

**Nombre de alumno: francisco Javier  
Gómez Hernández**

**Nombre del profesor: Emmanuel  
Eduardo Sánchez**

**Nombre del trabajo: ensayo de la  
unidad III y unidad IV**

**Materia: matemáticas administrativas**

**Grado: LAN02SSC1022**

**Grupo: A**

# INTRODUCCION

En este ensayo hablaremos sobre la unidad III y IV así mismo explicaremos su contenido para poder saber detalladamente sobre los modelos de equilibrio, ya que sabiendo eso podremos saber la explicación global de comportamiento de la producción y consumo y la formación de precios en una economía con uno o varios mercados, el otro tema de la unidad IV se habla sobre operaciones matrices, estas sirven para describir el sistema de ecuaciones lineales o diferenciales, así como para representar una aplicación lineal.

## UNIDAD III

### Modelo de equilibrio

#### Modelos para la determinación del precio de equilibrio de la oferta y la demanda:

La oferta y la demanda interactúan para producir un precio y una cantidad de equilibrio, es decir un equilibrio de mercado. El mercado se encuentra en equilibrio cuando el precio y la cantidad equilibran las fuerzas de la oferta y la demanda. Al precio de equilibrio, la cantidad que desean adquirir los compradores es igual a la que desean vender los vendedores. El mercado alcanza el equilibrio al precio con el que la cantidad demandada es igual a la ofrecida. El precio de equilibrio se llama precio que vacía el mercado, En un mercado libre, el mecanismo de mercado es la tendencia del precio a variar hasta que aquél se vacía. En ese punto, como no hay ni exceso de demanda ni exceso de oferta, no hay presiones para que siga variando el precio. Si el precio fuera inicialmente superior al que vacía el mercado, los productores tratarían de producir y vender más de lo que los consumidores están dispuestos a comprar. Para vender ese excedente, los productores comenzarían a bajar los precios.

Finalmente, al descender el precio, la cantidad demandada aumentaría y la cantidad ofrecida disminuiría hasta que se alcanzara el precio de equilibrio, Si el precio fuera inicialmente inferior al de equilibrio, habría escasez, situación en la que la cantidad demandada es superior a la ofrecida.

#### Modelo para la determinación del punto de equilibrio de las ventas y los gastos:

El punto de equilibrio es establecido a través de un cálculo que sirve para definir el momento en que los ingresos de una empresa cubren sus gastos fijos y variables, esto es, cuando logras vender lo mismo que gastas, no ganas ni pierdes, has alcanzado el punto de equilibrio. Conocer este valor, incluso antes de empezar un nuevo proyecto, permite saber qué tan interesante es financieramente tu idea de negocio. Es decir, es una etapa fundamental para cualquier plan de negocios. Pensando en periodos más difíciles, como la pandemia de Coronavirus, por ejemplo, con la ayuda del punto de equilibrio es posible crear una política de contingencia y, de esta manera, reducir sorpresas desagradables en el medio del camino. Principalmente para evaluar la rentabilidad de un negocio, es decir, con el punto de equilibrio calculado tu empresa sabe cuánto necesita vender para generar ganancias.

Punto de equilibrio en unidades:

$$PE = \text{Costos Fijos} / (\text{Precio de Venta} - \text{Costo de venta})$$

Es decir, se divide el costo fijo por la diferencia entre el precio unitario y el costo variable unitario. A la diferencia entre el precio de venta y el costo variable unitario se le conoce como Margen de Contribución.

Punto de equilibrio en valor:

$$PE = \text{Costos Fijos} / (1 - \text{Costo de venta} / \text{Precio de venta})$$

$$PE = 25000 / (1 - 250/1250)$$

$$PE = 25000 / (1 - 0.2)$$

$$PE = 25000 / 0.8$$

$$PE = \$31.250$$

La fórmula anterior indica que para alcanzar el punto de equilibrio la empresa deberá vender un monto de \$31.250. Si multiplicamos 25 unidades por el precio de venta llegaremos al mismo número

#### **Casos en que no se puede determinar o encontrar un punto de equilibrio:**

Como ya dijimos, otro punto muy importante sobre este cálculo es que a través de él tu empresa tendrá la base de un plan de contingencia en caso de que se presenten temporadas bajas. Gracias al punto de equilibrio, es posible que las sorpresas negativas se disminuyan o sean enfrentadas con mayor rapidez y eficacia.

Y por último, pero no menos importante: con el punto de equilibrio establecido es más fácil observar el crecimiento de tu empresa a lo largo del tiempo y hacer ajustes en tus planes.

Abajo te mostramos cómo calcular el punto de equilibrio de tu empresa.

#### **Criterios para aplicar un modelo de equilibrio adecuado:**

El modelo del punto de equilibrio se construye sobre la base de las siguientes premisas o sucesos; de esta manera, los resultados del análisis valen en la medida que estos supuestos sean representativos.

a. El precio de venta permanece invariable para los diferentes volúmenes de ventas esperados, es decir no es influenciado por la cantidad a colocarse en el mercado.

c. Los costos fijos han sido dimensionados para una determinada capacidad instalada, por lo que su valor no es influenciado por el volumen de producción.

e. Para una empresa que manufactura y comercializa una gama de productos, esta diversidad se puede transformar en unidades físicas equivalentes, por lo que es posible estimar el costo variable unitario y precio de ventas promedios ponderados según el volumen físico de cada conjunto de productos.

### **Repercusión de los costos en la obtención del punto de equilibrio:**

Costos totales

Es la suma de los costos fijos y variables.

Sabiendo cuáles son los costos totales podemos deducir que el punto de equilibrio es cuando los ingresos son iguales a los costos totales.

Costos totales = Ingresos totales

El punto de equilibrio se puede calcular también por unidad, para eso debes calcular los siguientes valores:

Costo variable unitario

Este valor se calcula dividiendo los costos variables, que vimos anteriormente, entre el número de unidades vendidas en un periodo determinado.

La fórmula sería la siguiente:

Costo Variable Unitario = Costo Variable / Unidades Vendidas

Para obtener el punto de equilibrio unitario podemos aplicar la siguiente fórmula:

PEU = Costos Fijos / (Precio de Venta – Costo Variable Unitario)

Es decir, dividiremos el costo fijo por la diferencia entre el precio unitario y el costo variable unitario. A la diferencia entre el precio de venta y el costo variable unitario se le conoce como Margen de Contribución.

## Unidad IV

### Operaciones de matrices

#### Adición y sustracción de matrices

La suma de matrices es una operación lineal que consiste en unificar los elementos de dos o más matrices que coincidan en posición dentro de sus respectivas matrices y que estas tengan el mismo orden. Para sumar matrices debemos comprobar el orden de las matrices, tal que:

Si el orden de las matrices es el mismo, entonces se pueden sumar las matrices.

Si el orden de las matrices es distinto, entonces no podemos sumar las matrices.

Sumar los elementos que tienen la misma posición dentro de sus respectivas matrices.

#### Resta de matrices

Dadas dos o más matrices del mismo orden, el resultado de la resta es otra matriz del mismo orden cuyos elementos se obtienen como la resta de los elementos colocados en el mismo lugar de las matrices restadas.

En resumen, la resta de dos matrices se calcula restando los elementos que ocupan la misma posición.

#### Producto de matrices

En matemáticas, la multiplicación o producto de matrices es la operación de composición efectuada entre dos matrices, o bien la multiplicación entre una matriz y un escalar según unas determinadas reglas, al igual que la multiplicación aritmética, su definición es instrumental, es decir, viene dada por un algoritmo capaz de efectuarla. El algoritmo para la multiplicación matricial es diferente del que resuelve la multiplicación de dos números. La diferencia principal es que la multiplicación de matrices no cumple con la propiedad de conmutatividad, la multiplicación de matrices es muy útil para la resolución de sistemas de ecuaciones de muchas variables, dado que son muy cómodas para ser implementadas mediante un computador.

#### Sistemas de ecuaciones

Consideremos el caso más sencillo, el de las matrices cuadradas de orden 2, es decir cuando  $n = m = 2$ . Las aplicaciones lineales del plano real que, al punto  $M(x_1, x_2)$  hacen corresponder el punto  $N(y_1, y_2)$  se expresan como un sistema de dos ecuaciones con dos variables. Las matrices permiten escribirlos más rápidamente

## Transpuesta de una matriz

Una matriz traspuesta es el resultado de reordenar la matriz original mediante el cambio de filas por columnas y las columnas por filas en una nueva matriz, la traspuesta de una matriz consiste en considerar las filas como columnas y viceversa.

Observa, por tanto, que su dimensión se invierte, esto es: si la matriz es  $A_{n \times p}$ , su traspuesta será  $A^T_{p \times n}$ , la matriz traspuesta (o traspuesta) de la matriz  $A$  se denota por  $A^T$  y es la matriz que tiene por filas a las columnas de  $A$ , si la matriz  $A$  es de dimensión  $m \times n$ , entonces la dimensión de  $A^T$  es  $n \times m$ .

Propiedades de la transposición

Si la matriz  $A$  es cuadrada y diagonal,  $A = A^T$ .

La traspuesta de la traspuesta de  $A$  es  $A$ :  $(A^T)^T = A$ .

La traspuesta de la suma de matrices es  $(A + B)^T = A^T + B^T$ .

La traspuesta del producto de un escalar  $\alpha$  por una matriz  $A$  es  $(\alpha \cdot A)^T = \alpha \cdot A^T$

La traspuesta del producto de matrices es  $(A \cdot B)^T = B^T \cdot A^T$ .

## Matrices particionadas

En matemáticas, una matriz por bloques o una matriz particionada es una matriz interpretada, caracterizada por estar dividida en secciones llamadas bloques o submatrices, intuitivamente, una matriz interpretada como una matriz por bloques se puede visualizar como la matriz original con una colección de líneas horizontales y verticales que la dividen, o particionan, en una colección de matrices más pequeñas, cualquier matriz se puede interpretar como una matriz por bloques de una o más formas, con cada interpretación definida por la forma en que se dividen sus filas y columnas.

Una matriz diagonal por bloques es una matriz por bloques cuadrada, tal que los bloques de la diagonal principal son matrices cuadradas y todos los bloques fuera de la diagonal son matrices cero. Es decir, una matriz diagonal por bloques  $A$  tiene la forma, también se puede definir una forma especial de matriz traspuesta para matrices por bloques, donde los bloques individuales se reordenan pero no se transponen, matriz por bloques corresponde a tener una aplicación lineal en términos de racimos de vectores de una base, lo que nuevamente coincide con la idea de haber distinguido las descomposiciones de la suma directa de dominio y de rango. Siempre es

particularmente significativo si un bloque es la matriz cero; que conlleva la información de que un sumando se aplica sobre sí mismo en una suma parcial.

Dada la interpretación a través de aplicaciones lineales y sumas directas, existe un tipo especial de matriz por bloques propio de las matrices cuadradas

### **Determinantes de una matriz**

El determinante de una matriz siempre es un número real y únicamente lo podremos calcular para matrices cuadradas. A partir de esta noción básica, explicaremos el significado del determinante para diferentes tipos de matrices y también su utilidad. El determinante de una matriz cuadrada con el mismo número de filas que de columnas se obtiene de restar la multiplicación de los elementos de la diagonal principal de la matriz y la multiplicación de los elementos de la diagonal secundaria de la misma matriz, para poder realizar este cálculo necesitamos una matriz cuadrada de orden  $m \times n$ , donde  $m$  son las filas y  $n$  las columnas, siendo siempre  $m=n$ . Esto es lo que llamamos dimensión de la matriz. Para matrices de orden superior a  $2 \times 2$ , el cálculo se realiza mediante las reglas de Laplace o Sarrus. La utilidad del determinante de una matriz nos indica si estamos ante un sistema singular o no singular de ecuaciones lineales. Por ello, si el resultado del determinante es cero (nulo), estaremos ante una matriz singular, y si el resultado es distinto de cero, estaremos ante una matriz no singular.

A continuación, enumeramos las diferentes aplicaciones que pueden tener los determinantes de matrices:

Nos permiten estudiar la posición relativa de rectas y planos (sabemos que la posición relativa que ocupan rectas y planos se puede calcular a través de sistemas de ecuaciones lineales, que son resueltas por determinantes de matrices).

\*Podemos obtener la ecuación implícita de un plano (a través de un determinante nulo).

\*Son un instrumento para calcular áreas de figuras en el plano.

\*Nos ayudan a calcular el rango de una matriz con parámetros (sin usar el concepto de determinante).

\*Son útiles para calcular el volumen de los paralelepípedos

### **Inversa de una matriz**

Una matriz es inversa de otra cuando al multiplicar ambas (en cualquier orden) se obtiene la matriz identidad. Si se pueden multiplicar en cualquier orden deben ser matrices cuadradas, se puede observar también que si hacemos la inversa de la inversa se obtiene la matriz original.



Otra propiedad interesante es que la inversa del producto coincide con el producto de las inversas pero en orden inverso ( $[A \cdot B]^{-1} = B^{-1} \cdot A^{-1}$ ).

Observa que si la matriz A es de dimensión 1x1, su inversa está formada por el inverso del elemento de A.

Si la dimensión es superior, existen varias formas de hallar la matriz inversa. Aquí podemos ver dos formas:

Inversa por el método de Gauss.

Inversa por determinantes.

Este método consiste en:

\*Calcular el determinante de la matriz. (Si el determinante fuese 0, no existe la matriz inversa).

\*Calcular la matriz adjunta.

\*Calcular la matriz traspuesta de la obtenida en el paso anterior. (Este paso y el anterior son intercambiables).

\*La matriz inversa se obtiene dividiendo cada elemento de la matriz del paso anterior entre el determinante de la matriz dada (Calculado en el primer paso).

No todas las matrices tienen inversa:

Las matrices que no son cuadradas no tienen inversa las matrices cuadradas cuyo determinante es 0 no tienen inversa.

Sólo las matrices cuadradas cuyo determinante es distinto de 0 tienen inversa a la matriz que tiene inversa se le llama matriz regular. Si no la tiene se llama matriz singular.

## **Ecuaciones lineales**

Una ecuación de primer grado o ecuación lineal es una ecuación algebraica que involucra una o más variables a la primera potencia y no contiene productos entre las variables, es decir, una ecuación que involucra solamente sumas y restas de una variable a la primera potencia. En la enseñanza secundaria se abordan con mucho énfasis las de una y dos variables.

Las ecuaciones lineales permiten la interpretación de modelos matemáticos para la resolución de una finalidad de situaciones que contenga el mismo caso, es decir resolver a partir de encontrar una variable, en dichos casos de aplicación es muy común en la compra de varios productos, en comida,

ropa, verduras, en donde de manera inconsciente comienzas a ser deducción de cuanto costa cada producto.

**Conclusion:** para finalizar , me gusto investigar sobre estos temas ya que me deja un aprendizaje sobre los modelos de equilibrio y sobres las operaciones de matrices ,se pudo investigar y hablar del tema, pudimos darnos cuentas de la formulas, y como se hace para calcular cada uno de las matrcies espero que les haya gustado mi ensayo.

Ejercicio 1. La compañía telefónica de Roberto le cobra 10€ mensuales de cuota y 0.05€ por cada minuto de llamada.

a) Calcular la función que proporciona el costo de la factura mensual de Roberto en función del número de minutos de llamada.

Desarrollo:

Datos:

- Le cobra 10€ mensuales de cuota
- 0.05€ por cada minuto de llamada.

Esto es

$$f(x) = 10 + 0.05x$$

Donde  $x$  = número de minutos de llamada.

Resultado: función  $\rightarrow f(x) = 0.05x + 10$

b) ¿Cuál sería el costo de un mes en el que ha realizado 50 minutos de llamada? ¿Y si son 150 minutos?

Desarrollo:

Para 50 min de llamada. Esto es  $x=50$

- Evaluar función cuando  $x=50$

$$f(x=50) = 0.05(50) + 10 = 2.5 + 10 = 12.5$$

$$f(x=50) = 12.50 \text{€}$$

Para 150 min de llamada. Esto es  $x=150$

- Evaluar función cuando  $x=150$

$$f(x=150) = 0.05(150) + 10 = 7.5 + 10 = 17.5$$

$$f(x=150) = 17.50 \text{€}$$

Resultado:

Para 50 min de llamada, el costo es de 12.50€

Para 150 min de llamada, el costo es de 17.50€

c) Si la factura del mes de diciembre fue de 20€, ¿cuántos minutos de llamada realizó Roberto?

Desarrollo:

$$- f(x) = 20€$$

Esto es

$$20 = 0,05x + 10$$

Despejar  $x$

$$20 - 10 = 0,05x \rightarrow 0,05x = 10$$

$$\rightarrow x = \frac{10}{0,05} = 200 \text{ Minutos.}$$

Resultado: Fueron 200 minutos de llamada.

Ejercicio 2. La siguiente función proporciona la distancia (en kilómetros) que recorre una moto a una velocidad de 100 km/h en función del tiempo  $t$  (en horas):

$$x(t) = 100t$$

a) ¿Qué distancia recorre en 2 horas? ¿Y en 5 horas?

Desarrollo:

Para 2 horas. Esto es  $t = 2$  horas

- Evaluar función  $f(t)$  cuando  $t = 2$

$$f(t = 2 \text{ horas}) = 100 \text{ km/h} (2 \text{ hrs}) = 200 \text{ km}$$

Para 5 horas. Esto es  $t = 5$  horas

- Evaluar función  $f(x)$  cuando  $t = 5$

$$f(t = 5 \text{ hrs}) = 100 \text{ km/hrs} (5 \text{ hrs}) = 500 \text{ km}$$

Resultado:

En dos horas su distancia es de 200 km

En cinco horas la distancia recorrida es de 500 km

b) ¿Cuánto tiempo debe circular para recorrer 5 kilómetros?

Desarrollo:

$$- f(t) = 5 \text{ km}$$

Esto es

$$5 = 100t$$

Despejar  $t$

$$5 = 100t \rightarrow \frac{5}{100} = t \rightarrow t = \frac{1}{20} \text{ hrs} = 0.05 \text{ hrs}$$

Convertir a min

1 hora = 60 min

$$\frac{1}{20} \text{ h.} \cdot \frac{60 \text{ min}}{1 \text{ h}} = \frac{60}{20} = 3 \text{ min}$$

Resultado: 3 minutos debe circular para recorrer 5 kilómetros.

Ejercicio 3. La plataforma Netflix le cobra a Carolina \$149 pesos mensuales de suscripción y \$29 pesos por cada película alquilada dentro de la plataforma.

a) Calcular la función que proporciona el costo de la factura mensual de Carolina en función del número de películas alquiladas en Netflix.

Desarrollo:

Datos:

- Le cobra \$149 pesos mensuales
- Le cobra \$29 pesos por cada película alquilada

Esto es

$$f(x) = \$149 + \$29x$$

Donde  $x$  = número de películas alquiladas

Resultado:  $f(x) = 29x + 149$

b) ¿Cuál será el costo de un mes en el que ha alquilado 20 películas? ¿Y si son 15 películas?

Desarrollo:

Para 20 películas, esto es  $x=20$

- Evaluar función  $f(x)$  cuando  $x=20$

$$f(x=20) = 29(20) + 149 = 580 + 149 = 729 \Rightarrow f(20) = \$729$$

Para 15 películas esto es  $x=15$

- Evaluar función  $f(x)$  cuando  $x=15$

$$f(x=15) = 29(15) + 149 = 435 + 149 = \$584$$

Resultado:

- 20 películas alquiladas el costo es de \$729.
- 15 películas alquiladas el costo es de \$584.

c) Si la factura del mes de Enero fue de \$555, ¿cuántas películas alquiló Carolina en Netflix?

Desarrolle:

$$- f(x) = \$555$$

Esto es

$$555 = 29x + 149$$

Despejar X

$$555 - 149 = 29x \rightarrow 29x = 406$$

$$\frac{29x}{29} = \frac{406}{29} \rightarrow x = 14 \text{ películas}$$

Resultado: Alquiló 14 películas.