Mi Universidad

Super Nota

Nombre del Alumno: Ingrid Villarreal Sanchez

Nombre del tema: Distribuciones de probabilidad

Parcial: 3er.

Nombre de la Materia: Bioestadística

Nombre del profesor: Rosario Gómez Lujano

Nombre de la Licenciatura: enfermería

Cuatrimestre: 4to.

12/Noviembre/2022

UNIDAD III. DISTRIBUCIONES DE PROBABILIDAD

Modelos de distribución de probabilidad

Los modelos discretos, son modelos de probabilidad de variable aleatoria discreta. Lo más importante son los modelos de BERNOUILLI (especialmente "la distribución binomial") y la "distribución de Poisson".

Distribución binomial:

El campo de variación de la variable es {0,1,2, 3..., n} y la función de cuantía es: para valores de x= 0,1,2,

$$P(x) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x}$$

Situaciones que modeliza:

- Se realiza un número n de pruebas (separadas o separables).
- Cada prueba puede dar dos únicos resultados A y Ã
- La probabilidad de obtener un resultado A es p y la de obtener un resultado Ã es q, con q= 1-p, en todas las pruebas. Esto implica que las pruebas se realizan exactamente en las mismas condiciones. Si se trata de extracciones, (muestreo), las extracciones deberán ser con devolución (reemplazamiento) (M.A.S).

Distribución de Poisson:

Formalmente: dada una variable aleatoria X con campo de variación X Î {0,1, 2, ..., ¥}, es decir X Î N cuya función de cuantía sea:

$$P(x) = \frac{e^{\lambda}\ \lambda^x}{x!}$$

Situaciones que modeliza:

- Se observa la ocurrencia de hechos de cierto tipo durante un período de tiempo o a lo largo de un espacio, considerados unitarios.
- El tiempo (o el espacio) pueden considerarse homogéneos, respecto al tipo de hechos estudiados, al menos durante el período experimental; es decir, que no hay razones para suponer que en ciertos momentos los hechos sean más probables que otros.

Distribución Hipergeométrica:

Dada la siguiente situación:

- Una población constituida por N individuos en total.
- De los cuales Np individuos son del tipo A, y N q individuos son del tipo Ã.

De forma que la proporción de individuos A que hay en la población es p, y la proporción

de individuos de tipo Ã, es q (p + q=1).

- Se realizan n (pruebas) extracciones sin reemplazamiento

De forma que la probabilidad de extraer un individuo A (Ã) en una de las extracciones depende de los resultados de las pruebas anteriores.

- Si consideramos la variable aleatoria X = nº de resultados A obtenidos en las n extracciones, X seguirá una distribución Hipergeométrica. X~H (N, n, p)

Puede comprobarse que la función de cuantía es, entonces:

$$P(x) = \frac{\binom{Np}{x}\binom{Nq}{(n-x)}}{\binom{N}{n}}$$

Distribución Binomial

Una distribución binomial es una distribución de probabilidad discreta que describe el número de éxitos al realizar n experimentos independientes entre sí, acerca de una variable aleatoria.

Formula de la distribución binomial:

$$P_{(x)} = \binom{n}{x} p^x q^{n-x}$$

Donde:

- n=Número de ensayos/experimentos
- x = Número de éxitos
- p = Probabilidad de éxito
- q = Probabilidad de fracaso (1-p)

Propiedades de la distribución binomial:

Para que una variable aleatoria se considere que sigue una distribución binomial, tiene que cumplir las siguientes propiedades:

En cada ensayo, experimento o prueba solo son posibles dos resultados (éxito o fracaso).

Es importante resaltar que la expresión entre corchetes no es una expresión matricial, sino que es un resultado de una combinatoria sin repetición. Este se obtiene con la siguiente formula:

$$C_{n,x} = \binom{n}{x} = \frac{n!}{x!\,(n-x)!}$$

Distribución de Poisson

La Distribución de Poisson se llama así en honor a Simeón Dennis Poisson (1781-1840), francés que desarrolló esta distribución basándose en estudios efectuados en la última parte de su vida.

$$P(x) = \frac{\mu^x . e^{-\mu}}{x!}$$

Ejemplo:

Si un banco recibe en promedio 6 cheques sin fondo por día, ¿cuáles son las probabilidades de que reciba cuatro cheques sin fondo en un día dado

Solución:

x = variable que nos define el número de cheques sin fondo que llegan al banco en un díacualquiera = 0, 1, 2, 3,…., etc., etc.

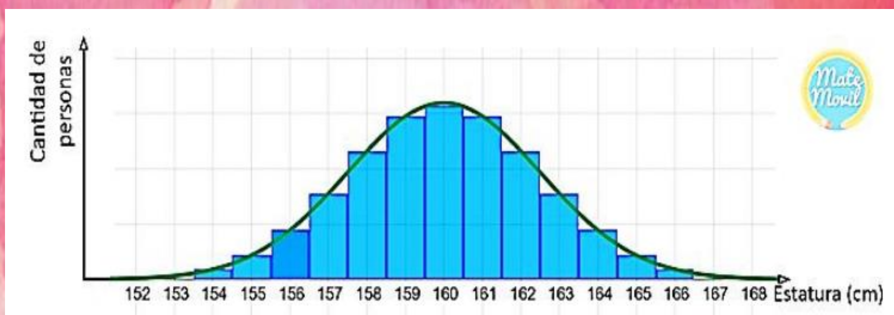
= 6 cheques sin fondo por día

e = 2.718

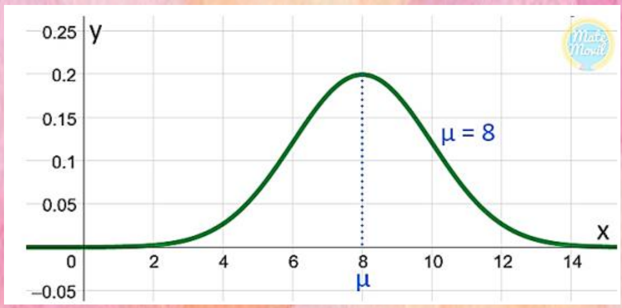
$$p(x = 4, \lambda = 6) = \frac{(6)^4(2.718)^{-6}}{4!} = \frac{(1296)(0.00248)}{24} = 0.13392$$

Distribución normal:

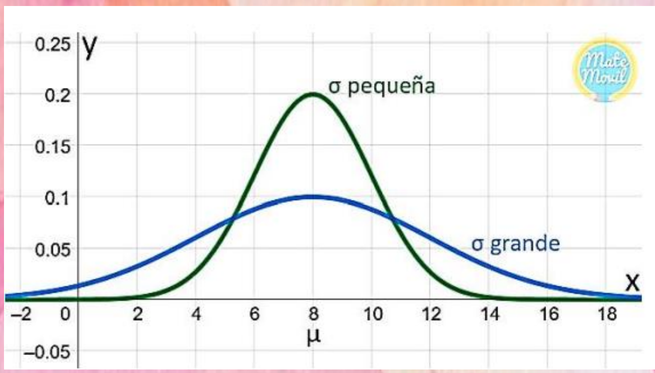
La distribución normal, distribución de Gauss o distribución gaussiana, es la distribución de probabilidad individual más importante. La distribución normal nos permite crear modelos de muchísimas variables y fenómenos, como, por ejemplo, la estatura de los habitantes de un país, la temperatura ambiental de una ciudad, los errores de medición y muchos otros fenómenos naturales, sociales y hasta psicológicos.



Como vemos, el histograma tiene forma de campana, una característica importante de la distribución normal. Un parámetro muy importante es la media (μ) y siempre estará al centro de la curva con forma de campana. Por ejemplo, aquí tenemos la gráfica de una distribución normal con media igual a 8.



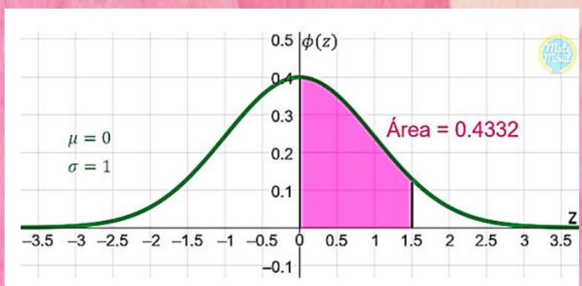
Además de la media, existe otro parámetro muy importante, se trata de la desviación estándar, representada con la letra griega σ. La desviación estándar es la medida de variabilidad más utilizada y nos indica que tan dispersos se encuentran los datos. Por ejemplo, aquí veremos dos curvas normales, una con desviación estándar pequeña, y otra con desviación estándar grande



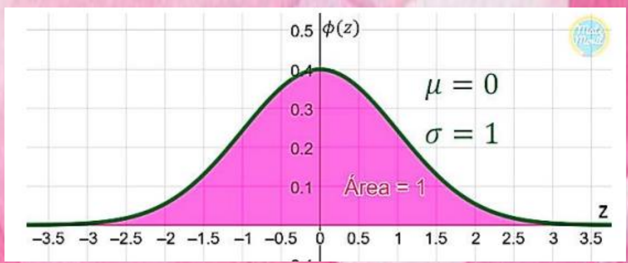
Características de la distribución normal

- Toma en cuenta la media(μ) y la desviación estándar(σ).
- El área bajo la curva es igual a 1.
- Es simétrica respecto al centro, o a la media.
- 50% de los valores son mayores que la media, y 50% de los valores son menores que la media.
- La media es igual a la mediana y a la moda.
- Tiene una asíntota en y = 0 (eje x)

Por ejemplo, si se desea encontrar la probabilidad de que la variable estandarizada z, tome un valor entre 0 y 1,50; hay que encontrar el área bajo la curva entre z = 0 y z = 1,50.



La distribución normal estándar

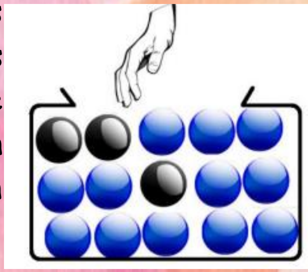


La distribución normal estándar, es aquella distribución normal que tiene una media igual a cero, y una desviación estándar igual a uno. Veamos la función densidad normal estandarizada, que trabaja con la variable estandarizada z en el eje horizontal:

Otras distribuciones discretas y continúas

-Distribución Hipergeométrica:

La distribución Hipergeométrica es especialmente útil en todos aquellos casos en los que se extraigan muestras o se realicen experiencias repetidas sin devolución del elemento extraído o sin retornar a la situación experimental inicial.



En estas condiciones, se define la variable aleatoria X = "No. de éxitos obtenidos". La

función de probabilidad de esta variable sería:

Ejemplo:

De una urna que contiene seis bolas negras y nueve bolas rojas se extraen cinco bolas, ¿cuál es la probabilidad de obtener tres bolas rojas?

Sea X = "Número de bolas rojas al extraer cinco bolas de la urna". La probabilidad pedida es:

$$P(X=3)=\frac{\binom{6}{2}\binom{9}{3}}{\binom{15}{5}}=0'4196.$$

-Distribución Gama:

Este modelo es una generalización del modelo Exponencial ya que, en ocasiones, se utiliza para modelar variables que describen el tiempo hasta que se produce p veces un determinado suceso.

-Distribución de Cauchy:

Se trata de un modelo continuo Cuya integral nos proporciona la función de distribución. Propiedades de la distribución de Cauchy Se trata de un ejemplo de variable aleatoria que carece de esperanza (y, por tanto, también de varianza o cualquier otro momento).

Muestreo aleatorio simple.

El muestreo aleatorio simple es un subconjunto de una muestra elegida de una población más grande. Cada individuo se elige al azar y por pura casualidad. En este tipo de muestreo cada individuo tiene la misma probabilidad de ser elegido en cualquier etapa del proceso.

Uso de numero aleatorio:

El método de uso de números aleatorios es un método alternativo que también implica la numeración de la población. En este método, se utiliza una tabla similar a la de la siguiente imagen para aplicar la técnica

Método lotería:

El método de la lotería es uno de los métodos más antiguos y es definitivamente un ejemplo claro del mecanismo del muestreo aleatorio simple. En este método, cada miembro de la población debe estar numerado de manera sistemática y posterior a esto se escribe cada número en una hoja de papel por separado.

20	17	42	01	72	33	94	55	89	65	58	60
74	49	04	27	56	49	11	63	77	79	90	31
94	70	49	49	05	74	64	00	26	07	23	00
22	15	78	49	74	26	50	94	13	90	08	14
93	29	12	20	26	87	66	98	37	53	82	62
45	04	77	48	87	72	66	91	42	98	17	26
44	91	99	08	72	97	33	58	12	08	91	12
16	23	91	95	97	87	52	49	40	37	21	46
04	50	65	37	99	98	74	98	93	99	78	30
32	70	17	05	79	63	50	26	54	30	01	88
03	64	59	55	85	96	49	46	61	89	33	79
62	49	00	67	28	94	19	65	13	44	78	39
61	00	95	85	86	60	64	17	47	67	87	59
89	03	90	40	10	05	18	43	97	37	68	97

Justificación del muestreo.

En vez de tomar un censo completo, los procedimientos de muestreo estadístico se han convertido en la herramienta preferida en la mayoría de las situaciones de investigación. Existen tres razones principales para extraer una muestra.

Antes que todo, por lo general, lleva demasiado tiempo realizar un censo completo. En segundo lugar, es demasiado costoso hacer un censo completo.

Función de Distribución empírica

La función de distribución empírica es la función de distribución de la distribución empírica.

La función de distribución empírica es la función de en , que denotamos

por y que toma los valores:

$$\widehat{F}(x) = \begin{cases} 0 & \text{para} \quad x < x_{(1)} \\ \vdots & \\ \frac{i}{n} & \text{para} \quad x_{(i)} \leq x < x_{(i+1)} \\ \vdots & \\ 1 & \text{para} \quad x \geq x_{(n)} \,. \end{cases}$$

Estadísticos muéstrales. Distribuciones.

En estadística un estadístico (muestral) es una medida cuantitativa, derivada de un

conjunto de datos de una muestra, con el objetivo de estimar o inferir características de

una población o modelo estadístico.

Más formalmente un estadístico es una función medible T que, dada una muestra

estadística de valores, les asigna un número, que sirve para estimar determinado

parámetro de la distribución de la que procede la muestra.

Estimación

Estimar qué va a ocurrir respecto a algo (o qué está ocurriendo, o qué ocurrió), a pesar

de ser un elemento muy claramente estadístico, está muy enraizado en nuestra

cotidianidad. Dentro de ello, además hacemos estimaciones dentro de un intervalo de posibilidades.

Por ejemplo: “creo que terminaré la tarea en unos 5-6 días”. Lo que

hacemos en el terreno del análisis de datos es aplicar matizaciones técnicas a este hábito.

Vamos a dedicar este documento al concepto de estimación, comenzando con la estimación puntual.

Propiedades de los estimadores

Sesgo: Se denomina sesgo de un estimador a la diferencia entre la esperanza (o valor

esperado) del estimador y el verdadero valor del parámetro a estimar. Es deseable que un estimador sea insesgado o centrado, es decir, que su sesgo sea nulo por ser su esperanza igual al parámetro que se desea estimar.

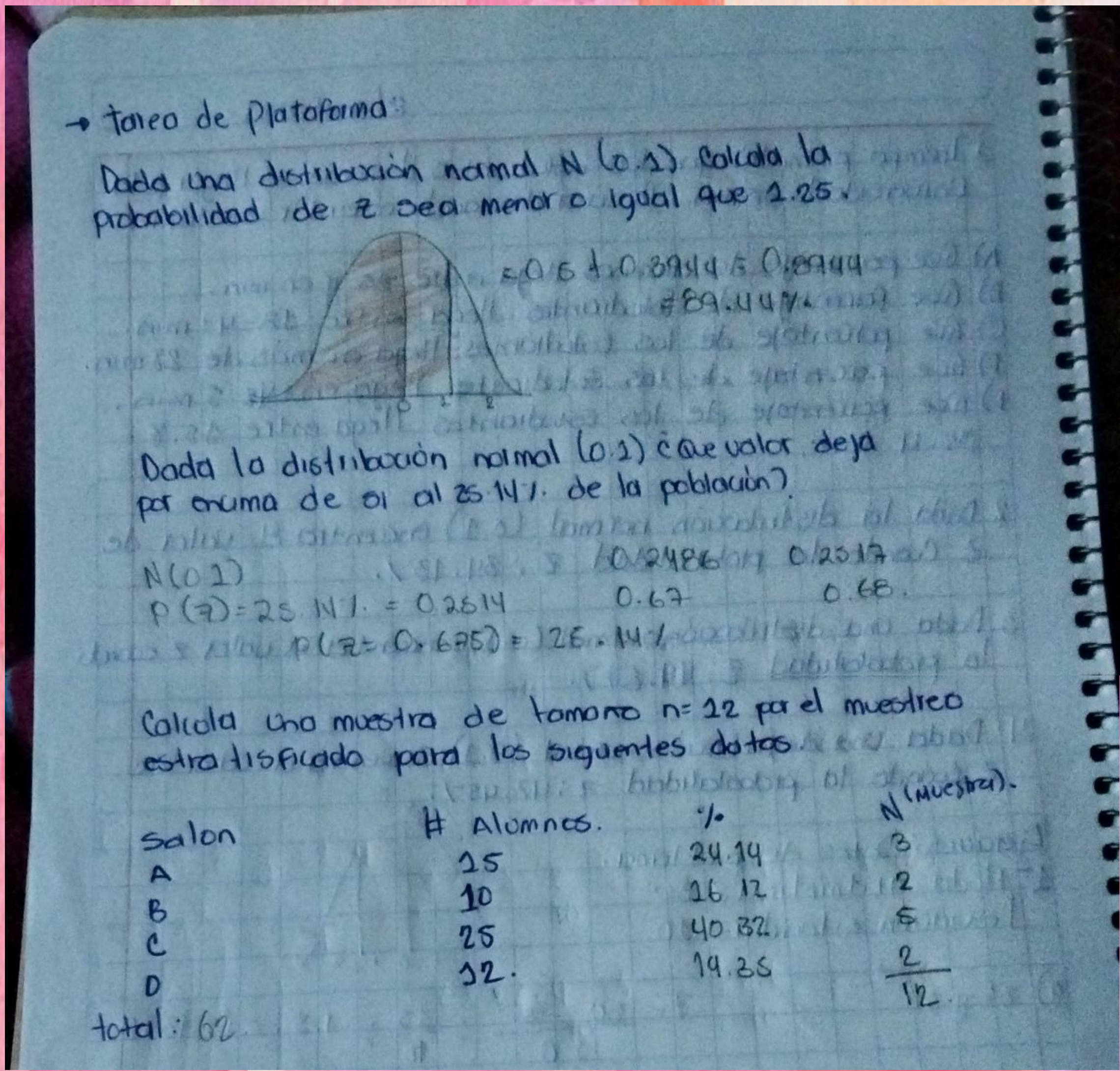
Eficiencia: Un estimador es más eficiente o preciso que otro, si la varianza del primero es menor que la del segundo.

Convergencia: Para estudiar las características de un estimador no solo basta con saber el sesgo y la varianza, sino que además es útil hacer un análisis de su comportamiento y estabilidad en el largo plazo, esto es, su comportamiento asintótico.

Obtención de estimadores.

Método por Analogía. Consiste en aplicar la misma expresión formal del parámetro poblacional a la muestra, generalmente, estos estimadores son de cómoda operatividad, pero en ocasiones presentan sesgos y no resultan eficientes. Son recomendables, para muestras de tamaño grande al cumplir por ello propiedades asintóticas de consistencia.

Método de los momentos. Consiste en tomar como estimadores de los momentos de la población a los momentos de la muestra. Podríamos decir que es un caso particular del método de analogía. En términos operativos consiste en resolver el sistema de equivalencias entre unos adecuados momentos empíricos (muestrales) y teóricos (poblacionales).


→ tarea de Plataforma:

Dada una distribución normal N (0.1) Calcula la probabilidad de z sea menor o igual que 1.25.

= 0.5 + 0.3944 = 0.8944

= 89.44%

Dada la distribución normal (0.1) ¿Que valor deja por encima de el al 25.14% de la población?

N(0.1)

P(z) = 25.14% = 0.2514

0.2486 0.2517

0.67 0.68

P(z = 0.675) = 25.14%

Calcula una muestra de tamaño n = 12 por el muestreo estratisficado para los siguentes datos.

salon	# Alumnos.	%	N (muestra).
A	15	24.14	3
B	10	16.12	2
C	25	40.32	5
D	12.	19.35	2
			12.

total: 62.