UNIVERSIDAD DEL SURESTE

Lic. Administración y estrategias de negocios

Matemáticas admінitrativa

Profr.: Emanuel Eduardo sánchez Pérez

Actividad: Ensayo

Miguel Gómez Méndez

12-Febrero-2023. Ocosingo, Chiapas

Ensayo sobre el punto de equilibrio y los modelos de equilibrio

Cuando una persona o una sociedad crea un negocio el propósito principal es generar ganancias, para lograrlo esto es importante conocer en qué punto de la actividad se llega a cubrir ciertos gastos, y sobre todo en qué momento empezar a generar utilidades.

El objetivo de este ensayo es aprender a calcular el punto de equilibrio de un negocio, y conocer los modelos de equilibrio.

Todo negocio para su buen funcionamiento se debe considerar ciertos gastos, los cuales se dividen en dos clases: costos fijos (La renta del local, salario del personal, facturas de teléfono, internet, agua y luz etc.), este tipo de gastos son constantes, haya venta o no haya venta. Costos variables (El costo del producto a vender, comisiones por cada unidad que se venda, fletes, combustible, etc.), estos gastos van relacionado al volumen de ventas.

Punto de equilibrio

Es el punto de un negocio en donde los ingresos totales (IT) es igual a los costos totales (CT), es decir no hay perdidas ni ganancias.

Para llegar a este punto es importante hallar el número de unidades a vender de tal manera que esto cubra todos los costos, para que podamos calcular el punto de equilibrio necesitamos los siguientes pasos:

1.- Definir los costos: para definir nuestros costos tomaremos en cuenta todos los desembolsos sin incluir los gastos financieros e impuestos.

2.- Clasificar los costos en costos variable (CV) y en costos fijos (CF): después de enlistar los costos, se procede a clasificar entre costos fijos(CT) y costos variables (CV). Los costos variables son aquellas que varían de acuerdo al volumen de actividad, por ejemplo, insumos, comisiones por ventas de cada unidad, salario por horas, etc. Y los costos fijos son aquellas que no están afectados por el volumen de actividad, dentro de estos costos está la renta del local, los seguros, facturas de internet y teléfono, etc.

3.-Hallar el costo variable unitario (CVU): este punto se obtiene al dividir los costos variables totales entre el número de unidades a producir.

4.- Aplicar la fórmula del punto de equilibrio: la formula a usar es: (PxU)-(Cvu x U)-CF=0

Donde:

P: precio de venta unitario.

U: unidades a vender para el punto de equilibrio.

Cvu: costo variable unitario.

CF: costos fijos.

5.- Comprobar resultados: después de hallar el punto de equilibrio se procede a comprobar con el estado de resultados.

6.- Analizar el punto de equilibrio: en este último paso se determina la cantidad de unidades a vender para generar utilidades.

Existen tres variaciones del cálculo del punto de equilibrio:

Punto de equilibrio contable: muestra la cantidad de ventas necesarias para que su beneficio sea cero, la formula a usar es: PEC=Gastos fijo/Márgenes de contribución. Lucro: cero

Punto de equilibrio financiero o de caja: no considera gastos que no afectan a la caja, la desventaja de este enfoque es que no toma en cuenta futuros cambios, tales como actualización de equipos, La fórmula para el cálculo es: PEF: (Gastos fijos-Gastos no desembolsables) / Margen de contribución. Lucro: cero-depreciación.

Punto de equilibrio económico: aquí se determina una ganancia mínima deseada que servirá para el crecimiento de la empresa. La fórmula a usar es: PEE= (Gastos fijos + beneficio deseado) / Margen de contribución. Lucro= cero + remuneración del capital propio

Modelos de equilibrio

Modelos para la determinación del precio de equilibrio de la oferta y la demanda

Un mercado está equilibrado cuando un producto se oferta como se demanda, pero ¿qué pasa cuando dicho producto bajase de precio? Aumenta su demanda y en este caso el mercado no estará equilibrado, habría más personas que quieran comprar, y al mismo tiempo menos vendedores interesados en ofrecerlos porque se vuelve menos rentable, en esta situación hay un **exceso de demanda**.

y ¿Qué pasaría si el producto sube de precio? Nuevamente el mercado estará desequilibrado, porque habría más vendedores interesados en vender, pero menos interesados en adquirirlo, en esta situación se entiende que hay un **exceso de oferta.**

Modelo para la determinación del punto de equilibrio de las ventas y los gastos

Es muy importante que una empresa sepa calcular el punto de equilibrio, ya que con ello se determina la viabilidad y rentabilidad del negocio, y lo que se que tiene que vender para cubrir los costos totales.

Para determinar el punto de equilibrio en volumen se divide los costos fijos entre el margen de contribución (se calcula restando el precio de venta y el costo del producto).

P. E.=costos fijos/margen de contribución

Aparte de saber cuántas unidades se tiene que vender para alcanzar el punto de equilibrio, también se debe de considerar el factor tiempo, es decir ¿en cuánto tiempo se desplaza x cantidad de producto para el punto de equilibrio? y ¿en qué momento empezar a generar utilidades?, mientras más rápido se alcanza el punto de equilibrio, mas utilidades obtendremos al final del mes.

En conclusión, calcular el punto de equilibrio es una herramienta que nos sirve para la toma de decisiones de nuestra empresa, puesto que ahí es donde nos daremos cuenta si nuestro negocio obtiene beneficios o perdidas.

Bibliografía:

https://www.fcca.umich.mx/descargas/apuntes/academia%20de%20finanzas/finanzas%20i%20mauricio%20a.%20chagolla%20farias/9%20analisis%20de%20equilibrio.pdf

http://soy-staff.blogspot.com/2015/10/modelo-de-punto-de-equilibrio-aplicado.html

http://www.fadu.edu.uy/marketing/files/2013/04/punto_equilibrio.pdf

Ensayo sobre matrices

Las Matrices son conjuntos de números o símbolos algebraicos en líneas horizontales y verticales y dispuestos en forma de rectángulo (REAL ACADEMIA ESPAÑOLA, 2023).

Las matrices son un conjunto bidimensional de números o símbolos distribuidos de forma rectangular, en líneas verticales y horizontales, de manera que sus elementos se organizan en filas y columnas. Sirven para describir sistemas de ecuaciones lineales o diferenciales, así como para representar una aplicación lineal.

Toda matriz se representa por medio de una letra mayúscula, y sus elementos se reúnen entre dos paréntesis o corchetes, en letra minúscula. A su vez, tienen doble superíndice: el primero hace referencia a la fila y el segundo a la columna a la que pertenece. (FERROVIAL, 2023).

Las matrices, aunque a simple vista se puedan observar como algo muy complejo o raro, en realidad tiene muchas aplicaciones en distintos ámbitos profesionales, como en la informática, ingeniería, matemáticas, economía, administración, etc.

En este ensayo usaremos las matrices como herramienta para el manejo de una empresa, ejemplificando a través de situaciones administrativas.

Las matrices y la administración

En el ámbito de la economía las matrices son una herramienta para calcular ciertos costos y cantidades de productos, también sirven para representar procesos de producción y flujos de producción, también es útil para evaluar y seleccionar estrategias competitivas o de negocios.

Para entender mejor cual es la aplicación de las matrices en administración o economía resolveremos unos problemas, poniendo en práctica suma y producto de matrices.

Ejemplo 1

Las matrices E, F Y M corresponden a la información, en miles de pesos para los tres primeros meses del año de las ventas, costos y utilidades mensuales (columnas) para dos sucursales (filas) de una cadena de farmacias.

Datos en forma matricial:

E (enero), F(febrero) y M(marzo)

La primera columna representa la cantidad de ventas de ambas sucursales.

La segunda columna representa los costos de ambas sucursales.

La tercera columna representa las utilidades de ambas sucursales.

Cada fila representa los datos de una sucursal.

$$E= \begin{bmatrix} 600 & 250 & 350 \\ 550 & 180 & 400 \end{bmatrix} \quad F= \begin{bmatrix} 650 & 330 & 250 \\ 600 & 270 & 400 \end{bmatrix} \quad M= \begin{bmatrix} 580 & 270 & 350 \\ 625 & 350 & 410 \end{bmatrix}$$

Encontrar el valor de las ventas, costos y utilidades para el primer trimestre.

Solución: El total (T) de las ventas, costos y utilidades de los tres primeros meses para ambas sucursales se obtiene sumando las matrices E, F Y M.

E+F+M=

$$\begin{bmatrix} 600 & 250 & 350 \\ 550 & 180 & 400 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 650 & 330 & 250 \\ 600 & 270 & 400 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 580 & 270 & 350 \\ 625 & 350 & 410 \end{bmatrix} = T \begin{bmatrix} 1830 & 850 & 950 \\ 1775 & 800 & 1210 \end{bmatrix}$$

Ejemplo 2

El dueño de una librería necesita saber el valor total su inventario, el cual procede a un conteo físico de su mercancía, obteniendo los siguientes datos:100 revistas, 70 libros de cocina y 90 novelas en existencia, el valor de cada revista es de $28, cada libro de cocina cuesta $22 y cada novela $16.

Para determinar el valor total del inventario aplicaremos el producto de matrices.

El inventario de la tienda se puede agrupar en una matriz fila de la siguiente manera:

Primera columna la cantidad de revistas.

Segunda columna la cantidad de libros de cocina.

Tercera columna la cantidad de novelas.

A = [100 70 90]

En cuanto a los costos de cada producto se puede agrupar en matriz columna de la siguiente manera:

Primera fila el costo de las revistas.

Segunda fila el costo de los libros de cocina.

Tercera fila el costo de las novelas

$$B= \begin{bmatrix} 28 \\ 22 \\ 16 \end{bmatrix}$$

El valor total del inventario se obtiene multiplicando las matrices A y B.

$$A*C= [100 \;\; 70 \;\; 90] \begin{bmatrix} 28 \\ 22 \\ 16 \end{bmatrix} = [(100)(28)+(70)(22)+(90)(16)=5780$$

Con este resultado tenemos el valor total del inventario que dispone la tienda que sería de $5780.

Como pudimos observar el manejo de las matrices en la parte administrativa no es algo complejo, son muy simples y fáciles de usar, y, sobre todo es una herramienta de mucha utilidad para organizar datos, y hacer cálculos de manera más rápida y precisa. En estos ejemplos pudimos observar cómo fue la aplicación en la parte administrativa, pero de igual modo podemos aplicarla en distintas actividades donde se necesita organizar, calcular varios datos numéricos, y así obtener resultados óptimos.

Bibliografía

https://guiasjuridicas.laleynext.es/Content/Documento.aspx?params=H4sIAAAAAAAEAMtMSbF1jTAAASMTMwMjtbLUouLM_DxbIwMDS0NDQ3OQQGZapUt-ckhlQaptWmJOcSoAF4VpKTUAAAA=WKE#:~:text=Las%20matrices%20estrat%C3%A9gicas%20o%20de,en%20relaci%C3%B3n%20con%20sus%20competidores.

https://elinsignia.com/2017/11/07/matrices-aplicadas-en-administracion/

https://www.uv.mx/personal/aherrera/files/2014/08/11d.-ALGEBRA-DE-MATRICES-4.pdf

https://dle.rae.es/matriz

Ejercicio 1. La compañía telefónica de Roberto le cobra 10 € mensuales de cuota y 0.05 € por cada minuto de llamada.

a) Calcular la función que proporciona el costo de la factura mensual de Roberto en función del número de minutos de llamada.

$f(x) = 10 + (m \times 0.05)$

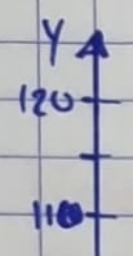
m = Cantidad de minutos de llamada

b) ¿Cuál sería el costo de un mes en el que ha realizado 50 min de llamadas? ¿Y si son 150 minutos?

$f(x) = 10 + (50 \times 0.05) = 12.5$ €

$f(x) = 10 + (150 \times 0.05) = 17.5$ €

c) Si la factura del mes de diciembre fue de 20 €. ¿Cuántos minutos de llamada realizó Roberto?



$$m(x) = \frac{20 - 10}{0.05}$$

$$m(x) = 200$$

Ejercicio 2. La siguiente función proporciona la distancia (en kilómetros) que recorre una moto a una velocidad de 100km/h en función del tiempo t (en horas):

$X(t) = 100 \cdot t$

a) ¿Qué distancia recorre en 2 horas? ¿y en 5 horas?
b) ¿Cuánto tiempo debe circular para recorrer 5 kilómetros?

a) $x(t) = 100 \times 2 = 200$ km en 2 horas
$x(t) = 100 \times 5 = 500$ km en 5 horas

b) $t(x) = D/V$ D = Distancia V = velocidad
$t(x) = 5/100 = 0.05$ hrs

Ejercicio 3. La plataforma Netflix le cobra a Carolina \$149 mensualmente de suscripción y \$29 por cada película alquilada dentro de la plataforma.

a) Calcular la función que proporciona el costo de la factura mensual de Carolina en función del número de películas alquiladas en Netflix
$f(x) = 149 + (N \times 29)$ N = Numero de películas alquiladas
c) ¿Cual sería el costo de un mes en el que ha alquilado 20 películas? ¿y si son 15 películas?
$f(x) = 149 + (20 \times 29) = 729$ $f(x) = 149 + (15 \times 29) = 584$
c) Si la factura del mes de Enero fue de \$555. ¿Cuántas películas alquiló Carolina en Netflix?

$f(x) = 555$

$$N(x) = \frac{f(x) - 149}{29}$$

$$N(x) = \frac{555 - 149}{29}$$

$$N(x) = 14$$

IDENTIFICAR LOS TIPOS DE MATRICES, SI ES DIAGONAL, EXPRESAR SU DIAG Y DIMENSION

Mi Universidad

$$I_8 = \begin{bmatrix} 1&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&1&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&1&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&1&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&1&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&1&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&1&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&1 \end{bmatrix}$$

Matriz diagonal de 8x8

$$H = \begin{bmatrix} 10 & 0 & 0 \\ 0 & 20 & 0 \\ 0 & 0 & 50 \end{bmatrix}$$

H = Diag((10,20,50), 3x3)

$$I_{10} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Error expresa que debe ser 10x10

$$A = \begin{bmatrix} 7 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$$

A = Dig((7,5), 2x2)

$$I_4 = \begin{bmatrix} 1&0&0&0 \\ 0&1&0&0 \\ 0&0&1&0 \\ 0&0&0&1 \end{bmatrix}$$

I_4 = Matriz diagonal de 4x4

$$I_3 = \begin{bmatrix} 1&0&0 \\ 0&1&0 \\ 0&0&1 \end{bmatrix}$$

I_3 = Matriz diagonal de 3x3

$$C = \begin{bmatrix} 7&0&0 \\ 3&9&0 \\ 0&1&2 \end{bmatrix}$$

C = Matriz bidiagonal inferior de 3x3

$$A = \begin{bmatrix} 1&8&0 \\ 0&4&6 \\ 0&0&9 \end{bmatrix}$$

A = Matriz bidiagonal superior de 3x3

$$Z = \begin{bmatrix} 9&0&0 \\ 1&2&0 \\ 0&2&1 \end{bmatrix}$$

Z = bidiagonal inferior de 3x3

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 12 & 0 \\ 0 & 1 & 3/4 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{bmatrix}$$

A = Matriz bidiagonal superior 3x3

$$X = \begin{bmatrix} 1&2&0&0 \\ 2&1&1&0 \\ 0&7&1&8 \\ 0&0&7&3 \end{bmatrix}$$

X = Matriz tridiagonal de 4x4

$$D = \begin{bmatrix} 0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0 \end{bmatrix}$$

D = Matriz nula

$$E = \begin{bmatrix} 1&5&0&0 \\ 2&7&9&0 \\ 0&3&1&6 \\ 0&0&9&3 \end{bmatrix}$$

E = Matriz tridiagonal de 4x4

OPERACIONES CON MATRICES

Suma.

Dadas dos matrices del mismo orden, A y B, se define su suma como otra matriz, C, del mismo orden que las matrices sumando cuyos elementos se obtienen sumando a cada elemento de la primera matriz, A, el correspondiente elemento de la segunda matriz sumando, B:

Ejemplo:

$$A = \begin{pmatrix} 7 & 3 & 0 \\ -1 & 2/3 & 3 \\ 0 & 3 & 4 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 0 & 1/3 & 5 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A + B = \begin{pmatrix} 7 & 3 & 0 \\ -1 & 2/3 & 3 \\ 0 & 3 & 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 0 & 1/3 & 5 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7+2 & 3+(-1) & 0+0 \\ -1+0 & (2/3)+(1/3) & 3+5 \\ 0+2 & 3+3 & 4+1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & 2 & 0 \\ -1 & 1 & 8 \\ 2 & 6 & 5 \end{pmatrix}$$

EJERCICIOS

RELIZAR 6 MATRICES DE 3X3 A, B, C, D, E Y F

SUMAR

A+B = X

C+D = Y

E+F = Z

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 3 & 5 & 9 \\ 5 & 2 & 1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 3 \\ 5 & 3 & 7 \\ 3 & 2 & 5 \end{bmatrix}$$

$$A+B = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 3 & 5 & 9 \\ 5 & 2 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 4 & 3 \\ 5 & 3 & 7 \\ 3 & 2 & 5 \end{bmatrix} = X \begin{bmatrix} 4 & 7 & 7 \\ 8 & 8 & 16 \\ 8 & 4 & 6 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 4 & 22 & -1 \\ 5 & 4 & 8 \\ 7 & 9 & 1 \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 3 \\ 8 & 1 & 21 \\ 5 & 4 & 9 \end{bmatrix}$$

$$C+D = \begin{bmatrix} 4 & 22 & -1 \\ 5 & 4 & 8 \\ 7 & 9 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4 & 1 & 3 \\ 8 & 1 & 21 \\ 5 & 4 & 9 \end{bmatrix} = Y \begin{bmatrix} 8 & 23 & 2 \\ 13 & 5 & 29 \\ 12 & 13 & 10 \end{bmatrix}$$

$$E = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 9 \\ 9 & 1 & 5 \\ 7 & 4 & 1 \end{bmatrix} \quad F = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 7 \\ 7 & 2 & 5 \\ 9 & 6 & 1 \end{bmatrix} \quad E+F = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 9 \\ 9 & 1 & 5 \\ 7 & 4 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 1 & 7 \\ 7 & 2 & 5 \\ 9 & 6 & 1 \end{bmatrix} = Z = \begin{bmatrix} 3 & 4 & 16 \\ 16 & 3 & 10 \\ 16 & 10 & 2 \end{bmatrix}$$

RESTA

La resta de dos matrices del mismo orden A y B, se define como la suma de A más la matriz opuesta de B, por lo que resultará ser otra matriz del mismo orden, D, cuyos elementos se obtienen de restar a cada elemento de la primera matriz A (minuendo) el elemento correspondiente de la matriz que resta, B (sustraendo). A

Ejemplo:

$$A - B = \begin{pmatrix} 7 & 3 & 0 \\ -1 & 2/3 & 3 \\ 0 & 3 & 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 0 & 1/3 & 5 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7-2 & 3-(-1) & 0-0 \\ -1-0 & (2/3)-(1/3) & 3-5 \\ 0-2 & 3-3 & 4-1 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 5 & 4 & 0 \\ -1 & 1/3 & -2 \\ -2 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

EJERCICIOS

RELIZAR 6 MATRICES DE 4X4 A, B, C, D, E Y F

RESTAR

A-B = X

C-D = Y

E-F = Z

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 0 & 4 & 5 \\ 2 & 5 & 3 & 2 \\ 8 & -7 & 1 & 7 \\ 5 & 1 & 4 & 9 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 5 & 4 & 0 & 3 \\ 2 & 3 & 5 & 2 \\ 7 & 1 & 7 & 8 \\ 9 & 1 & 4 & 5 \end{bmatrix}$$

$$A - B = \begin{bmatrix} -3 & 0 & 4 & 5 \\ 2 & 5 & 3 & 2 \\ 8 & -7 & 1 & 7 \\ 5 & 1 & 4 & 9 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 5 & 4 & 0 & 3 \\ 2 & 3 & 5 & 2 \\ 7 & 1 & 7 & 8 \\ 9 & 1 & 4 & 5 \end{bmatrix} = X = \begin{bmatrix} -8 & -4 & 4 & 2 \\ 0 & 2 & -2 & 0 \\ 1 & -8 & -6 & -1 \\ -4 & 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 5 & 7 & 4 & -6 \\ -2 & 1 & 2 & 8 \\ 4 & 3 & 1 & 3 \\ -7 & 5 & 3 & 2 \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 9 & 4 \\ 3 & 7 & -6 & -1 \\ 4 & 1 & 1 & 4 \\ 2 & 5 & 4 & -6 \end{bmatrix}$$

$$C - D = \begin{bmatrix} 5 & 7 & 4 & -6 \\ -2 & 1 & 2 & 8 \\ 4 & 3 & 1 & 3 \\ -7 & 5 & 3 & 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 5 & 9 & 4 \\ 3 & 7 & -6 & -1 \\ 4 & 1 & 1 & 4 \\ 2 & 5 & 4 & 6 \end{bmatrix} = Y = \begin{bmatrix} 4 & 2 & -5 & -10 \\ -5 & -6 & 8 & 9 \\ 0 & 2 & 0 & -1 \\ -9 & 0 & -1 & -4 \end{bmatrix}$$

$$E = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 5 & 4 \\ -1 & -4 & 7 & 1 \\ 3 & 2 & 2 & 3 \\ 9 & 3 & 1 & 9 \end{bmatrix} \qquad F = \begin{bmatrix} 4 & 5 & 2 & 3 \\ 1 & 9 & 3 & 2 \\ 4 & 5 & 2 & 7 \\ -4 & 2 & 9 & 4 \end{bmatrix}$$

$$E - F = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 5 & 4 \\ -1 & -4 & 7 & 1 \\ 3 & 2 & 2 & 3 \\ 9 & 3 & 1 & 9 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 4 & 5 & 2 & 3 \\ 1 & 9 & 3 & 2 \\ 4 & 5 & 2 & 7 \\ -4 & 2 & 9 & 4 \end{bmatrix} = Z = \begin{bmatrix} 0 & -3 & 3 & 1 \\ -2 & -13 & 4 & -1 \\ -1 & -3 & 0 & -4 \\ 13 & 1 & -8 & 5 \end{bmatrix}$$

Realizar una Matriz A de 4x4 y multiplicarlo por Alfa $a=-5$

$$A=\begin{bmatrix} 4 & 3 & 5 & 4 \\ 5 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 7 & 9 & 9 \\ 3 & 8 & 1 & 3 \end{bmatrix}_{4\times4} ;\ a=-5$$

$$a\cdot A=-5\begin{bmatrix} 4 & 3 & -5 & 4 \\ 5 & 1 & -2 & -1 \\ 1 & 7 & 9 & 9 \\ 3 & 8 & 1 & 3 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} -20 & -15 & 25 & -20 \\ -25 & -5 & 10 & 5 \\ -5 & -35 & -45 & -45 \\ -15 & -40 & -5 & -15 \end{bmatrix}$$

Realizar una matriz A de 2x2 y una matriz B de 2x3 y obtener su producto

$$A=\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}_{2\times2} \qquad B=\begin{bmatrix} 4 & 5 & 2 \\ 7 & 3 & 1 \end{bmatrix}_{2\times3}$$

2 3

$$A\cdot B=C \qquad C\begin{bmatrix} 29 & 19 & 7 \\ 39 & 20 & 7 \end{bmatrix}$$

$C_{11} = 8+21 = 29$

$C_{12} = 10+9 = 19$

$C_{13} = 4+3 = 7$

$C_{21} = 4+35 = 39$

$C_{22} = 5+15 = 20$

$C_{23} = 2+5 = 7$

TRASPUESTA DE UNA MATRIZ

A partir de conocer las operaciones básicas con matrices y el concepto de matriz traspuesta, está demostrado lo siguiente:

I.- La matriz traspuesta de la suma de dos matrices es igual a la suma de las matrices traspuestas de las matrices sumando:

(A + B)' = (A' + B')

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 2 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$A + B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 2 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2-2 & 3+0 \\ 0+2 & 1-1 \\ 1+0 & 2+0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 2 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$(A + B)' = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 2 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}' = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 3 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \Rightarrow A' = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 2 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow B' = \begin{pmatrix} -2 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$A' + B' = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2-2 & 0+2 & 1+0 \\ 3+0 & 1-1 & 2+0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 3 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 2 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

REALIZAR UNA MATRIZ A DE 2X3 Y UNA MATRIZ B DE 2X3 Y DEMOSTRAR:

I.- La matriz traspuesta de la suma de dos matrices es igual a la suma de las matrices traspuestas de las matrices sumando:

(A + B)' = (A' + B')

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 5 & 7 \\ 5 & 7 & 1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 1 \\ 9 & 1 & 3 \end{bmatrix} \quad A+B = \begin{bmatrix} 6 & 9 & 8 \\ 14 & 8 & 4 \end{bmatrix} \quad (A+B)' = \begin{bmatrix} 6 & 14 \\ 9 & 8 \\ 8 & 4 \end{bmatrix}$$

$$A' \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 5 & 7 \\ 7 & 1 \end{bmatrix} \quad B' = \begin{bmatrix} 2 & 9 \\ 4 & 1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \quad A'+B' = \begin{bmatrix} 6 & 14 \\ 9 & 8 \\ 8 & 4 \end{bmatrix}$$