PASIÓN POR EDUCAR

Nombre de alumno: Jesus Emmanuel Meza Gomez

Nombre del profesor: Juan José Ojeda Trujillo

PASIÓN POR EDUCAR

Grado: 3°

Grupo: A

Comitán de Domínguez Chiapas a 15 de diciembre del 2022

Super nota de 4 unidad geometría analítica

Vamos a desarrollar el mecanismo que se debe seguir para conseguir la ecuación de una circunferencia si se conocen tres puntos por donde pasa.

La ecuación general de una circunferencia x2+y2+Ax+Bx+C=0 tiene 3 parámetros a determinar que son A, B y C.

Por lo tanto, se sabe que si se tiene un sistema de 3 ecuaciones se podrán determinar los 3 parámetros.

Así pues, los 3 puntos dados que sabemos que son de la circunferencia los debemos sustituir en la ecuación general y de eso resultarán tres ecuaciones con incógnitas A, B y C.

Ejemplo

Supongamos que la circunferencia a describir pasa por los puntos (0,0), (3,1) y (5,7).

Sustituimos para cada uno x e y en la ecuación general de la circunferencia:(0,0)⇒02+02+A·0+B·0+C=0(3,1)⇒32+12+A·3+B·1+C=0(5,7)⇒52+72+A·5+B·7+C=0Debemos resolver el siguiente sistema de ecuaciones para incógnitas A, B y C:{C=09+1+A·3+B·1+C=025+49+A·5+B·7+C=0

Primero sustituimos la C en las demás ecuaciones puesto que ya es conocida, (es cero) y realizamos las operaciones entre los términos independientes.{10+3A+B=074+5A+7B=0

Aislamos por ejemplo B de la primer ecuación:B−10−3Ay la ponemos en la segunda ecuación de donde podremos aislar y obtener A:74+5A+7(−10−3A)=074+5A−70−21A=016A=4A=416=14

Entonces sustituimos el valor de A obtenido en la expresión B=−10−3Ay obtendremos que B=−434

Así pues ya conocemos cada uno de los parámetros que nos determinan la circunferencia, por lo tanto podemos escribir la ecuación:

X2+y2+1/4x-4/43=0

Conclusiones actividad 1

La posición relativa de una recta con respecto a una circunferencia puede ser:

Exterior: Si la distancia entre la recta y el centro es mayor que el radio.

Tangente: Si la distancia entre la recta y el centro es igual que el radio.

Secante: Si la distancia entre la recta y el centro es menor que el radio.

Actividad 2

En el siguiente applet aparece un punto P de una circunferencia y una recta que pasa por el mismo.

Puedes mover el punto P sobre la circunferencia y también hacer que varíe la dirección de la recta arrastrando el punto Q.

Arrastra el punto Q y fíjate en las distancias al centro de la circunferencia de las rectas que se generan en este movimimiento. Compara estas distancias con el radio.

¿Cuál es la distancia máxima? ¿Qué tiene de particular la recta que está a la máxima distancia del centro?

¿El segmento gris del applet, sobre el que se miden las distancias, coincide en alguna recta con el radio OP?

¿En qué recta el radio OP coincide con el segmento sobre el que se mide la distancia de la recta al centro?

Activa la casilla "Ver recta tangente" y extrae conclusiones.Please install Java 1.4 (or later) to use this page.

Conclusión importante de la actividad 2

Una recta tangente a una circunferencia forma un ángulo recto con el radio de la circunferencia que pasa por el punto de tangencia.

Actividad 3

Utiliza el siguiente applet para mostrar las posiciones relativas entre una circunferencia y una recta.

Traza una circunferencia.

Dibuja una recta exterior y escribe debajo "recta exterior".

Dibuja una recta tangente a la circunferencia y escribe debajo "recta tangente".

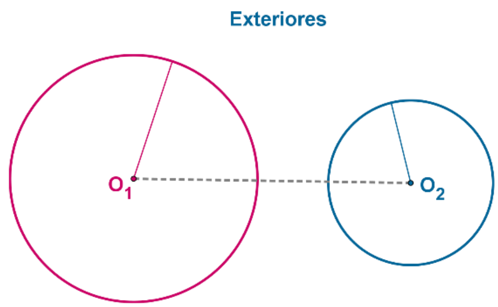
Dibuja una recta secante a la circunferencia, halla sus puntos de corte con al circunferencia y escribe debajo "recta secante".

Guarda el archivo como "posiciones_relativas_recta_circunferencia"

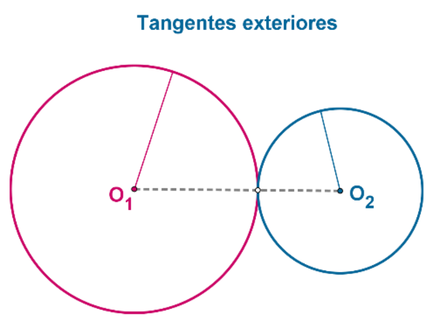
Conclusiones actividad 1

La posición relativa de dos circunferencias puede ser:

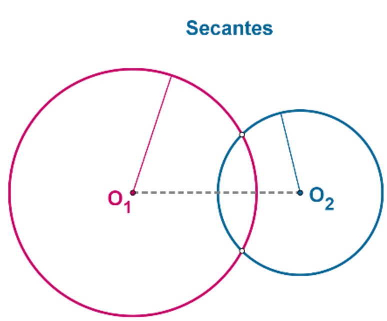
Exteriores: Si no tienen ningún punto en común y la distancia entre sus centros es mayor que la suma de sus radios.



Tangentes exteriores: Tienen un punto en común y la distancia entre sus centros es igual que la suma de sus radios.

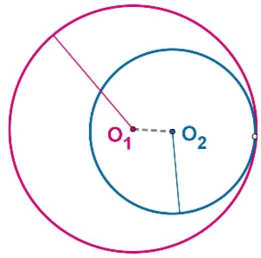


Secantes: Tienen dos puntos en común. La distancia entre sus centros es menor que la suma de sus radios y mayor que su diferencia.



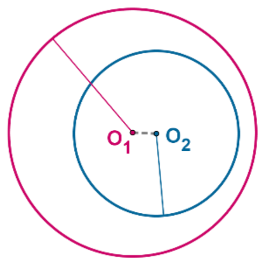
Tangentes interiores: Tienen un punto en común y la distancia entre sus centros es igual que la diferencia de sus radios.

Tangentes interiores



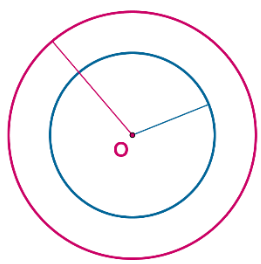
Interiores: No tienen ningún punto en común y la distancia entre sus centros es menor que la diferencia de sus radios.

Interiores



Interiores concéntricas: No tienen puntos en común y la distancia entre sus centros es cero (coinciden).

Concéntricas

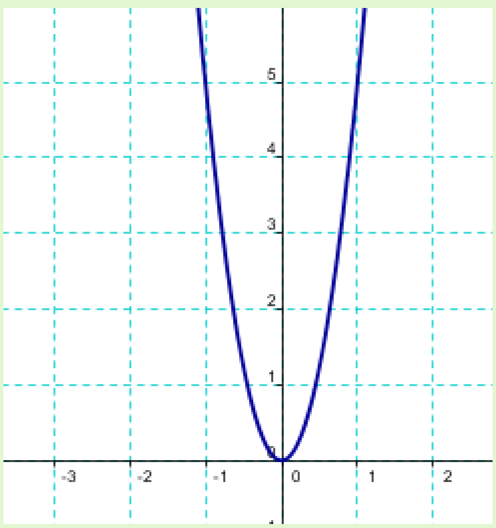


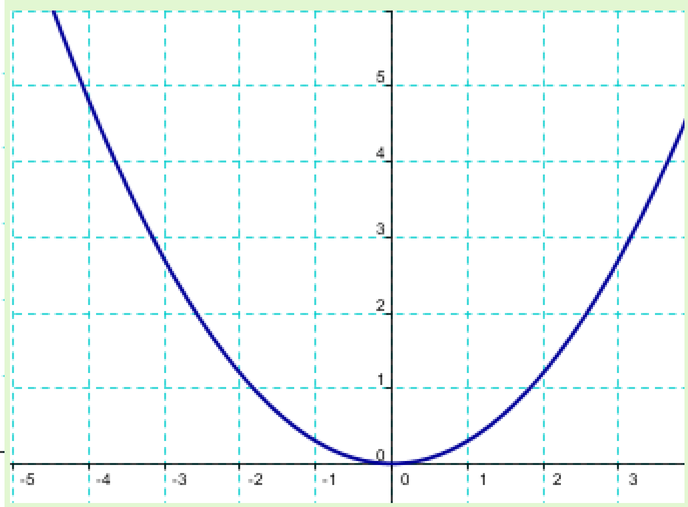
La forma general de la expresión algebraica de la parábola es $y=f(x)=ax^2+bx+c$ donde $a\neq 0$ y tiene las siguientes características:

- Tiene un eje de simetría en la recta $x=-\frac{b}{2a}$, que pasa por el vértice.
- La coordenada x del vértice es $x=-\frac{b}{2a}$. Por tanto, el vértice es el punto:

$$V=\left(-\frac{b}{2a},f\left(-\frac{b}{2a}\right)\right)$$

- La parábola tiene las ramas hacia arriba si $a>0$ y tiene las ramas hacia abajo si $a<0$.
- Los coeficientes b y c sólo trasladan la parábola, no cambian su forma.
- La parábola es más estilizada cuanto mayor es a en valor absoluto:





En la siguiente animación mueve los parámetros a, b y c y observa cómo varía la ecuación de la gráfica y deduce cómo influyen a y c en la gráfica.
Después traslada la gráfica y observa qué ocurre con la ecuación.

Gráfica a expresión algebraica

Nuestro objetivo es hallar la expresión algebraica de una parábola, $y=ax^2+bx+c$, viendo su gráfica.
Para hallar el coeficiente de x^2, nos situaremos en el vértice, avanzamos 1 a la derecha. El coeficiente, a será lo que haya subido $(a>0)$ o bajado $(a<0)$ la variable dependiente hasta encontrarse con la parábola.
El término independiente, c, es el corte de la parábola con el eje de ordenadas.
Para averiguar el coeficiente de x, b, basta con sustituir en la ecuación del eje de simetría: $x=-\frac{b}{2a}$

La siguiente escena de Geogebra nos ayudará a averiguar la ecuación de una parábola dada su gráfica:

Expresión algebraica a gráfica

Ahora queremos realizar el ejercicio contrario, nos dan la expresión algebraica, $f(x)=ax^2+bx+c$ y queremos representar la función. Para ello seguiremos los siguientes pasos:

Primero:

Hallamos el vértice:

- La coordenada x del vértice es $x_v=-\frac{b}{2a}$
- La coordenada y del vértice se obtiene sustituyendo la x_v, hallada anteriormente, en la expresión algebraica de la función, es decir, $f(x_v)$

Segundo:

Calculamos los cortes de la función con los ejes de coordenadas:

- Con el Eje Y, el punto de corte es el valor del término independiente, c.
- Con el Eje X, tenemos que hacer $f(x)=0$, es decir, tenemos que resolver la ecuación ecuación de segundo grado $ax^2+bx+c=0$

Tercero:

Completamos una tabla de valores preferentemente con puntos cercanos al vértice.

Dibuja la gráfica de las siguientes funciones cuadráticas hallando previamente el vértice y los cortes con los ejes:

- $f(x)=x^2-2x-3$f(x)=x2−2x−3
- $f(x)=-x^2+2x$f(x)=−x2+2x
- $f(x)=-x^2+4x-4$f(x)=−x2+4x−4
- $f(x)=2x^2+1$f(x)=2x2+1
- $f(x)=2x^2+4x+3$f(x)=2x2+4x+3

Cuando hayas terminado, utiliza la siguiente escena de GeoGebra para dibujar las gráficas.

Escribe la ecuación de cada función en la casilla correspondiente