UNIVERSIDAD DEL SURESTE

"Pasión por educar"

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICA

ALUMNA: DIANA CITLALI CRUZ RIOS

MAESTRO: JUAN JOSE OJEDA

ASIGNATURA: MATEMATICAS APLICADAS

SEXTO SEMESTRE, BACHILLERATO ENFERMERIA

UNIVERSIDAD DEL SURESTE

REGLA DE L'HOPITAL

LA REGLA DE L'HOPITAL O REGLA DE L'HOPITAL-BERNOULLI ES UNA REGLA QUE USA DERIVADAS PARA AYUDAR A EVALUAR LÍMITES DE FUNCIONES QUE ESTÉN EN FORMA INDETERMINADA.

LA REGLA DICE QUE SE DERIVA EL NUMERADOR Y EL DENOMINADOR POR SEPARADO; ES DECIR: SEAN LAS FUNCIONES ORIGINALES F(X)/G(X), AL APLICAR LA REGLA SE OBTENDRÁ: F'(X)/G'(X).

Regla:

$$\lim_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)}=\lim_{x\to a}\frac{f'(x)}{g'(x)}$$

Diana Cruz

¿PARA QUÉ SIRVE LA REGLA L'HOPITAL?

LA REGLA DE L'HOPITAL NOS AYUDA A ENCONTRAR MUCHOS LÍMITES DONDE LA SUSTITUCIÓN DIRECTA TERMINA EN LAS FORMAS INDETERMINADAS 0-0 O ∞/∞.

¿QUIÉN CREÓ LA REGLA L'HOPITAL?

ESTE MÉTODO SE ATRIBUYE AL MATEMÁTICO FRANCÉS GUILLAUME DE L'HOPITAL (1661-1704), AUNQUE EL DESCUBRIMIENTO SE DEBE MÁS BIEN A SU MAESTRO, EL MATEMÁTICO SUIZO JOHANN BERNOUILLI (1667-1748).

FORMAS INDETERMINADAS

¿QUÉ ES?

Expresión algebraica que involucra límites del tipo: 0 0 ∞ ∞ 0. ∞ 1∞ 00 ∞0 + ∞ − ∞ Estas expresiones se encuentran con frecuencia dentro del contexto del límite de funciones y, más generalmente, del cálculo infinitesimal y el análisis real.

1.- Infinito entre infinito: $\frac{\infty}{\infty}$

2.- Cero entre cero: $\frac{0}{0}$

1.- Cero entre infinito: $\frac{0}{\infty}$

1.- Cero elevado a cero: 0^0

Diana Cruz

Es decir...

Es una expresión algebraica que aparece en el cálculo de los límites y cuyo resultado no se puede predecir.

1.- Infinito elevado a cero: ∞^0

1.- Uno elevado a infinito: 1^∞

1.- Infinito meno infinito: $\infty - \infty$

INTEGRALES IMPROPIAS

Es el límite de una integral definida cuando uno o ambos extremos del intervalo de integración se acercan a un número que no está dentro de su dominio.

De igual forma...

Una integral definida es impropia cuando la función integrando de la integral definida no es continua en todo el intervalo de integración.

$$\int_a^{\infty} f(x)\,dx = \lim_{B\to\infty}\int_a^{B} f(x)\,dx,$$
$$\int_{-\infty}^{b} f(x)\,dx = \lim_{A\to-\infty}\int_A^{b} f(x)\,dx,$$
$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\,dx = \lim_{\substack{A\to-\infty\\ B\to\infty}}\int_A^{B} f(x)\,dx,^{1}$$

¿Cuáles son las integrales impropias?

Diana Cruz

Las integrales impropias son integrales definidas que cubren un área no acotada. Un tipo de integrales impropias son las aquellas en las que al menos uno de los puntos extremos se extiende al infinito.

CLASIFICACIÓN

Primera especie

Las integrales impropias de primera especie son aquellas integrales en donde uno o ambos límites de integración tienden al infinito.

Integrales Impropias

Ejemplo $\int_1^{\infty} e^{ax}\,dx = \lim_{b\to\infty}\int_1^{b} e^{ax}\,dx$

Suponiendo que $a \neq 0$. $= \lim_{b\to\infty}\left[\frac{e^{ax}}{a}\right]_1^{b}$

$$= \lim_{b\to\infty}\left(\frac{e^{ab}}{a} - \frac{e^{a}}{a}\right) = -\frac{e^{a}}{a}.$$

Suponiendo que $a < 0$. Si $a \geq 0$, la integral impropia diverge.

Integrales Impropias. Teoría II

Segunda especie

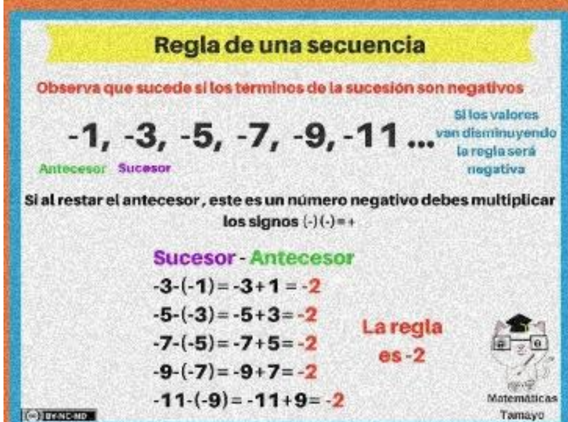
Integral impropia de segunda especie dependiente del parámetro t a una integral de la forma donde para cada , es continua salvo en un punto y es infinito alguno de los límites laterales de cuando x tiende a .

SUCESIONES

¿QUÉ ES?

UNA SUCESIÓN ES UN CONJUNTO DE NÚMEROS ORDENADOS DE ACUERDO CON ALGÚN CRITERIO.

Ejemplo



EN PRIMER LUGAR TODAS LAS SUCESIONES PUEDEN SER FINITA O INFINITA:

- SUCESIÓN FINITA: ES UNA SUCESIÓN, UNA SERIE DE ELEMENTOS QUE TIENEN UN FINAL. EL PRIMER Y ÚLTIMO NÚMERO YA ESTÁN DEFINIDOS.

- SUCESIÓN INFINITA: SON AQUELLAS SUCESIONES QUE NO TIENEN UN FINAL Y SIEMPRE SE DISTINGUEN POR IR SEGUIDO DE LOS TRES PUNTOS.

SERIES

UNA SERIE ES EL SUMATORIO DE UNA SUCESIÓN (REPRESENTADO POR LA LETRA GRIEGA Σ), O SEA, LA SUMA DE SUS TÉRMINOS.

CLASIFICACIÓN

Según la cantidad de términos:

- **Finitas:** es una sucesión que tiene final.

- **Infinitas:** es una sucesión que no tiene final.

Según el orden de los elementos:

- **Ascendentes:** van de un número menor a uno mayor. (Progresivas).

- **Descendentes:** van de un número mayor a uno menor (Regresivas).

- **Alternadas:** los términos se alternan, ya sea que uno crezca y el siguiente decrezca o que uno sea positivo y el siguiente negativo, o ambos cambios a la vez.

Diana Cruz

CRITERIOS DE CONVERGENCIA Y DIVERGENCIA DE SERIES INFINITAS

CONVERGENCIA DE UNA SERIE INFINITA

- Se dice que una serie infinita $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ es convergente si su sucesión de sumas parciales es convergente. Esto es,

$$\sum_{k=1}^{+\infty} a_k = \lim_{n \to \infty} S_n = S$$

- El número S es la suma de la serie.

Si $\lim_{n \to \infty} S_n$ no existe, se dice que la serie es divergente.

Diana Cruz

Una serie infinita converge si es finito el límite en el infinito positivo de su suma parcial.

Una serie infinita diverge si el límite en el infinito positivo de su suma parcial es infinito o no existe.

SERIES INFINITAS

Criterios de Convergencia

I. <u>Criterio del término general para la Divergencia:</u>

Si la Sucesión $\{a_n\}$ no converge a 0, la serie $\sum a_n$ es divergente.

Ejemplos:

(a) Para la serie: $\sum_{n=0}^{+\infty} 2^n$

$$\lim_{n\to\infty} 2^n = \infty \quad \therefore \textit{Diverge}$$

Prof. Emma Yendis

P/partes

$$\int_1^3 x \ln x \, dx$$

$u = \ln x$ $\quad dv = x$

$du = \frac{1}{x}$ $\quad v = \frac{x^2}{2}$

$$\frac{x^2}{2}\ln x - \int \frac{x^2}{2} \cdot \frac{1}{x}\, dx$$

$$-\int \frac{x^2}{2x}$$

$$= \frac{1}{2}\int x\, dx = \frac{x^2}{2}$$

$$\frac{x^2}{2}\ln x - \frac{x^2}{2}\Big|_1^3$$

$$\left[\frac{(3)^2}{2}\ln(3) - \frac{(3)^2}{2}\right] - \left[\frac{(1)^2}{2}\ln(1) - \frac{(1)^2}{2}\right]$$

$$0.44 + 0.5 = 0.94$$

P/partes

$$\int_{-3}^{3} 2x \cos x \, dx$$

$u = 2x$ $\quad dv = \cos x$

$du = 2$ $\quad v = \operatorname{sen} x$

$$\operatorname{sen} x \, 2x \int \operatorname{sen} x \, 2$$

$$\operatorname{sen} x \, 2x - 2\int \operatorname{sen} x \, dx$$

$$\operatorname{sen} x \, 2x + 2\cos x \Big|_{-3}^{3}$$

$$[2(3)\operatorname{sen} 3 + 2\cos 3] - [\operatorname{sen}(-3)\, 2(-3) - 2\cos(-3)]$$

$$[6\operatorname{sen} 3 - 2\cos 3] - [-6\operatorname{sen}(-3) - 2\cos(-3)]$$

$$-1.68 + 0.52 = \underline{-1.16}$$

$$\int_{-1}^{1} (2x^2 - x^3)\,dx$$

$$\frac{2x^3}{3} - \frac{x^4}{4}\Bigg|_{-1}^{1} \qquad \frac{2(1)^3}{3} - \frac{(-1)^4}{4}$$

$$0.66 + 0.25 = \underline{0.91}$$

$$\int_{-\pi}^{\pi/2} \cos\frac{x}{2}\,dx$$

$$2\,\mathrm{SEN}\,\frac{x}{2}\Bigg|_{-\pi}^{\pi/2} \qquad \mathrm{SEN}\,\frac{x}{2}\,\frac{\left(\frac{\pi}{2}\right)}{2} - 2\,\mathrm{SEN}\,\frac{x}{2}\,(-\pi)$$

$$0.027 + 0.054$$

$$\underline{0.081}$$

$$\int_{-\pi}^{\pi} \mathrm{SEN}\,2x\,dx$$

$$-\frac{1}{2}\cos 2x\Bigg|_{-\pi}^{\pi} \frac{1}{2}\cos 2\pi - \frac{1}{2}\cos 2(-\pi) =$$

$$0.496 - 0.496 = \emptyset$$

$$\int_{-\pi}^{2\pi} x \,\text{SEN}\, x \, dx$$

$u = x \qquad dv = \text{SEN}\, x$

$du = 1 \qquad v = -\cos x$

$$-x\cos x - \int -\cos x \, dx$$

$$= -x\cos x + \text{SEN}\, x \Big|_{-\pi}^{2\pi}$$

$$\left[-2\pi \cos(2\pi) + \text{SEN}(2\pi)\right] - \left[\pi\cos(-\pi) + \text{SEN}(-\pi)\right]$$

$$-6.136 - 3.08 = -9.218$$

definida

$$\int_{1}^{2} 2x^2 \, dx$$

$$= 2\int_{1}^{2} x^2 \, dx = \frac{2x^3}{3}\Big|_{1}^{2} = \frac{2(2)^3}{3} - \frac{2(1)^3}{3}$$

$$= 5.3 - 0.66 = 4.64$$

$$\int_{0}^{3} \cos x \, dx$$

$$= \text{SEN}\, x \Big|_{0}^{3} \quad \text{SEN}\,3 - \text{SEN}\,0 =$$

$$0.523 - 0 = 0.0523$$

$$\int_{-1}^{1} \frac{(1+\sqrt{x})^2}{\sqrt{x}}\,dx \qquad \frac{(1+2\sqrt{x}+x)}{\sqrt{x}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{x}} + 2 + \frac{x}{\sqrt{x}}$$

$$x^{3/2}\,x = x^{1/2}$$

$$\int_{-1}^{1} \left(\frac{1}{x} + 2 + x^{1/2}\right) dx$$

$$\ln x + 2x + \frac{x^{3/2}}{3/2} + c \Big|_{-1}^{1}$$

$\ln x$

$$\left[\ln(1) + 2(1) + \frac{2(1)^{3/2}}{3}\right] - \left[\ln(-1) + 2(-1) + \frac{2(-1)^{3/2}}{3}\right]$$

$0 + 2 + 0.666 \quad - \quad$ INDER

2.66

Ya no se pone

$$\int_{-1/2}^{3/4} x \ln x \, dx$$

$u = \ln x \qquad dv = x$

$du = \frac{1}{x} \qquad v = \frac{x^2}{2}$

$$\frac{x^2}{2}\ln x - \int \frac{x^2}{2} \cdot \frac{1}{x}\, dx$$

$$\frac{x^2}{2}\ln x - \int \frac{x^2}{2x}\, dx$$

$$= \frac{1}{2}\int x\, dx = \frac{x^2}{2}$$

$$\frac{x^2}{2}\ln x - \frac{x^2}{2}\Big|_{-1/2}^{3/4}$$

Marca error en calculo.

InDET

$$\left[\frac{(3/4)^2}{2}\ln(3/4) - \frac{1}{2}\,\frac{(3/4)^2}{2}\right] - \left[\frac{(-1/2)^2}{2}\ln(-1/2) - \frac{1}{2}\,\frac{(-1/2)^2}{2}\right]$$

$$[(0.281)(-0.287) - (0.140)] - [-0.062]$$

$$-0.220 \quad - \quad 0.062$$

$$\boxed{-0.282}$$

$u \cdot v - \int v\, du$

P/partes

$$\int_1^3 x \ln x \, dx \qquad u = \ln x \quad du = \frac{1}{x} \qquad dv = x \quad v = \frac{x^2}{2}$$

$$\frac{x^2}{2} \ln x - \int \frac{x^2}{2} \cdot \frac{1}{x} \, dx$$

$$-\int \frac{x^2}{2x}$$

$$= \frac{1}{2} \int x \, dx = \frac{x^2}{2}$$

$$\left. \frac{x^2}{2} \ln x - \frac{x^2}{2} \right|_1^3$$

$$\left[\frac{(3)^2}{2} \ln(3) - \frac{(3)^2}{2} \right] - \left[\frac{(1)^2}{2} \ln(1) - \frac{(1)^2}{2} \right]$$

$$0.44 + 0.5 = 0.94$$

$$\int_1^4 \frac{dx}{\sqrt{x}} \rightarrow \int x^{-1/2} \, dx$$

$$\frac{x^{-1/2+1}}{} + C =$$

$$\left. \frac{x^{1/2}}{1/2} \right|_1^4 \quad \frac{(4)^{1/2}}{1/2} - \frac{(1)^{1/2}}{1/2}$$

$$\frac{2}{1/2} - \frac{1}{1/2}$$

$$4 - 2 = \underline{2}$$