



Karina Mendoza cruz
Lic. rodrigo Manuel Bravo López
Resumen

CALCULO DE PROBABILIDADES

En la vida cotidiana aparecen muchas situaciones en las que los resultados observados son diferentes, aunque las condiciones iniciales en las que se produce la experiencia sean las mismas.

La teoría de la probabilidad pretende ser una herramienta para modelizar y tratar con situaciones de este tipo.

La medida de probabilidad. Espacio Probabilístico

Para medir la incertidumbre existente en un experimento aleatorio¹ dado, se parte de un espacio muestral M en el que se incluyen todos los posibles resultados individuales del experimento (sucesos elementales); es decir, el conjunto muestral es un conjunto exhaustivo (contiene todas las posibles ocurrencias) y mutuamente exclusivo (no pueden darse dos ocurrencias a la vez). Una vez definido el espacio muestral, el objetivo consiste en asignar a todo suceso compuesto $A \subset M$ un número real que mida el grado de incertidumbre sobre su ocurrencia.

Definición Medida de Probabilidad. Una función p que proyecta los subconjuntos $A \subset M$ en el intervalo $[0, 1]$ se llama medida de probabilidad si satisface los siguientes axiomas:

Axioma 1: Un experimento se denomina aleatorio cuando puede dar resultados distintos al realizarse en las mismas condiciones (por ejemplo, lanzar un dado al aire y observar el número resultante). Formalmente, una medida de probabilidad se define sobre una σ -álgebra del espacio muestral, que es una colección de subconjuntos que es cerrada para los operadores de unión $A \cup B$ y complementario $A^c = M \setminus A$ (también para intersecciones $A \cap B = A \cup B$). Sin embargo, optamos por una definición menos rigurosa y más intuitiva para introducir este concepto.

Axioma 2: Para cualquier sucesión infinita, A_1, A_2, \dots , de subconjuntos disjuntos de M , se cumple la igualdad. El Axioma 1 establece que, independientemente de nuestro grado de certeza, ocurrirá un elemento del espacio muestral M (es decir, el conjunto M es exhaustivo).

Probabilidad condicionada:

Miraremos la forma en que cambia la probabilidad de un suceso A cuando se sabe que otro suceso B ha ocurrido.

A esta probabilidad se le denomina la probabilidad condicional del suceso A dado que el suceso B ha ocurrido.

La notación para esta probabilidad condicional es $P(A/B)$. Por conveniencia, esta notación se lee simplemente como la probabilidad condicional de A dado B.

Probabilidad condicional para sucesos independientes:

Dos sucesos, A y B, son independientes cuando la probabilidad de que suceda A no se ve afectada porque haya sucedido, o no B, .

Por ejemplo, Si tiramos dos veces una moneda, el segundo resultado que obtenemos no está influenciado por el primer resultado obtenido. Si dos sucesos A y B son independientes, entonces $P(A/B) = P(A)$.

Teoremas asociados:

El teorema de Bayes es utilizado para calcular la probabilidad de un suceso, teniendo información de antemano sobre ese suceso.

Podemos calcular la probabilidad de un suceso A, sabiendo además que ese A cumple cierta característica que condiciona su probabilidad.

Fórmula del teorema de Bayes

Para calcular la probabilidad tal como la definió Bayes en este tipo de sucesos, necesitamos una fórmula. La fórmula se define matemáticamente como:

$$P(A_n/B) = P(B/A_n)$$

Se calcula la probabilidad total. Ya que, a partir los diferentes sucesos, calculamos la probabilidad de que sea defectuoso. $P(D) = [P(A) \times P(D/A)] + [P(B) \times P(D/B)] + [P(C) \times P(D/C)] = [0,4 \times 0,02] + [0,3 \times 0,03] + [0,3 \times 0,05] = 0,032$

Variable aleatoria:

Se llama variable aleatoria a toda función que asocia a cada elemento del espacio muestral E un número real.

Tipos de variable aleatoria

Dentro de las variables aleatorias existen, fundamentalmente, dos tipos. Su clasificación, depende del tipo de número que arroja la función matemática. Una variable aleatoria puede ser de dos tipos:

- **Variable aleatoria discreta:** Una variable aleatoria es discreta si los números a los que da lugar son números enteros. La forma de calcular las probabilidades de una variable aleatoria discreta es a través de la función de probabilidad.
- **Variable aleatoria continua:** Una variable aleatoria es continua en caso de que los números a los que dé lugar no sean números enteros.

Concepto de variable aleatoria. Probabilidad inducida

Una variable es un símbolo que actúa en las funciones, las fórmulas, los algoritmos y las proposiciones de las matemáticas y la estadística. Según sus características, las variables se clasifican de distinto modo.

Variable aleatoria

Se denomina variable aleatoria (o estocástica) a la función que adjudica eventos posibles a números reales (cifras), cuyos valores se miden en experimentos de tipo aleatorio.

Función de distribución.

En la teoría de la probabilidad y en estadística, la Función de Distribución Acumulada (FDA, designada también a veces simplemente como FD) o función de probabilidad acumulada asociada a una variable aleatoria real: X (mayúscula) sujeta a cierta ley de distribución de probabilidad, es una función matemática de la variable real: x (minúscula); que describe la probabilidad de que X tenga un valor menor o igual que x .

Variables aleatorias discretas y continuas

Una variable aleatoria es una función que asigna un valor numérico, al resultado de un experimento aleatorio. Una variable aleatoria puede ser discreta o continua.

Las variables aleatorias discretas son aquellas que presentan un número contable de valores; por ejemplo, el número de personas que viven en una casa (3, 5 o 9).

Las variables aleatorias continuas son aquellas que presentan un número incontable de valores; por ejemplo, el peso de las vacas en una granja (una vaca puede pesar 632.12 kg, otra puede pesar 583.12312 kg, otra 253.12012 kg, otra 198.0876 kg y nunca terminaríamos de enumerar todos los posibles valores).

Esperanza de una variable aleatoria

En estadística la esperanza matemática (también llamada esperanza, valor esperado, media poblacional o media) de una variable aleatoria, es el número que formaliza la idea de valor medio de un fenómeno aleatorio.

Cuando la variable aleatoria es discreta, la esperanza es igual a la suma de la probabilidad de cada posible suceso aleatorio multiplicado por el valor de dicho suceso. Por lo tanto, representa la cantidad media que se "espera" como resultado de un experimento aleatorio cuando la probabilidad de cada suceso se mantiene constante y el experimento se repite un elevado número de veces.

Características de una variable

Las variables como entidades empíricas del problema de investigación presentan un conjunto de características significativas tales como:

- Están contenidas esencialmente en el título, el problema, el objetivo y las respectivas hipótesis de la investigación.

Son aspectos que cambian o adoptan distintos valores.

Momentos de una variable aleatoria

Cuando la distribución de probabilidad de una variable aleatoria no es conocida, diversas características de ella pueden proporcionar una descripción general de la misma. Entre las distintas características de una distribución ocupan un importante lugar los momentos, entre los que cabe destacar los diferentes tipos que definimos a continuación:

- Momentos no centrados
- Momentos centrados en media.

Los momentos centrados se calculan, como los no centrados, teniendo en cuenta la definición de esperanza de una función de una variable aleatoria.

La varianza de una variable, si existe, es el valor medio de las dispersiones cuadráticas de los valores de la variable respecto de su media.

Funciones asociadas a una variable aleatoria

Una función que asocia un número real, perfectamente definido, a cada punto muestral. A veces las variables aleatorias (v.a.) están ya implícitas en los puntos muestrales.

La función que caracteriza las variables continuas es aquella función f positiva e integrable en los reales, tal que acumulada desde $-\infty$ hasta un punto x , nos proporciona el valor de la función de distribución en x , $F(x)$. Recibe el nombre de función de densidad de la variable aleatoria continua.