a cero, si produce menos de 500 tiene 'pérdida operativa' y si produce y vende más

de 500 unidades va a comenzar a obtener utilidades.

Nuestro amigo Gino reporta ventas de 1,000 souvenirs al mes, por lo que sus ingresos ascienden a S/ 50,000 (1,000 souvenir x S/ 50), pero sus costos totales ascienden a S/ 42,500 (S/ 35x1,000 + S/ 7,500), es decir obtendría una utilidad operativa antes de impuestos y pago de intereses de deudas de S/ 7,500.

Ingresos Totales = $Pv(X) = 1,000 \text{ souvenir} \times S/ 50 = S/ 50,000$

Costos totales = $Cv(X) + CF = S/ 35 \times 1,000 + S/ 7,500 = S/ 42,500$

Utilidad operativa = $IT - CT = S/ 50,000 - S/ 42,500 = S/ 7,500$

Llegó la competencia

Como el negocio es tan bueno, la competencia no tardó en llegar al segmento donde operaba tranquilamente Gino. Al mes siguiente apareció Turegalitotecnologico.pe, con una campaña muy agresiva y con un costo promedio de souvenirs de S/ 40 más el costo de envío y otras promociones. El impacto se sintió inmediatamente y las ventas de Gino con Misouvenir.pe bajaron a 750 unidades, es decir 25% menos y más de un cliente le advirtió inclusive que los diseños de la competencia eran más innovadores.

Gino inmediatamente hizo cuentas y determinó que sus ingresos en el mes se redujeron de S/ 50,000 a S/ 37,500 y si bien aún operaba por encima del punto de

equilibrio y obtenía utilidades (S/ 3,750), estas se habían reducido en 50% (desde S/ 7,500). ¿Qué debía hacer?

$$\begin{aligned}\text{Ingresos Totales} &= P_v(X) = 750 \text{ souvenir} \times S/ 50 = S/ 37,500 \\ \text{Costos totales} &= C_v(X) + CF = S/ 35 \times 750 + S/ 7,500 = S/ 33,750 \\ \text{Utilidad operativa} &= IT - CT = S/ 37,500 - S/ 33,750 = S/ 3,750\end{aligned}$$

Lo primero que pensó Gino es equiparar sus precios con los de la competencia, reducirlos de S/ 50 a S/ 40 y con ello esperar recuperar a su clientela pérdida, es decir lograr nuevamente 1,000 productos vendidos. Veamos cómo cambian sus ingresos, costos, utilidades y su punto de equilibrio.

$$\begin{aligned}\text{Ingresos Totales} &= P_v(X) = 1,000 \text{ souvenir} \times S/ 40 = S/ 40,000 \\ \text{Costos totales} &= C_v(X) + CF = S/ 35 \times 1,000 + S/ 7,500 = S/ 42,500 \\ \text{Utilidad operativa} &= IT - CT = S/ 40,000 - S/ 42,500 = - S/ 2,500\end{aligned}$$

Gino se da cuenta que aunque ha recuperado su clientela, ahora obtiene pérdidas (- S/ 2,500). Calculemos su nuevo punto de equilibrio.

$$\text{Punto de equilibrio: } X = CF / P_v - C_v$$

UNIVERSIDAD DEL SURESTE 40

$$\begin{aligned}\text{Costos Fijos} & \\ S/ 7,500 & \\ \text{Costo variable unitario} & \\ S/ 35 & \\ \text{Precio de venta unitario} & \\ S/ 40 & \\ \text{Punto de equilibrio} & \\ 1,500 & \end{aligned}$$

El punto de equilibrio de Misouvenir.pe ha aumentado de 500 a 1,500 unidades. Es decir la empresa de Gino tendría que vender más de 1,500 unidades (500 más que su venta normal) para conseguir utilidad.

¿Qué hacer?

A nuestro amigo le quedan entonces dos caminos inmediatos para no seguir perdiendo más ventas. Bajar costos sin sacrificar calidad

Diferenciar totalmente su producto de la competencia para mantener el precio de S/ 50 y evitar que las ventas por lo menos no caigan más.

Como se trata de souvenirs para regalo, la calidad del producto y el tiempo de envío no pueden sacrificarse. Si apuesta a una política de reducción de costos, debe apuntar a lo más duro de reducir, los costos fijos. Haciendo una rápida revisión de su flujo de caja y el detalle de sus facturas de servicios, ve con mucho esfuerzo puede reducir sus costos fijos en 15%, es decir de S/ 7,500 a S/ 6,375. Veamos cómo cambian sus utilidades para ventas proyectadas de 1,000 unidades, a un precio de venta de S/ 40 y el nuevo punto de equilibrio.

$$\begin{aligned}\text{Ingresos Totales} &= P_v(X) = 1,000 \text{ souvenir} \times S/ 40 = S/ 40,000 \\ \text{Costos totales} &= C_v(X) + CF = S/ 35 \times 1,000 + S/ 6,375 = S/ 41,375 \\ \text{Utilidad operativa} &= IT - CT = S/ 40,000 - S/ 41,375 = - S/ 1,375\end{aligned}$$

UNIVERSIDAD DEL SURESTE 41

Aún seguiría reportando perdidas (-S/ 1,375). El nuevo punto de equilibrio es: 1,275 unidades, 275 más de las que vendería normalmente.

Punto de equilibrio: $X = CF / Pv - Cv$

Costos Fijos

S/ 6,375

Costo variable unitario

S/ 35

Precio de venta unitario

S/ 40

Punto de equilibrio

1,275

La única manera de vender las 1,000 unidades a S/ 40 sin ganar ni perder es que los costos fijos se reduzcan de S/ 7,500 a S/ 5,000 por mes, es decir en la tercera parte.

Si opta por la segunda alternativa el diferenciar totalmente el producto implicaría elevar el costo variable unitario, pues se estaría ofreciendo una mejor calidad e incorporando algún detalle promocional con el envío a cada souvenir. Todo ello con el fin de mantener el precio unitario de S/ 50. Veamos qué pasa con el punto de equilibrio si el costo variable sube de S/ 35 a S/ 45, pero los costos fijos se reducen en 15%, es decir a S/ 6.375 mensuales.

Punto de equilibrio: $X = CF / Pv - Cv$

Costos Fijos

S/ 6,375

Costo variable unitario

S/ 45

Precio de venta unitario

S/ 50

Punto de equilibrio

1,275

Se mantendría el mismo nivel requerido de ventas que si solo redujéramos los costos fijos y el precio de venta, 1,275, muy lejos de su punto de equilibrio inicial (500 unidades).

UNIVERSIDAD DEL SURESTE 42

La solución final

Pero, a estas alturas Gino ha notado que puede reducir sus costos fijos en 15% y que difícilmente puede vender por encima del precio que ofrece la competencia.

Por ello, revisa nuevamente su estructura de costos y los procesos y diseños que ha venido lanzando al mercado. Luego de varios días y sus noches de cálculos y sesiones creativas, encontró que diseñar una nueva colección (totalmente diferenciada de lo que vende la competencia) con materiales reciclados, podría reducir sus costos variables unitarios de S/ 35 a S/ 30. Veamos cómo cambian sus cuentas.

Punto de equilibrio: $X = CF / Pv - Cv$

Costos Fijos

S/ 6,375

Costo variable unitario

S/ 30

Precio de venta unitario

S/ 40

Punto de equilibrio

638

Gino descubre finalmente que su punto de equilibrio con esta estructura se reduce a 638 unidades y frente a las 1,000 que normalmente tiene en ventas mensuales, podría obtener una utilidad mensual de S/ 3,625

Ingresos Totales = $Pv(X) = 1,000 \text{ souvenir} \times S/ 40 = S/ 40,000$

Costos totales = $Cv(X) + CF = S/ 30 \times 1,000 + S/ 6,375 = S/ 36,375$

Utilidad operativa = $IT - CT = S/ 40,000 - S/ 36,375 = S/ 3,625$

UNIVERSIDAD DEL SURESTE 43

Esta utilidad es inferior al escenario de caída de ventas en 25% (S/ 3,750), pero Gino y Misouvenirs.pe ya equilibró sus precios con la competencia –si no lo hacía los ingresos seguirían cayendo– y ofrecerá

un producto diferenciado, que le puede dar un mejor margen de ventas incluso que las 1,000 unidades que normalmente reportaba al mes.

3.3- Casos en que no se puede determinar o encontrar un punto de equilibrio

El punto de equilibrio

En términos de contabilidad de costos, es aquel punto de actividad (volumen de ventas) donde los ingresos totales son iguales a los costos totales, es decir, el punto de actividad donde no existe utilidad ni pérdida. Hallar el punto de equilibrio es hallar el número de unidades a vender, de modo que se cumpla con lo anterior (que las ventas sean iguales a los costos). Pasos para hallar el punto de equilibrio Veamos a continuación los pasos necesarios para hallar y analizar nuestro punto de equilibrio:

1. Definir costos

En primer lugar debemos definir nuestros costos, lo usual es considerar como costos a todos los desembolsos, incluyendo los gastos de administración y de ventas, pero sin incluir los gastos financieros ni a los impuestos.

2. Clasificar los costos en Costos Variables (CV) y en Costos Fijos (CF)

Una vez que hemos determinados los costos que utilizaremos para hallar el punto de equilibrio, pasamos a clasificar o dividir éstos en Costos Variables y en Costos Fijos:

Costos Variables:

Son los costos que varían de acuerdo con los cambios en los niveles de actividad, están relacionados con el número de unidades vendidas, volumen de producción o número de servicios realizado, por ejemplo, materia prima, combustible, salario por horas, etc.

Costos Fijos:

Son costos que no están afectados por las variaciones en los niveles de actividad, por ejemplo,

alquileres, depreciación, seguros, etc.

UNIVERSIDAD DEL SURESTE 44

3. Hallar el costo variable unitario

En tercer lugar determinamos el Costo Variable Unitario (Cvu), el cual se obtiene al dividir los

Costos Variables totales entre el número de unidades a producir (Q).

4. Aplicar la fórmula del punto de equilibrio

La fórmula para hallar el punto de equilibrio es: $(P \times U) - (Cvu \times U) - CF = 0$

Dónde:

P: precio de venta unitario.

U: unidades del punto de equilibrio, es decir, unidades a vender de modo que los ingresos sean iguales a los costos.

Cvu: costo variable unitario.

CF: costos fijos.

El resultado de la fórmula será en unidades físicas, si queremos hallar el punto de equilibrio en

unidades monetarias, simplemente multiplicamos el resultado por el precio de venta.

5. Comprobar resultados

Una vez hallado el punto de equilibrio, pasamos a comprobar el resultado a través del uso del Estado de Resultados.

6. Analizar el punto de equilibrio.

Y, por último, una vez hallado el punto de equilibrio y comprobado a través del Estado de Resultados, pasamos a analizarlo, por ejemplo, para saber cuánto necesitamos vender para alcanzar el punto de equilibrio, cuánto debemos vender para lograr una determinada utilidad, cuál sería

nuestra utilidad si vendiéramos una determinada cantidad de productos, etc.

Ejemplo de cómo hallar el punto de equilibrio

Una empresa dedicada a la comercialización de camisas, vende camisas a un precio de US\$ 40, el costo de cada camisa es de US\$ 24, se paga una comisión de ventas por US\$ 2, y sus gastos fijos (alquiler, salarios, servicios, etc.), ascienden a US\$ 3.500. ¿Cuál es el punto de equilibrio en unidades de venta?

1. Hallando el punto de equilibrio:

$$P = 40 \quad Cvu: 24 + 2 = 26$$

CF = 3500 Aplicando la fórmula:

$$(P \times U) - (Cvu \times U) - CF = 0 \quad 40X - 26X - 3500 = 0$$

$$14X = 3.500$$

$$Qe = 250 \text{ und.}$$

Qe = US\$ 10.000 Comprobando:

$$\text{Ventas } (P \times Q): 40 \times 250 = 10000 \text{ (-) C.V } (Cvu \times Q): 26 \times 250 = 6500 \text{ (-) C.F } 3500$$

Utilidad Neta US\$ 0

Conclusiones: nuestro punto de equilibrio es de 250 unidades, es decir, necesitamos vender 250 camisas para que las ventas sean iguales a los costos; por tanto, a partir de la venta de 251 camisas, recién estaríamos empezando a obtener utilidades.

2. Utilidades si vendiéramos 800 camisas: Ventas (P x Q): 40 x 800 32000

(-) C.V (Cvu x Q): 26 x 800 20800 (-) C.F 3500 Utilidad Neta US\$7700

Conclusiones: al vender 250 camisas, nuestras ventas igualarían nuestros costos y, por tanto, tendríamos una utilidad de 0; pero si vendiéramos 800 camisas, estaríamos obteniendo una utilidad de US\$ 7.700.

UNIVERSIDAD DEL SURESTE 46

3.4- Criterios para aplicar un modelo de equilibrio adecuado

Toda empresa se desenvuelve entre dos mercados: de proveedores y de consumidores; se encarga de transformar insumos en productos, generando valor agregado que justifique la inversión realizada. La estructura de costos y gastos durante la operación de la empresa permite visualizar, en un mercado definido, el esfuerzo mínimo que es necesario desarrollar para cubrir dicho esfuerzo, de modo que toda producción adicional constituirá una ganancia monetaria. Dicho nivel mínimo es el punto de equilibrio, el cual depende del costo de los insumos y el precio de venta de los productos.

El efecto de la variación de los factores que determinan el punto de equilibrio no es uniforme, depende de la estructura de costos y gastos y del margen de contribución variable unitario, la sensibilidad del volumen de equilibrio facilita priorizar las decisiones que la empresa debe tomar en forma adecuada y oportuna.

Introducción

La concepción de una empresa industrial puede simplificarse mediante un conjunto de actividades que permita transformar los insumos en productos. Los insumos son proporcionados a la empresa por los proveedores, según las condiciones de cantidad y precio del mercado. Los productos son colocados por la empresa en volumen y precio que fije el mercado, según las condiciones de la oferta y demanda del período analizado. La diferencia entre los ingresos por ventas y el costo de los insumos representa la utilidad del negocio. Este tipo de análisis es igualmente válido para una empresa de servicios.

El costo de los insumos se refleja en la estructura de los costos y gastos de la empresa, la cual a su vez depende de las condiciones del mercado, la tecnología y la gestión aplicada. Igualmente, los ingresos por ventas dependen de la mixtura de los productos que se comercializan y del precio de venta que se obtiene según las condiciones del mercado.

Si bien el objetivo básico de una empresa es maximizar las utilidades, existen situaciones en que el empresario debe adoptar decisiones que en el corto plazo impliquen trabajar con pérdidas, pero que permitirán la permanencia competitiva del negocio en el mediano y largo plazo.

En este contexto, lo que a continuación se desarrolla es un modelo que permite representar la situación económica mínima que permita a la empresa generar utilidades a una determinada fecha, y que a su vez

permite simular diferentes escenarios de comportamiento futuro del negocio, lo cual facilita la toma de decisiones efectiva y eficiente.

Dicho instrumento de análisis se denomina "Modelo de Punto de Equilibrio", el cual es una aproximación, que se basa en premisas o supuestos, los mismos que en cada situación en particular se debe revisar.

La ventaja de este modelo es que permite predecir los resultados futuros del negocio en forma anticipada, lo cual es un soporte fundamental para la gestión de los negocios. El artículo se desarrolla acompañado de un ejemplo hipotético, con la finalidad de mostrar de manera objetiva los alcances de un instrumento de gestión útil en todo tipo de actividad empresarial, sea productora de bienes o de prestación de servicios.

Factores a considerar

El análisis de un negocio utilizando el modelo de punto de equilibrio considera los siguientes factores: capacidad instalada, estructura de costos y gastos y precio de ventas. En este análisis, los costos y precios unitarios se llevan a cabo sin considerar el impuesto general a las ventas (IGV), toda vez que el impuesto pagado por la empresa al realizar las compras se recupera al concretarse la venta de la producción, proceso que se define como crédito fiscal. En el caso que la empresa no esté obligada a retener el IGV resultante de sus ventas, el IGV pagado en las compras se constituye en costo. En esta última situación, debido a normas del comercio internacional, el Estado a sus empresas exportadoras le devuelve el impuesto pagado, facilitando que las mismas sean competitivas en el exterior.

3.5-Repercusión de los costos en la obtención del punto de equilibrio

Según los datos de nuestro ejemplo, se puede observar que la utilidad del negocio depende del volumen de ventas que demande el mercado, pudiendo registrarse resultados positivos o negativos. A continuación, con los datos del ejemplo, se presenta una simulación de diferentes volúmenes de ventas, desde cero hasta la capacidad instalada:

Se tiene que, para volúmenes menores de producción, los resultados netos son desfavorables, por ejemplo para producción de 100 unidades anuales el margen de pérdida representa el 67% de las ventas del período; pero, para mayores volúmenes, dichos resultados son satisfactorios, tal es el caso de operar a plena capacidad, en que la utilidad del año equivale al 30% de las ventas. Para alcanzar una utilidad nula, de modo que los ingresos totales cubran la totalidad de los costos, la producción anual debe superar a 200 unidades y según, los valores simulados, ser menor de 400 unidades; pero más cerca al primero de ellos.

En la gráfica inferior, se puede apreciar la evolución de los ingresos totales y los costos totales para los diferentes volúmenes de producción anual.

Gráficamente, se puede observar que para una producción de 250 unidades anuales, la utilidad es nula y dicha cantidad de producción representa el volumen de equilibrio. Si esta cifra se relaciona con la capacidad instalada (750 unidades / año), se tiene que para cubrir la totalidad de costos la empresa debe operar al 33,3% de dicha capacidad. Si la empresa opera a un ritmo menor a la tercera parte de la capacidad instalada, se registran pérdidas; para obtener ganancias, debe operar por encima de dicho nivel. Otra manera de determinar el volumen de equilibrio es a base del margen de contribución variable unitario (mcvu), el cual es la diferencia entre el precio de ventas

(p) y el costo variable unitario (cvu); este margen, en nuestro ejemplo, es de 400 nuevos soles por cada unidad de producto terminado.

$$m_{cvu} = p - cvu = 900 - 500 = 400 \text{ S/. / Unidad}$$

Dicho margen, toda vez que está expresado sólo en términos variables, permite que la empresa cubra los costos fijos y genere ganancias, lo cual depende del volumen de producción. Para llegar al equilibrio, debe cubrir costos fijos (S/.100 000 al año), para lo cual se tendría la siguiente relación:

UNIVERSIDAD DEL SURESTE 49

$$1 \text{ S/. } 400 \text{ unidad } \underline{\hspace{2cm}}$$

Xo

$$\text{unidades } \underline{\hspace{2cm}}$$

De donde, se obtiene que Xo es igual a $100\,000 / 400 = 250$ unidades anuales, que es el valor del volumen de equilibrio.

Otra manera de expresar la condición de equilibrio (utilidad igual a cero), es que los ingresos totales: $p(X)$, sean iguales al costo total: $CF + cvu(X)$; de donde:

$$Xo = CF / (p - cvu)$$

$$S/.100\,000$$

3.6- Efectos del punto de equilibrio en los informes administrativo-contables

O cálculo del punto de equilibrio es uno de los métodos más importantes para un buen control

financiero de cualquier negocio. Con él es posible entender la cantidad de ventas que necesitan ser realizadas para que los ingresos igualen los costos y gastos, resultando en beneficio cero.

Sin embargo, existen 3 variaciones del cálculo de punto de equilibrio que puede ser importante conocer. Vea abajo:

Punto de equilibrio contable

Punto de equilibrio financiero

Punto de Equilibrio Económico

Para calcular estos 3 métodos, puede tomar en cuenta sus datos contables o gerenciales, de acuerdo con su realidad y disponibilidad de información.

Antes de entrar en las diferencias de cada uno, vale la pena recordar el concepto de margen de contribución, esencial para el cálculo de esas 3 variaciones punto de equilibrio, que es el precio de venta unitario menos los costes directos para la producción de un producto o la prestación de un servicio.

Vamos a ver las características de cada uno ahora:

Punto de equilibrio contable

Este es el método más utilizado y muestra para usted la cantidad de ventas necesarias para que su beneficio sea cero.

Lucro = Cero

Fórmula: $PEC = \text{Gastos fijos} / \text{márgenes de contribución}$

☒ Vantagem: Tenga en cuenta sus estados financieros para mostrarle exactamente cuánto necesita vender para obtener un beneficio cero. Es decir, cualquier cantidad por debajo de

ese valor deberá ser inaceptable para su negocio, ya que resultará en perjuicio.

Punto de equilibrio financiero o de caja

También es conocido como punto de equilibrio de caja por algunos autores y no toma en consideración la depreciación y la amortización, factores que disminuyen el beneficio contable, pero que de manera gerencial no representan la salida de caja de su negocio.

☒ Lucro = Cero - Depreciación

☒ Fórmula: PEF = (Gastos fijos - Gastos no desembolsables) / Margen de contribución

☒ Vantagem: El cálculo no tiene en cuenta gastos que no van a salir de su caja, mostrándole exactamente cuánto usted necesita vender para quedarse con el beneficio cero. El único problema de este enfoque es que no te prepara para momentos de cambio de máquinas o equipos que necesitará ser cambiados en el futuro.

Punto de Equilibrio Económico

En este caso, la empresa determina una ganancia mínima deseada para incrustarse en el cálculo, representando una remuneración al capital invertido en ella. En la práctica, ese cálculo siempre

debería ser utilizado en conjunto con el punto de equilibrio contable, ya que existen siempre dos parámetros de análisis financiero, como vender para no tener perjuicio y cuánto vender para lucrar lo deseado.

☒ Lucro = Cero + Remuneración del Capital Propio

☒ Fórmula: PEE = (gastos fijos + beneficio deseado) / Margen de contribución

UNIVERSIDAD DEL SURESTE 52

☒ Vantagem: El cálculo ya tiene en cuenta cuánto quiere de lucro, ayudándole a entender la cantidad de productos o servicios que necesitan ser vendidos para que usted tenga retorno.

UNIDAD IV

4. operaciones de matrices

4.1 Adición y sustracción de matrices Suma.

Dadas dos matrices del mismo orden, A y B, se define su suma como otra matriz, C, del mismo orden que las matrices sumando cuyos elementos se obtienen sumando a cada elemento de la primera matriz,

A, el correspondiente elemento de la segunda matriz sumando, B:

La resta de dos matrices del mismo orden A y B, se define como la suma de A más la matriz opuesta

de B, por lo que resultará ser otra matriz del mismo orden, D, cuyos elementos se obtienen de restar a cada elemento de la primera matriz A (minuyendo) el elemento correspondiente de la matriz que resta, B (sustraendo). A

4.2 Producto de matrices

Dada una matriz $A = [a_{ij}]_{m \times n}$ y número real $\alpha \in \mathbb{R}$, se define el producto de un número por esa matriz como otra matriz B del mismo orden cuyos elementos se obtienen de multiplicar cada uno de los elementos de A por el número α :

Para poder multiplicar dos matrices A y B , ($B \cdot A$), el número de columnas de la matriz que multiplica en primer lugar, A , debe ser igual al número de filas de la matriz que multiplica en segundo

lugar, B . Así pues, dadas dos matrices $A_{m \times n}$, $B_{n \times p}$, el resultado de multiplicar A por B , $B \cdot A$, es otra

matriz $C = B \cdot A$, con tantas filas como la matriz que multiplica en primer lugar y tantas columnas como la matriz que aparece en el producto en segundo lugar, $C_{m \times p}$.

Los elementos de la matriz C se obtienen

de multiplicar las filas de la primera matriz por las columnas de la segunda matriz.

Ese producto consiste en multiplicar un elemento de la fila por el correspondiente de la columna y sumar el resultado al resto de productos de elementos de esa fila por esa columna.

4.3 Transpuesta de una matriz

A partir de conocer las operaciones básicas con matrices y el concepto de matriz traspuesta, está demostrado lo siguiente:

1.- La matriz traspuesta de la suma de dos matrices es igual a la suma de las matrices traspuestas de las matrices sumando:

$$(A + B)' = (A' + B')$$

4.4.- Matrices particionadas

Este capítulo consta de tres secciones. Las dos primeras versan sobre matrices particionadas. La tercera sección trata sobre la traza de una matriz. En este capítulo se consignarán los principales resultados sobre la traza de una matriz. Existen razones para querer particional una matriz A , algunas de ellas son: (i) La partición puede simplificar la escritura de A . (ii) La partición puede exhibir detalles particulares e interesantes de A . (iii) La partición puede permitir simplificar cálculos que involucran la matriz A .

A veces es necesario considerar matrices que resultan de eliminar algunas filas y/o columnas de alguna matriz dada, como se hizo por ejemplo, al definir el menor correspondiente al elemento a_{ij} de una matriz $A = [a_{ij}]_{m \times n}$ (véase el apartado 1.1.3 del capítulo 1).

2.1. Definición. Sea A una matriz. Una submatriz de A es una matriz que se puede obtener al suprimir algunas filas y/o columnas de la matriz A .

4.5.- Determinantes de una matriz

Cada matriz cuadrada A tiene asociado un número real llamado determinante de A , que

representaremos por $|A|$ o $\det A$. No vamos a dar una definición explícita de determinante, sino que en su lugar daremos criterios para calcularlos en la práctica.

UNIVERSIDAD DEL SURESTE 59

4.6.- Inversa de una matriz

Para algunas matrices se puede identificar otra matriz denominada matriz inversa multiplicativa, o más simplemente, la inversa. La relación entre una matriz A y su inversa (representada por A^{-1}) es que el producto de A y A^{-1} , en cualquier orden, da como resultado la matriz identidad, es decir:

La inversa es similar al recíproco en el álgebra de los números reales. Multiplicar una cantidad b por su recíproco $1/b$ da como resultado un producto igual a 1. En el álgebra matricial, multiplicar una matriz por su inversa da como resultado la matriz identidad.

Observaciones importantes acerca de la inversa

I Para que una matriz A tenga una inversa, ésta debe ser cuadrada.

II La inversa de A también será cuadrada y tendrá la misma dimensión que A .

III No todas las matrices cuadradas tienen una inversa.

Una matriz cuadrada tendrá una inversa siempre y cuando todas las filas o columnas sean linealmente independientes; es decir, ninguna fila (o columna) es una combinación lineal (múltiplo) de las filas (o columnas) restantes. Si cualquiera de las filas (o columnas) es linealmente dependiente [son combinaciones lineales (múltiplos) de otras filas (columnas)], la matriz no tendrá una inversa. Si una matriz tiene una inversa, se dice que es una matriz no singular. Si una matriz no tiene una inversa, se dice que es una matriz singular.

UNIVERSIDAD DEL SURESTE 60

4.7.- Ecuaciones lineales

Introducción

En esta unidad se aborda el estudio de sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas. Se analizan distintos métodos para resolverlos, lo que permite elegir el que resulte más conveniente en cada caso particular.

También se realiza la interpretación gráfica, considerando la importancia que tiene este recurso para facilitar la comprensión del problema e ilustrar las posibilidades que pueden presentarse al resolver un sistema de ecuaciones lineales.

Sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas

Se desea determinar el valor de dos números reales x e y , que verifican la siguiente condición: "el doble del número x , más el número y , es igual a 7".

La condición requerida establece que:

$$2x + y = 7$$

Se ha planteado una ecuación lineal con dos incógnitas.

Como ya se vio anteriormente el conjunto solución S_1 de esta ecuación está formado por infinitos pares ordenados (x, y) que la verifican.

Simbólicamente: $S1 = \{(x; y) / 2 + yx = 7\}$ o bien $S1 = \{(x; y) / = 2xy + 7\}$

Para obtener algunos de estos pares que son solución de la ecuación planteada, se dan valores a x y se determinan los correspondientes para y , utilizando la expresión $y = 2x + 7$.

Por ejemplo: si $x = 1$, $y = 5$.

$(1,5)$ es una de las soluciones de la ecuación, ya que $2 \cdot 1 + 5 = 7$.

También son soluciones: $(0,7)$, $(2,3)$, K

La representación gráfica de la ecuación $2x + y = 7$ es una recta. Los puntos que pertenecen a la recta verifican la ecuación y por lo tanto son las soluciones de la misma.

Se desea determinar el valor de dos números reales x e y , que verifican simultáneamente las siguientes condiciones:

o "el doble del número x , más el número y , es igual a 7 "

o "la diferencia entre x e y es igual a 2 "

Las condiciones planteadas pueden expresarse algebraicamente del siguiente modo:
 $= + = 227xyxy$

Han resultado dos ecuaciones lineales con dos incógnitas.

Estas ecuaciones deben satisfacerse simultáneamente, por eso se dice que forman un sistema de ecuaciones lineales.

Se observa que cada una de las ecuaciones del sistema se representa gráficamente mediante una recta. Es importante tener en cuenta que:

Resolver un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas significa hallar, si es que existen, todos los pares (x, y) que satisfacen ambas ecuaciones simultáneamente.

Resolución de sistemas de ecuaciones lineales

Existen varios métodos para resolver sistemas de ecuaciones lineales, pero en este capítulo sólo se verán los siguientes: método de igualación, método de sustitución y método de reducción.

Método de igualación

Sea el sistema $= + = 227xyxy$.

Se indican a continuación los pasos a seguir para resolver este sistema empleando el método de igualación.

1o) Se despeja la misma incógnita en cada ecuación.

$= + = 227yxyx$

2o) Se igualan las expresiones obtenidas y se resuelve la ecuación con una incógnita que se formó. $x^2 = 2x + 7x + 2x = 7 + 23x = 9x = 3$

3o) Se reemplaza en cualquiera de las ecuaciones obtenidas en el primer paso, el valor de la incógnita que se ha determinado, y así se calcula el valor de la otra incógnita.

En $y = x^2$ se reemplaza x por el valor obtenido y resulta:

UNIVERSIDAD DEL SURESTE 63

$y = 3^2 = 1$

La solución del sistema es el par ordenado $(3,1)$.

Resulta conveniente verificar si la solución hallada satisface las ecuaciones del sistema.

$3 = 2(3) + 7$

Ahora se puede afirmar que el conjunto solución es $S = \{(3,1)\}$.

El sistema tiene sólo una solución. El conjunto solución tiene un único elemento, por lo tanto el cardinal

de S es igual a 1: $|S| = 1$ (ver Apéndice A – Conjuntos).

Gráficamente:

$y = 2x + 7$ es la ecuación de la recta 1 $y = x + 2$ es la ecuación de la recta 2

Las dos rectas tienen en común el punto $P(3,1)$. Ese punto representa gráficamente la solución del sistema.

Bibliografía básica y complementaria:

Marketing Centro de Diseño Industrial

Abramovich, S. y Leonov, G. (2008). Fibonacci numbers revisited: technology-motivated inquiry into a two-parametric difference equation. *International journal of mathematical education in science and technology*, 39(6), 746-766.

Juárez, M. A. (2010). Geometría analítica. En M. A. Juárez, Geometría analítica (págs.

47-56). México: Esfinge. Linares, I. S. (2011). Geometría Analítica. En I. S.

Linares, Geometría Analítica (págs. 48-52). México: Book Mart.

Camas, I., Fernández, S. y Núñez, J. (2007). Nancy Kopell: una vida dedicada a la Biomatemática. *Matematicalia: Revista digital de divulgación matemática de la Real Sociedad Matemática Española*, 3(2).

Cantoral, R. (1999). Approccio socioepistemologico alla ricerca in Matematica Educativa: un programma emergente. *La matematica e la sua didattica*, 3, 258 – 270.