

Nombre del Alumno

Diana Patricia Castillejos López

Nombre del tema

Calculo de prioridades

Parcial

Segundo parcial

Nombre de la Materia

Estadística

Nombre del profesor

Rosario Gómez Lujano

Nombre de la Licenciatura

LIC. Enfermería

Cuatrimestre

Cuarto cuatrimestre

CALCULO DE PROBABILIDADES

2.1 LA MEDIDA DE PROBABILIDAD. ESPACIO PROBABILÍSTICO

Para medir la incertidumbre existente en un experimento aleatorio1 dado, se parte de un espacio muestral M en el que se incluyen todos los posibles resultados individuales del experimento (sucesos elementales); es decir, el conjunto muestral es un conjunto exhaustivo (contiene todas las posibles ocurrencias) y mutuamente exclusivo (no pueden darse dos ocurrencias a la vez).

Definición Medida de Probabilidad. Una función p que proyecta los subconjuntos $A \subset M$ en el intervalo $[0, 1]$ se llama medida de probabilidad si satisface los siguientes axiomas:

Axioma 1: Un experimento se denomina aleatorio cuando puede dar resultados distintos al realizarse en las mismas condiciones Formalmente, una medida de probabilidad se define sobre una σ -álgebra del espacio muestral, que es una colección de subconjuntos que es cerrada para los operadores de unión $A \cup B$ y complementario $A^c = M \setminus A$ (también para intersecciones $A \cap B = A \cup B^c$).

Axioma 2: Para cualquier sucesión infinita, A_1, A_2, \dots , de subconjuntos disjuntos de M , se cumple la igualdad. El Axioma 1 establece que, independientemente de nuestro grado de certeza, ocurrirá un elemento del espacio muestral M (es decir, el conjunto M es exhaustivo). El Axioma 2 es una fórmula de agregación que se usa para calcular la probabilidad de la unión de subconjuntos disjuntos.

Axioma 2: Para cualquier sucesión infinita, A_1, A_2, \dots , de subconjuntos disjuntos de M , se cumple la igualdad. El Axioma 1 establece que, independientemente de nuestro grado de certeza, ocurrirá un elemento del espacio muestral M (es decir, el conjunto M es exhaustivo). El Axioma 2 es una fórmula de agregación que se usa para calcular la probabilidad de la unión de subconjuntos disjuntos.

En la vida cotidiana aparecen muchas situaciones en las que los resultados observados son diferentes, aunque las condiciones iniciales en las que se produce la experiencia sean las mismas. En el lenguaje habitual, frases como "probablemente...", "es poco probable que...", "hay muchas posibilidades de que..." hacen referencia a esta incertidumbre. La teoría de la probabilidad pretende ser una herramienta para modelizar y tratar con situaciones de este tipo. Por otra parte, cuando aplicamos las técnicas estadísticas a la recogida, análisis e interpretación de los datos, la teoría de la probabilidad proporciona una base para evaluar la fiabilidad de las conclusiones alcanzadas y las inferencias realizadas.

2.4 VARIABLE ALEATORIA.

Se llama variable aleatoria a toda función que asocia a cada elemento del espacio muestral un número real. Se utilizan letras mayúsculas para designar variables aleatorias, y las respectivas minúsculas para designar valores concretos de las mismas.

- ☐ Variable aleatoria discreta: Una variable aleatoria es discreta si los números a los que da lugar son números enteros.
- ☐ Variable aleatoria continua: Una variable aleatoria es continua en caso de que los números a los que dé lugar no sean números enteros. Es decir, tengan decimales.

Ejemplo de variable aleatoria
 ☐ Dado: No es la variable aleatoria. El dado es simplemente un objeto.
 ☐ Lanzamiento de un dado: No es la variable aleatoria. El lanzamiento de un dado es el experimento aleatorio.
 ☐ Resultados del lanzamiento de un dado: Sí es la variable aleatoria. Es la función que recoge los resultados del lanzamiento del dado.
 Por tanto, nuestra variable aleatoria dependerá del resultado concreto del valor del dado. El tipo de variable al que estamos haciendo referencia es discreta. ¿Por qué lo sabemos? Porque cuando tiramos un dado solo podemos obtener 6 posibles resultados. Todos ellos, son números enteros. Concretamente, entre 1 y 6.

2.2 PROBABILIDAD CONDICIONADA.

Miraremos la forma en que cambia la probabilidad de un suceso cuando se sabe que otro suceso ha ocurrido. A esta probabilidad se le denomina la probabilidad condicional del suceso dado que el suceso ha ocurrido. La notación para esta probabilidad condicional es $P(A|B)$. Por conveniencia, esta notación se lee simplemente como la probabilidad condicional de A dado B .

Probabilidad condicional para sucesos independientes Dos sucesos, A y B , son independientes cuando la probabilidad de que suceda no se ve afectada porque haya sucedido, o no, .

Sucesos dependientes Dos sucesos, A y B , son dependientes cuando la probabilidad de que suceda se ve afectada porque haya sucedido, o no, .

2.3 TEOREMAS ASOCIADOS.

El teorema de Bayes es utilizado para calcular la probabilidad de un suceso, teniendo información de antemano sobre ese suceso. Podemos calcular la probabilidad de un suceso A , sabiendo además que ese A cumple cierta característica que condiciona su probabilidad. El teorema de Bayes entiende la probabilidad de forma inversa al teorema de la probabilidad total.

Fórmula del teorema de Bayes Para calcular la probabilidad tal como la definió Bayes en este tipo de sucesos, necesitamos una fórmula. Se calcula la probabilidad total. Ya que, a partir los diferentes sucesos, calculamos la probabilidad de que sea defectuoso. Expresado en porcentaje, diríamos que la probabilidad de que un envase fabricado por la fábrica de esta empresa en Estados Unidos sea defectuoso es del 3,2%

CALCULO DE PROBABILIDADES

2.5 CONCEPTO DE VARIABLE ALEATORIA.

Probabilidad inducida Una variable es un símbolo que actúa en las funciones, las fórmulas, los algoritmos y las proposiciones de las matemáticas y la estadística. Según sus características, las variables se clasifican de distinto modo.

Variable aleatoria Se denomina variable aleatoria (o estocástica) a la función que adjudica eventos posibles a números reales (cifras), cuyos valores se miden en experimentos de tipo aleatorio. La variable aleatoria, en definitiva, permite ofrecer una descripción de la probabilidad de que se adoptan ciertos valores. Tal como hemos comentado, la definición formal de variable aleatoria impone una restricción matemática en la formulación vista hasta el momento. Dicha propiedad recibe el nombre de medibilidad y por tanto podríamos decir que una variable aleatoria es una función medible de Ω en los reales. Esta condición nos asegura que podremos calcular sin problemas, probabilidades sobre intervalos de la recta real a partir de las probabilidades de los sucesos correspondientes. La probabilidad obtenida de esta manera se denomina probabilidad inducida. Se puede comprobar que, a partir de la condición requerida, se pueden obtener probabilidades sobre cualquier tipo de intervalo de la recta real

2.6 FUNCIÓN DE DISTRIBUCIÓN.

En la teoría de la probabilidad y en estadística, la Función de Distribución Acumulada (FDA, designada también a veces simplemente como FD) o función de probabilidad acumulada asociada a una variable aleatoria real: X (mayúscula) sujeta a cierta ley de distribución de probabilidad, es una función matemática de la variable real: x (minúscula); que describe la probabilidad de que X tenga un valor menor o igual que x .

Intuitivamente, asumiendo la función f como la ley de distribución de probabilidad, la FDA sería la función con la recta real como dominio, con imagen del área hasta aquí de la función f , siendo aquí el valor x para la variable aleatoria real X . La FDA asocia a cada valor x , la probabilidad del evento: "la variable X toma valores menores o iguales a x ". El concepto de FDA puede generalizarse para modelar variables aleatorias multivariantes.

2.7 VARIABLES ALEATORIAS DISCRETAS Y CONTINUAS

☒ Las variables aleatorias discretas son aquellas que presentan un número contable de valores; por ejemplo, el número de personas que viven en una casa (3, 5 o 9). ☒ Las variables aleatorias continuas son aquellas que presentan un número incontable de valores

Variable aleatoria Una variable aleatoria es una función que asigna un valor numérico, al resultado de un experimento aleatorio. Recordemos que el resultado de un experimento aleatorio depende del azar En el dominio de la función tenemos el espacio muestral, es decir, todos los resultados posibles de nuestro experimento aleatorio. Mientras que el rango tenemos un conjunto de números reales.

Variable aleatoria discreta Una variable aleatoria discreta es aquella que puede asumir un número contable de valores.

Variable aleatoria continua Es aquella que puede asumir un número incontable de valores. Por ejemplo: Si realizamos el experimento de ir a una granja y estudiamos las características de las vaquitas, podemos definir la variable aleatoria

2.8 CARACTERÍSTICAS DE UNA VARIABLE

Las variables como entidades empíricas del problema de investigación presentan un conjunto de características significativas tales como:

- ☒ Están contenidas esencialmente en el título, el problema, el objetivo y las respectivas hipótesis de la investigación.
- ☒ Son aspectos que cambian o adoptan distintos valores
- ☒ Son enunciados que expresan rasgos característicos de los problemas medibles empíricamente.
- ☒ Son susceptibles de descomposición empírica.

CALCULO DE PROBABILIDADES

2.9 ESPERANZA DE UNA VARIABLE ALEATORIA

En estadística la esperanza matemática (también llamada esperanza, valor esperado, media poblacional o media) de una variable aleatoria, es el número que formaliza la idea de valor medio de un fenómeno aleatorio.

Cuando la variable aleatoria es discreta, la esperanza es igual a la suma de la probabilidad de cada posible suceso aleatorio multiplicado por el valor de dicho suceso

La esperanza matemática de una variable aleatoria es una característica numérica que proporciona una idea de la localización de la variable aleatoria sobre la recta real.

En caso de que el recorrido sea infinito la esperanza existe si la serie resultante es absolutamente convergente, condición que no siempre se cumple

2.10 MOMENTOS DE UNA VARIABLE ALEATORIA

Cuando la distribución de probabilidad de una variable aleatoria no es conocida, diversas características de ella pueden proporcionar una descripción general de la misma. Entre las distintas características de una distribución ocupan un importante lugar los momentos, entre los que cabe destacar los diferentes tipos que definimos a continuación: μ Momentos no centrados μ_c Momentos centrados en media Los momentos centrados se calculan, como los no centrados, teniendo en cuenta la definición de esperanza de una función de una variable aleatoria. La varianza de una variable, si existe, es el valor medio de las dispersiones cuadráticas de los valores de la variable respecto de su media. Por este motivo, tanto la varianza como su raíz cuadrada, σX , que se denomina desviación típica, se usan, como se verá posteriormente, como medidas de la dispersión de la variable.

2.11 FUNCIONES ASOCIADAS A UNA VARIABLE ALEATORIA

Una función que asocia un número real, perfectamente definido, a cada punto muestral. A veces las variables aleatorias (v.a.) están ya implícitas en los puntos muestrales Las funciones de densidad discreta y continua tienen, por tanto, un significado análogo, ambas son las funciones que acumuladas (en forma de sumatorio en el caso discreto o en forma de integral en el caso continuo) dan como resultado la función de distribución. La diferencia entre ambas, sin embargo, es notable. La función de densidad discreta toma valores positivos únicamente en los puntos del recorrido y se interpreta como la probabilidad de la que la variable tome ese valor $f(x) = P(X = x)$. La función de densidad continua toma valores en el conjunto de números reales y no se interpreta como una probabilidad. No está acotada por 1, puede tomar cualquier valor positivo. Es más, en una variable continua se cumple que probabilidades definidas sobre puntos concretos siempre son nulas.

1.- Si un muchacho tiene en su guardarropa 3 camisas color blanco, 2 azules, 4 camisas negras, 5 verdes, y 2 camisas rojas y hoy para vestir elige una al azar:

A) ¿Cuál es la probabilidad de que se ponga una camisa azul?

B) ¿Cuál es la probabilidad de que vista una camisa color negro?

$$\text{PROBABILIDAD DE PLAYERAS AZUL} = \frac{2}{16} = 0.12 \times 100 = 12\%$$

$$\text{PROBABILIDAD DE PLAYERAS NEGRAS} = \frac{4}{16} = 0.25 \times 100 = 25\%$$

2.-La biblioteca escolar recibió 40 libros nuevos incluyendo 12 novelas.
Si un estudiante selecciona uno de estos libros al azar...

a) ¿Cuál es la probabilidad de que elija una novela?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que elija un libro distinto a novela?

PROBABILIDAD DE NOVELA. $\frac{12}{40} = 0.3 \times 100 = 30\%$

PROBABILIDAD DE DISTINTO $\frac{28}{40} = 0.7 \times 100 = 70\%$

3.- Se aplicará un examen sorpresa a un estudiante elegido al azar de la clase de enfermería si en el grupo hay 18 hombres y 12 mujeres **¿Cuál es la probabilidad de que sea un muchacho a quien se le aplique el examen?**

PROBABILIDAD DE EXAMEN

$$\frac{18}{30} = 0.6 \times 100 = 60\%$$