Nombre del Alumno: Emilly Cruz Martínez
Nombre del tema: Calculo de Probabilidades
Modulo: I
Nombre de la Materia: Bioestadística
Nombre del profesor: Rosario Gómez Lujano
Nombre de la Licenciatura: Enfermería
Cuatrimestre: 4to

Calculo de Probabilidades

La medida de probabilidad. Espacio Probabilístico

Definición Medida de Probabilidad. Una función p que proyecta los subconjuntos A ⊂ M en el intervalo [0, 1] se llama medida de probabilidad si satisface los siguientes axiomas.

Axioma 1: Un experimento se denomina aleatorio cuando puede dar resultados distintos al realizarse en las mismas condiciones (por ejemplo, lanzar un dado al aire y observar el número resultante).

Axioma 2: Para cualquier sucesión infinita, A1, A2, . . ., de subconjuntos disjuntos de M, se cumple la igualdad. El Axioma 1 establece que, independientemente de nuestro grado de certeza, ocurrirá un elemento del espacio muestral M (es decir, el conjunto M es exhaustivo). El Axioma 2 es una fórmula de agregación que se usa para calcular la probabilidad de la unión de subconjuntos disjuntos.

Probabilidad Condicionada

Miraremos la forma en que cambia la probabilidad de un suceso A cuando se sabe que otro suceso B ha ocurrido. La notación para esta probabilidad condicional es P(Al B). Por conveniencia, esta notación se lee simplemente como la probabilidad condicional de A dado B.

.

Ejemplo: En un grupo de 100 estudiantes, 35 jóvenes juegan al fútbol y al baloncesto, mientras que 80 de los miembros practican fútbol. ¿Cuál es la probabilidad de que uno de los estudiantes que juega al fútbol, también juegue al baloncesto o básquet? Evento A: Que un estudiante juegue al baloncesto (x) Evento
B: Que un estudiante juegue al fútbol (80)
Evento A y B: Que un estudiante juegue al fútbol y al baloncesto (35) P (A / B) = P (A∩B) / P (B) P (A / B) = 35 / 80 P (A / B) = 0,4375 P (A / B) = 43,75%

Teoremas Asociados

El teorema de Bayes es utilizado para calcular la probabilidad de un suceso, teniendo información de antemano sobre ese suceso. Donde B es el suceso sobre el que tenemos información previa y A(n) son los distintos sucesos condicionados. En la parte del numerador tenemos la probabilidad condicionada, y en la parte de abajo la probabilidad total. Ejemplo: Si un envase ha sido fabricado por la fábrica de esta empresa en Estados Unidos ¿Cuál es la probabilidad de que sea defectuoso?

Se calcula la probabilidad total(D) = [P(A) x P(D/A)] + [P(B) x P(D/B)] + [P(C) x P(D/C)] = [0,4 x 0,02] + [0,3 x 0,03] + [0,3 x 0,05] = 0,032. Siguiendo con la pregunta anterior, ¿Cuáles es la probabilidad de que haya sido fabricado por la máquina A? ¿Y por la máquina B? ¿Y por la máquina C? Aquí se utiliza el teorema de Bayes. P(A/D) = [P(A) x P(D/A)] / P(D) = [0,40 x 0,02] / 0,032 = 0,25 P(B/D) = [P(B) x P(D/B)] / P(D) = [0,30 x 0,03] / 0,032 = 0,28 P(C/D) = [P(C) x P(D/C)] / P(D) = [0,30 x 0,05] / 0,032 = 0,47.
La probabilidad de que haya sido producido por la máquina A es del 25%, de que haya sido producido por la máquina B es del 28% y de que haya sido producido por la máquina C es del 47%.

Calculo de Probabilidades

Variable Aleatoria

Se llama variable aleatoria a toda función que asocia a cada elemento del espacio muestral E un número real. Dentro de las variables aleatorias existen, fundamentalmente, dos tipos.

° Variable aleatoria discreta: Una variable aleatoria es discreta si los números a los que da lugar son números enteros. La forma de calcular las probabilidades de una variable aleatoria discreta es a través de la función de probabilidad.

° Variable aleatoria continua: Una variable aleatoria es continua en caso de que los números a los que dé lugar no sean números enteros. Es decir, tengan decimales. La probabilidad de que se dé un suceso determinado correspondiente a una variable aleatoria continua, viene establecida por la función de densidad.

Ejemplo de variable aleatoria: Una variable aleatoria bien podría ser la función de los resultados del lanzamiento de un dado. Es importante diferenciar aquí tres conceptos.

Dado: No es la variable aleatoria. El dado es simplemente un objeto.

Lanzamiento de un dado: No es la variable aleatoria. El lanzamiento de un dado es el experimento aleatorio.

Resultados del lanzamiento de un dado: Sí es la variable aleatoria. Es la función que recoge los resultados del lanzamiento del dado. Un ejemplo de variable aleatoria podría ser: Que salga un número mayor que 2 al lanzar el dado. X: Que salga mayor que 2 al lanzar el dado Distribución de probabilidad: 1/3 no sale mayor que 2 y 2/3 si sale mayor que 2.

Concepto de variable aleatoria. Probabilidad inducida

Se denomina variable aleatoria a la función que adjudica eventos posibles a números reales, cuyos valores se miden en experimentos de tipo aleatorio. Estos valores posibles representan los resultados de experimentos que todavía no se llevaron a cabo o cantidades inciertas. La variable aleatoria, en definitiva, permite ofrecer una descripción de la probabilidad de que se adoptan ciertos valores.

podríamos decir que una variable aleatoria es una función medible de Ω en los reales. Esta condición nos asegura que podremos calcular sin problemas, probabilidades sobre intervalos de la recta real a partir de las probabilidades de los sucesos correspondientes. La expresión anterior se leería de la manera siguiente: La probabilidad de que la variable aleatoria tome valores inferiores o iguales a x es igual a la probabilidad del suceso formado por el conjunto de resultados elementales sobre los que el valor de la variable es menor o igual que x.

Función de Distribución

la Función de Distribución Acumulada (FDA, designada también a veces simplemente como FD) o función de probabilidad acumulada asociada a una variable aleatoria real: X (mayúscula) sujeta a cierta ley de distribución de probabilidad, es una función matemática de la variable real: x (minúscula); que describe la probabilidad de que X tenga un valor menor o igual que x. .

La FDA asocia a cada valor x, la probabilidad del evento: "la variable X toma valores menores o iguales a x". El concepto de FDA puede generalizarse para modelar variables aleatorias multivariantes.

Calculo de Probabilidades

Variables aleatorias discretas y continuas

Una variable aleatoria es una función que asigna un valor numérico, al resultado de un experimento aleatorio. Una variable aleatoria puede ser discreta o continua.

Las variables aleatorias discretas son aquellas que presentan un número contable de valores; por ejemplo, el número de personas que viven en una casa (3, 5 o 9).

Las variables aleatorias continuas son aquellas que presentan un número incontable de valores; por ejemplo, el peso de las vacas en una granja (una vaca puede pesar 632.12 kg, otra puede pesar 583.12312 kg, otra 253.12012 kg, otra 198.0876 kg y nunca terminaríamos de enumerar todos los posibles valores).

Características de una Variable

Las variables como entidades empíricas del problema de investigación presentan un conjunto de características significativas tales como:

Están contenidas esencialmente en el título, el problema, el objetivo y las respectivas hipótesis de la investigación.

° Son aspectos que cambian o adoptan distintos valores.

° Son enunciados que expresan rasgos característicos de los problemas medibles empíricamente.

° Son susceptibles de descomposición empírica. Dicho de otro término, que las variables pueden desagregarse en indicadores, índices, subíndices e ítems.

Esperanza de una Variable Aleatoria

En estadística la esperanza matemática de una variable aleatoria, es el número que formaliza la idea de valor medio de un fenómeno aleatorio. Cuando la variable aleatoria es discreta, la esperanza es igual a la suma de la probabilidad de cada posible suceso aleatorio multiplicado por el valor de dicho suceso. Cabe decir que el valor que toma la esperanza matemática en algunos casos puede no ser "esperado" en el sentido más general de la palabra (el valor de la esperanza puede ser improbable o incluso imposible).

En caso de que el recorrido sea infinito la esperanza existe si la se resultante es absolutamente convergente, condición que no siempre se cumple. La definición se corresponde con un promed ponderado según su probabilidad de los valores del recorrido y, p tanto, se corresponde con la idea de un valor medio teórico.

Calculo de Probabilidades

Momentos de una Variable Aleatoria

Cuando la distribución de probabilidad de una variable aleatoria no es conocida, diversas características de ella pueden proporcionar una descripción general de la misma. Entre las distintas características de una distribución ocupan un importante lugar los momentos, entre los que cabe destacar los diferentes tipos que definimos a continuación:

Momentos no centrados

Momentos centrados en media

Los momentos centrados se calculan, como los no centrados, teniendo en cuenta la definición de esperanza de una función de una variable aleatoria. La varianza de una variable, si existe, es el valor medio de las dispersiones cuadráticas de los valores de la variable respecto de su media. Por este motivo, tanto la varianza como su raíz cuadrada, σX, que se denomina desviación típica, se usan, como se verá posteriormente, como medidas de la dispersión de la variable.

Funciones Asociadas a una Variable Aleatoria

La función que caracteriza las variables continuas es aquella función f positiva e integrable en los reales, tal que acumulada desde -∞ hasta un punto x, nos proporciona el valor de la función de distribución en x, F(x). Recibe el nombre de función de densidad de la variable aleatoria continua.

Las funciones de densidad discreta y continua tienen, por tanto, un significado análogo, ambas son las funciones que acumuladas (en forma de sumatorio en el caso discreto o en forma de integral en el caso continuo) dan como resultado la función de distribución.

La diferencia entre ambas, sin embargo, es notable. La función de densidad discreta toma valores positivos únicamente en los puntos de recorrido y se interpreta como la probabilidad de la que la variable tome ese valor f(x) = P (X = x). La función de densidad continua toma valores en el conjunto de números reales y no se interpreta como una probabilidad. No está acotada por 1, puede tomar cualquier valor positivo. En una variable continua se cumple que probabilidades definidas sobre puntos concretos siempre son nulas.

Bibliografía: Antología de Bioestadística