



NOMBRE DEL ALUMNO:

GABRIELA MONTSERRAT CALVO VAZQUEZ

NOMBRE DEL PROFESOR:

JUAN JOSÉ OJEDA

NOMBRE DEL TRABAJO:

INVESTIGACION DE TEMAS

MATERIA:

GEOMETRIA

GRADO: SEGUNDO
SEMESTRE

GRUPO BEN01EMM0121 A

INTRODUCCION

En este tema veremos sobre la geometría

Es una rama de la matemática que se ocupa del estudio de las propiedades de las figuras en el plano o el espacio, incluyendo: puntos, rectas, planos, polítopos (que incluyen paralelas, perpendiculares, curvas, superficies, polígonos, poliedros, etc.).

Es la base teórica de la geometría descriptiva o del dibujo técnico. También da fundamento a instrumentos como el compás, el teodolito, el pantógrafo o el sistema de posicionamiento global (en especial cuando se la considera en combinación con el análisis matemático y sobre todo con las ecuaciones diferenciales).

Sus orígenes se remontan a la solución de problemas concretos relativos a medidas. Tiene su aplicación práctica en física aplicada, mecánica, arquitectura, cartografía, astronomía, náutica, topografía, balística, etc. Y es útil en la preparación de diseños e incluso en la elaboración de artesanía.

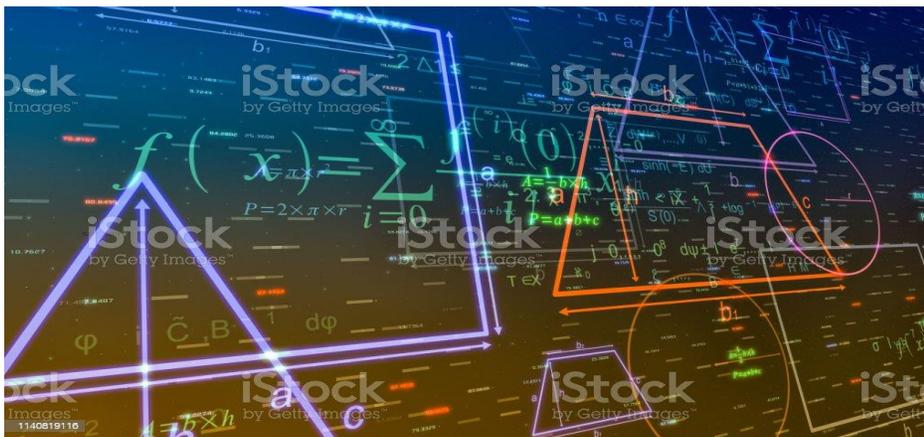
ANTECEDENTES HISTORICOS DE LA GEOMETRIA

La geometría es una de las ciencias más antiguas. Inicialmente, constituía un cuerpo de conocimientos prácticos en relación con las longitudes, áreas y volúmenes.

La civilización babilónica fue una de las primeras culturas en incorporar el estudio de la geometría. La invención de la rueda abrió el camino al estudio de la circunferencia y posteriormente al descubrimiento del número π (pi); También desarrollaron el sistema sexagesimal, al conocer que cada año cuenta con 365 días, además implementaron una fórmula para calcular el área del trapecio rectángulo.¹

En el antiguo Egipto estaba muy desarrollada, según los textos de Heródoto, Estrabón y Diodoro Sículo. Euclides, en el siglo III a. C. configuró la geometría en forma axiomática y constructiva,² tratamiento que estableció una norma a seguir durante muchos siglos: la geometría euclidiana descrita en Los Elementos.

El estudio de la astronomía y la cartografía, tratando de determinar las posiciones de estrellas y planetas en la esfera celeste, sirvió como importante fuente de resolución de problemas geométricos durante más de un milenio. René Descartes desarrolló simultáneamente el álgebra de ecuaciones y la geometría analítica, marcando una nueva etapa, donde las figuras geométricas, tales como las curvas planas, podrían ser representadas analíticamente, es decir, con funciones y ecuaciones. La geometría se enriquece con el estudio de la estructura intrínseca de los entes geométricos que analizan Euler y Gauss, que condujo a la creación de la topología y la geometría diferencial.



ETAPAS DE LA EVOLUCION HISTORICA DE LA GEOMETRIA

Los primeros en emplearla, según la tradición transmitida por Herodoto, fueron los sacerdotes egipcios para la restauración de las lindes de las tierras de cultivo, destruidas por las crecidas del Nilo, con el fin de fijar los impuestos a pagar al faraón. También utilizaron la geometría en la construcción de sus grandes monumentos.

Pero fue en Mesopotamia donde primero emplearon conceptos de geometría, aunque su matemática era esencialmente numérica y algebraica. Así la determinación de la Diagonal de un cuadrado ya era conocida 2000 años antes de Pitágoras. Los sumerios daban importancia a la determinación numérica de soluciones y para ellos no había diferencia entre la división de una cantidad de dinero o la división de un campo de cultivo de tamaño conocido. La geometría era únicamente una forma de tratar asuntos de la vida práctica a los que se podía aplicar procedimientos aritméticos y el verdadero sentido geométrico se les escapaba.

Los conocimientos alcanzados por estos dos pueblos pueden resumirse en:

- áreas de figuras planas muy simples.
- volumen de algunos poliedros.
- teorema de Pitágoras (por lo menos para el triángulo de lados 3,4 y 5 unidades).
- nociones relativas a la semejanza.
- medida aproximada del círculo (lo que se conoce como la cuadratura del círculo, cuya solución no se logró hasta 1882)

Los griegos no tenían tanto interés como los egipcios en el conocimiento geométrico práctico, les interesaba más la búsqueda de propiedades abstractas y de pruebas lógicas e indiscutibles que las demostraran. De esta forma fueron reuniendo un conjunto considerable de teoremas. Cada teorema dependía para su demostración de uno o varios anteriores cuya demostración tenía, a su vez, que estar realizada. El punto de partida para que este proceso se sustentase eran ciertas verdades fundamentales y evidentes que no admitían demostración llamadas "axiomas". Así tenían los siguientes conceptos:

- 1) AXIOMAS o conceptos fundamentales.
- 2) TEOREMAS o resultados que se obtienen de forma deductiva a partir de los axiomas.
- 3) COROLARIOS o resultados que son consecuencia inmediata de teoremas.

Una figura muy didáctica sobre este sistema axiomático es un edificio cuyos cimientos son los axiomas a partir de los cuales se construyen los teoremas.

Dentro de la historia de la Matemática griega se pueden considerar tres etapas:

- Periodo Helénico: hasta la muerte de Alejandro y Aristóteles. (Filosofía = Matemáticas.)
- Periodo Helenístico: hasta principios de la era cristiana. (Euclides, Arquímedes y Apolonio).
- Periodo Greco-Romano: hasta el inicio de la Alta Edad Media. (es el periodo de la decadencia).

B1) PERIODO HELÉNICO:

En el mundo Jónico destaca la figura de Tales de Mileto, aunque sus contribuciones son vagas e inciertas. Se le atribuyen algunos teoremas y problemas prácticos donde se alude a propiedades generales de rectas, igualdad de triángulos y semejanzas de figuras.

La primera escuela, en el tiempo e importancia, es la Pitagórica fundada en Crotona en la 2ª mitad del siglo VI. Tiene un carácter científico y religioso, un carácter político y místico y es un espacio de hermandad secreta. Su carácter secreto y la obligación de atribuir todos sus descubrimientos a Pitágoras, hace difícil averiguar las verdaderas contribuciones de éste a la Geometría.

El elemento principal para esta escuela es el número, principio de todas las cosas. Así Filolao dice: "todo lo que se conoce tiene un número, sin el cual nada puede comprenderse o conocerse", pero su concepción del número no tiene nada que ver con nuestro ente ideal y abstracto, sino que es un elemento natural constitutivo de todos los cuerpos, imaginados como formados por "puntos materiales" cuya distribución y orden caracterizan a cada cuerpo.

Los términos geométricos cuadrado y cubo, así como los números triangulares, cuadrangulares, piramidales, etc, que se encuentran en la geometría griega aluden a esta naturaleza corporal de los números.

A la sombra de tal concepción metafísica y de la mística de los números, nace la Matemática como ciencia y por eso se la bautiza con ese nombre que significa "ciencia por excelencia".

La Matemática estudiaba los cuántos o el cuánto: los cuántos o cantidad discreta, se podía estudiar en sí (Aritmética) y en relación con otra (Música); el cuánto o cantidad continua, se podía estudiar fija (Geometría) o móvil (Astronomía)

CONCEPTOS BASICOS DE LA GEOMETRIA PLANA

Una dimensión: punto, recta, semirrecta y segmento. Dos dimensiones: ángulos, polígonos, circunferencia y círculo. Tres dimensiones: cuerpos geométricos (poliedros y figuras de revolución).

3. Una dimensión: punto, recta, semirrecta y segmento. El punto no tiene dimensiones. Es el elemento más simple con el que trabajamos en geometría. Decía Euclides, el gran matemático griego, que un punto es lo que no tiene partes. Se podría decir que un punto sólo tiene posición. La línea es, según Euclides, una longitud sin anchura. La línea posee una sola dimensión. Podría considerarse como una sucesión infinita de puntos alineados. Un punto en movimiento genera una recta. Si marcamos un punto sobre una recta, dividiéndola en dos, cada parte se llama semirrecta. En una semirrecta, sólo hay un sentido de avance, en el otro extremo, el camino se corta, como en una calle sin salida. Si cerramos la línea por dos extremos, marcando dos puntos, obtenemos un segmento. Los segmentos no tienen salida por ninguno de los dos sentidos. La Geometría suele utilizarlos para la construcción de figuras o como medida.

4. Dos dimensiones: el plano. Posiciones relativas de dos rectas en el plano. Según Euclides, una superficie es lo que sólo tiene longitud y anchura. Si nos movemos en un plano, Plano podemos observar puntos, rectas, polígonos, circunferencias y círculos. Dos rectas, r y s , que pertenecen al mismo plano son r paralelas cuando todos sus puntos están a la misma distancia entre ellas. Pensemos en los raíles del tren s como una imagen real de rectas paralelas. Dos rectas, r y s , que pertenecen al mismo plano son r secantes cuando tienen un punto en común; es decir, s se cortan en un punto. La letra X es un buen ejemplo de rectas secantes. Si forman un ángulo de 90° entre sí, serán rectas perpendiculares.

5. Representación en Ejes Cartesianos Para situar objetos en el plano, se utilizan los ejes cartesianos. El eje horizontal (de las x) o eje de abscisas, marca la primera coordenada de un punto y el eje vertical (de las y) o eje de ordenadas, marca la segunda coordenada del punto. Así, un punto viene dado por un par ordenado de números naturales (a,b). y 16 Y un triángulo, por tres puntos, como en la figura siguiente. 15 14 Es una forma exacta de representar figuras en el 13 plano. Si situamos otro eje "z", perpendicular a 12 (11,12) los otros dos, tendríamos cubierto todo el 11 espacio. Y cada punto del espacio podría 10 representarse por tres coordenadas. 9 (15,9) 8 7 (4,6) y 6 5 (x,y,z) 4 3 (8,3) 2 x 1 z 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 x

6. Simetría Dos figuras del plano son simétricas según un eje de simetría si al doblar el plano por dicho eje coinciden sus siluetas. Por ejemplo, de los dos casos siguientes, las figuras del gráfico 1 son simétricas, mientras que las del gráfico 2 no lo son. Gráfico 1 Gráfico 2 La simetría tiene propiedades curiosas. Por ejemplo, si aplicamos dos veces la misma simetría sobre una figura, obtenemos la misma figura, desplazada.

7. Ángulos Lado Un ángulo es una porción del plano comprendida entre dos semirrectas que parten de un mismo punto, que llamamos vértice. Sería la separación (tomada de forma circular) entre dos líneas que se cortan en un punto. Vértice Los ángulos se nombran de varias formas. La más utilizada es la que emplea tres letras mayúsculas y un símbolo en forma de ángulo encima. La letra del medio es el vértice. A Ángulo O B Según su apertura en grados, los ángulos se clasifican en: Ángulo Obtuso Ángulo Llano Ángulo Recto Ángulo Agudo Más de 90° 180° 90° Menos de 90°

8. Ángulos - Posiciones Veamos cómo pueden estar entre sí dos ángulos en el mismo plano. A B Dos ángulos $\hat{A}OB$ y $\hat{B}OC$ son consecutivos cuando comparten el vértice y uno de los lados. C O A B Dos ángulos $\hat{A}OB$ y $\hat{B}OC$ son complementarios cuando la suma de sus amplitudes es igual a un ángulo recto (90°). C O B Dos ángulos $\hat{A}OB$ y $\hat{B}OC$ son suplementarios cuando la suma de sus amplitudes es igual a un ángulo llano (180°). A C O

9. Polígonos Al dibujar varios segmentos consecutivos obtendremos una línea poligonal. Un polígono es la región interior de una línea poligonal cerrada y no cruzada. Sus elementos son: los lados, los vértices y las diagonales. A la longitud de la línea poligonal se le llama perímetro del polígono. Los polígonos pueden ser regulares (con todos sus lados y ángulos iguales) o irregulares (lo contrario). Pero también se pueden clasificar por su número de lados. Así, según sus lados, los polígonos pueden ser: Cuadrilátero Pentágono Hexágono Triángulo Heptágono Octógono Eneágono Decágono

10. Triángulos Los triángulos son polígonos con tres lados y tres ángulos. Los tres ángulos de un triángulo siempre suman 180° entre los tres. Según sus lados, los triángulos pueden ser: Equilátero: Isósceles: Escaleno: los tres lados iguales. sólo dos lados iguales. los tres lados diferentes. Según sus ángulos, los triángulos pueden ser: Rectángulo: Acutángulo: Obtusángulo: un ángulo recto. los tres ángulo agudos. un ángulo obtuso.

11. Cuadriláteros Hay tres clases de cuadriláteros: Paralelogramos: Trapecio: Trapezoide: lados paralelos dos a dos sólo dos lados paralelos ningún lado paralelo a otro Cuadrado: Rectángulo: Rombo: Romboide: ángulos y lados iguales ángulos iguales y lados lados iguales y ángulos ángulos y lados iguales iguales dos a dos iguales dos a dos dos a dos

12. Perímetro El perímetro de un polígono es la medida de sus lados, de su contorno. Para cualquier polígono, su perímetro se obtiene sumando las longitudes de todos sus lados. $P = l_1 + l_2 + l_3 + l_4 + l_5 + l_6$ Los polígonos regulares, debido a que tienen lados iguales, tienen fórmulas fáciles y rápidas con las que podemos calcular su perímetro. $P = 6 \times l$

13. Área El área de un polígono es la porción de plano comprendida entre sus lados. Es decir, la medida de la superficie encerrada por una línea poligonal. Área Para medir una superficie, lo que hacemos es ver cuántas veces entra en ella una unidad de medida. La unidad principal de superficie se llama metro cuadrado, y corresponde a un cuadrado de un metro de lado. Para medir superficies mayores y menores que el metro cuadrado, se utilizan sus múltiplos y submúltiplos, que aumentan o disminuyen de 100 en 100.

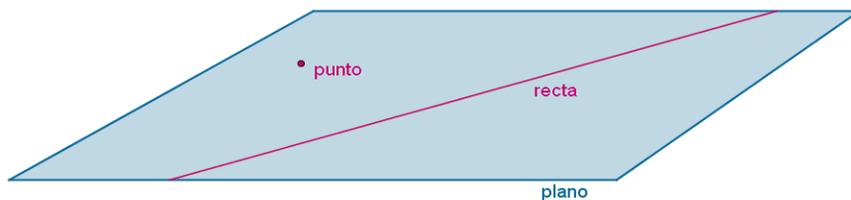
14. Cálculo de las Áreas de figuras planas Área del trapecio $A = \frac{(a+b) \cdot h}{2}$ Área del cuadrado $A = l^2$ Área del triángulo $A = \frac{b \cdot h}{2}$ Área del rectángulo $A = a \cdot b$ Área del rombo $A = \frac{D \cdot d}{2}$ Área del romboide $A = \frac{(a+b) \cdot d}{2}$ Área de un polígono regular $A = \frac{P \cdot Ap}{2}$ Ap = Apotema (línea que une el centro con la mitad de un lado)

15. La circunferencia y el círculo Cuerda Circunferencia Se llama circunferencia al conjunto de puntos cuya distancia a otro punto llamado centro es siempre la misma. Los puntos de la circunferencia y los que se encuentran dentro de ella forman una Diámetro superficie llamada círculo. Centro El diámetro de una circunferencia es igual al doble del radio. Radio $d=2 \cdot r$ Si medimos con un hilo la longitud de la circunferencia, veremos que Círculo es igual a 3,14 veces su diámetro. A este número decimal se lo define Sector circular con la letra griega "pi" (π). Luego $\pi = 3,14$ aproximadamente. De esta forma, la longitud de una circunferencia es: $L = 2 \cdot \pi \cdot r$ La superficie del círculo se calcula multiplicando "pi" por el cuadrado del radio. Segmento circular $A = \pi \cdot r^2$

16. Cuerpos geométricos Los cuerpos geométricos se clasifican de acuerdo a la forma de sus caras: - Cuerpos poliedros. Son aquellos que tienen todas sus caras planas. Estos, a su vez, pueden dividirse en poliedros regulares (todas sus caras iguales) y poliedros irregulares (no todas las caras iguales). - Cuerpos de revolución. Son cuerpos que tienen, al menos, una cara curva, y se obtienen haciendo girar en torno a un eje a un polígono cualquiera. Poliedros regulares Los poliedros regulares han tenido siempre aplicaciones astronómicas. Platón utiliza al Tetraedro como figura básica de su cosmogonía. J. Kepler hace coincidir las órbitas planetarias de forma que los planetas se colocan en esferas circunscritas a cada uno de estos sólidos. Tetraedro Octaedro Hexaedro o Cubo Dodecaedro Icosaedro

17. Cuerpos geométricos Poliedros irregulares Los poliedros irregulares tienen una base poligonal, que puede ser un triángulo, un cuadrado, un pentágono, etc. Y se nombran teniendo en cuenta dicha base. Así, se denominan: pirámide triangular (si la base es un triángulo); prisma cuadrangular (si la base es un cuadrado) y así con los demás polígonos. Las pirámides tienen una sola base, y los prismas dos, una superior y otra inferior (siendo iguales las dos). Arista Altura Cara Base Pirámide Pirámide Prisma Prisma triangular cuadrangular triangular cuadrangular

18. Cuerpos geométricos Cuerpos o figuras de Revolución Estos cuerpos reciben este nombre porque su forma se genera por medio de la revolución (giro sobre un eje) de una figura plana. Si giramos un rectángulo sobre su lado mayor, obtenemos un cilindro; si giramos un triángulo rectángulo sobre un cateto, obtenemos un cono; y si giramos una semicircunferencia, obtenemos una esfera. Debido a esto, en estos cuerpos, hay superficies curvas. Altura Generatriz Radio Base Cilindro Cono Esfera

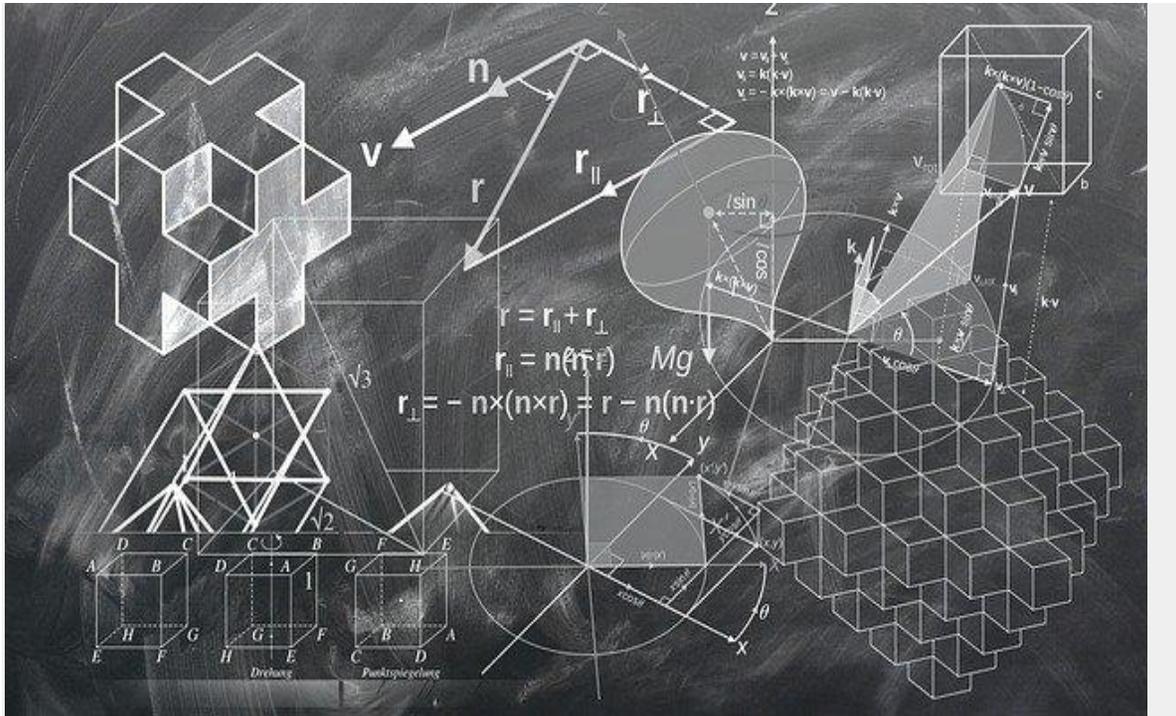


CONCEPTO DE PUNTO

El **punto en geometría** es un **ente fundamental**: esto quiere decir que sólo puede definirse realizando una comparación con otros elementos. De este modo, el punto no se define por sí mismo, sino que adquiere su significado a partir de su relación con otros **conceptos**.

La geometría tiene otros dos entes fundamentales además del punto: el plano y la recta. Así podemos decir que una recta es una sucesión infinita de puntos y que un plano es el objeto ideal que alberga una cantidad infinita de puntos y rectas.

El punto, de este modo, es una figura que carece de dimensiones (no dispone de volumen, longitud, etc.) y que, por lo tanto, no pertenece al mundo físico. Lo que hace un punto en geometría es señalar una cierta posición espacial que se establece a partir de un sistema de coordenadas.



Él punto en geometría puede ser considerado en un plano o en un espacio tridimensional.

Dependiendo de las necesidades, podemos hablar de un punto en un plano de dos dimensiones, el cual contará con un valor en el eje x y otro en el eje y, o bien en uno tridimensional, en el cual también se debe señalar su posición en el eje z. Si bien la noción de eje es teórica y tan arbitraria como muchos otros conceptos matemáticos, por convención se suele entender que: el eje x representa la posición horizontal; el y, la vertical;

el z es perpendicular al punto de vista. En algunos casos, el z y el y son vertical y perpendicular, respectivamente.

Utilidad del concepto

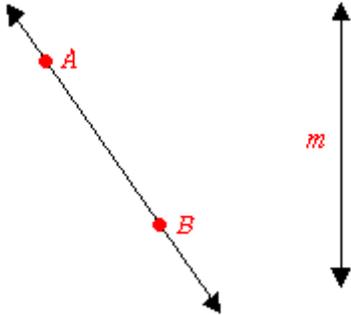
El concepto de punto en geometría resulta útil en muchos ámbitos, muchos de ellos ajenos a las matemáticas. Dos claros ejemplos son la industria de la animación por ordenador y la de los videojuegos, que se valen de la geometría para la representación gráfica de objetos y personajes en dos o tres dimensiones. Dejando de lado las técnicas muy avanzadas, que sólo unos pocos motores gráficos utilizan, tanto una mesa de cuatro patas como un ser humano o un florero se posicionan en el universo virtual por medio de un solo punto.

Cuando se utiliza un punto para representar la ubicación de un objeto complejo en el espacio, éste debe tener una posición invariable con respecto al último. Es importante señalar que este punto se denomina «centro», aunque rara vez se trate del centro geométrico propiamente dicho. Por ejemplo, si se trata de un personaje humanoide, podríamos decidir que su centro se ubique justo en la base del cuerpo, alineado al centro en los ejes x y z, para quedar en medio de los pies y debajo de ellos.

Este punto sirve no sólo para calcular la posición de un objeto en el espacio, sino también para usar de referencia para sus rotaciones, aunque en este caso también es necesario contar con un vector que indique en todo momento la orientación, de manera que siempre sepamos hacia dónde está mirando y cómo distinguir cada uno de sus lados o caras. En casos más complejos, se utiliza más de un punto, para detectar la posición de partes individuales y conseguir resultados más precisos.

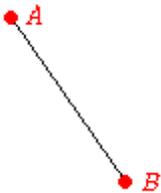
CONCEPTO DE LINEA

Aunque intuitivamente sabemos que es una **línea**, actualmente es difícil dar una buena definición matemática. Aproximadamente, podemos decir que una línea es una colección de puntos infinitamente delgada, infinitamente larga extendiéndose en dos direcciones opuestas. Cuando dibujamos líneas en geometría, usamos una flecha en cada extremo para mostrar que se extiende infinitamente.



Una línea puede ser nombrada ya sea usando dos puntos en la línea (por ejemplo, \overleftrightarrow{AB}) o simplemente por una letra, usualmente minúscula (por ejemplo, línea m).

Un **segmento de línea** tiene dos puntos finales. Contiene esos puntos finales y todos los puntos de línea entre ellos. Usted puede medir la longitud de un segmento, pero no la de una línea.



Un segmento es nombrado por sus dos puntos finales, por ejemplo, \overline{AB} .

Una **raya** es una parte de una línea que tiene un punto final y va infinitamente en una sola dirección. Usted no puede medir la longitud de una raya.



Una raya es nombrada usando su punto final primero, y luego cualquier otro punto en la raya (por ejemplo, \overrightarrow{BA}).

CONCEPTO DE PLANO

En geometría, un **plano** es un objeto ideal que solo posee dos dimensiones, y contiene infinitos puntos y rectas; es un concepto fundamental de la geometría junto con el punto y la recta.

Cuando se habla de un plano de polina, se está hablando del objeto geométrico que no posee volumen, es decir bidimensional, y que contiene un número infinito de rectas y puntos. Sin embargo, cuando el término se utiliza en plural, se está hablando de aquel objeto elaborado como una representación gráfica de superficies en diferentes posiciones. Los planos son especialmente utilizados en ingeniería, arquitectura y diseño, ya que sirven para diagramar en una superficie plana o en otras superficies que son regularmente tridimensionales.

Un plano queda definido por los siguientes elementos geométricos:

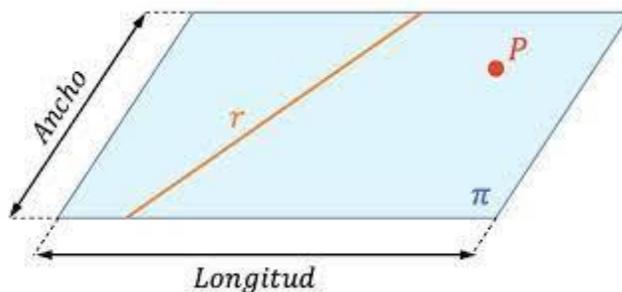
- Tres puntos no alineados.
- Una recta y un punto exterior a ella.
- Dos rectas paralelas o dos rectas que se cortan.

Los planos suelen nombrarse con una letra del alfabeto griego.

Suele representarse gráficamente, para su mejor visualización, como una figura delimitada por bordes irregulares (para indicar que el dibujo es una parte de una superficie infinita).

En un sistema de coordenadas cartesianas, un punto del plano queda determinado por un par ordenado, llamados *abscisa* y *ordenada* del punto. Mediante ese procedimiento, a todo punto del plano corresponden siempre dos números reales ordenados (abscisa y ordenada), y recíprocamente, a un par ordenado de números corresponde un único punto del plano. Consecuentemente, el sistema cartesiano establece una correspondencia biunívoca entre un concepto geométrico como es el de los puntos del plano y un concepto algebraico como son los pares ordenados de números. En coordenadas polares, por un ángulo y una distancia. Esta correspondencia constituye el fundamento de la geometría analítica.

El área es una medida de extensión de una superficie, o de una figura geométrica plana, expresada en unidades de medida denominadas unidades de superficie. Para superficies planas el concepto es más intuitivo. Cualquier superficie plana de lados rectos, por ejemplo un polígono, puede triangularse y se puede calcular su área como suma de las áreas de dichos triángulos. Ocasionalmente se usa el término "área" como sinónimo de superficie, cuando no existe confusión entre el concepto geométrico en sí mismo (superficie) y la magnitud métrica asociada al concepto geométrico (área).



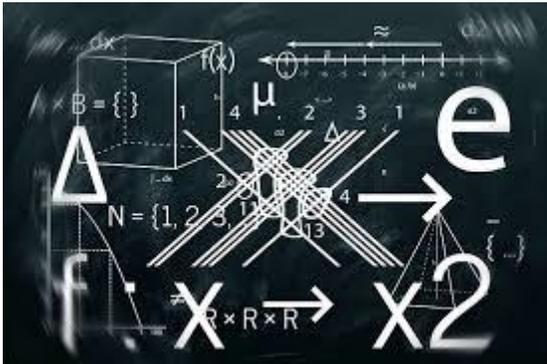
PROPOSICIONES GEOMETRICAS

Las proposiciones simples

Las proposiciones simples son aquellas que expresan un estado de situación en su forma más sencilla, es decir, uniendo un sujeto con un objeto. Existen tanto en el ámbito de la matemática como en otras disciplinas y se caracterizan por no tener ningún término que condicione la proposición de ninguna manera ni ningún operador lógico. Por ejemplo: La pared es azul.

Las proposiciones compuestas

Las proposiciones compuestas aparecen mediadas por la presencia de alguna clase de conector, que puede ser de oposición (o, ni), de adición (y, e) o de condición (si). Además, se consideran compuestas a las proposiciones negativas.



AXIOMA

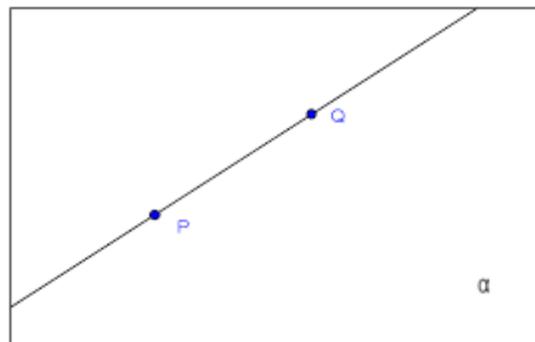
En disciplinas como las matemáticas el axioma representa el primer paso, y el resto del desarrollo del teorema o fórmula se hace de manera deductiva a partir del primer axioma. Así se van estableciendo los llamados sistemas axiomáticos, que son el conjunto repetido de axiomas que dan cuerpo al enunciado matemático.

El primer sistema axiomático reconocido y relevante lo desarrolló Euclides en torno al siglo III a.C. Estableciendo sus teoremas sobre la geometría, axiomas que se mantuvieron hasta el siglo XIX.

A pesar de que parecen conceptos muy similares, y de que incluso pueden llegar a confundirse, la diferencia recae más bien en su uso más que en su significado, ya que ambos conceptos se definen como verdades incuestionables.

Un dogma sería una premisa innegable de algún área o campo y suele utilizarse con más frecuencia en el aspecto religioso.

En cambio, un axioma se utiliza más bien en campos como las matemáticas, la física o la lógica. Y suele ser el primer eslabón en la demostración de una teoría o una consecución de fórmulas matemáticas, los llamados sistemas axiomáticos. Y, al igual que el dogma, también se presupone su veracidad sin necesidad de demostración.



EL POSTULADO

Un postulado es una proposición no evidente por sí misma ni demostrada, pero que se acepta, ya que no existe otro principio al que pueda ser referida.¹

Si la proposición se considera evidente y es aceptada sin demostración previa, se denomina axioma.²

También se denomina postulado a los principios sustentados por una determinada persona, un grupo o una organización.³

Por ejemplo, en filosofía y en psicología los diversos enfoques o escuelas suelen diferenciarse en una serie de proposiciones filosóficas. A estas se les nombra **postulados**,

que actúan como definiciones opcionales que delimitan una concepción de cada disciplina (tipo de método que utiliza, objetivo de estudio, etcétera).

Así, los puntos de partida de la cognición, la modificación de conducta y Gestalt acerca de qué son la mente, la personalidad y la conducta son distintos. A partir de estos postulados se desarrolló toda la teoría. En toda ciencia -incluso la Física, al considerar que existen reglas constantes definibles- se suele disponer de puntos de partida filosóficos.

Los postulados son fórmulas específicas de una teoría que se aceptan solamente por acuerdo. Razonando acerca de dos estructuras diferentes, por ejemplo los números naturales y los números enteros, pueden comprender los mismos axiomas. Sin embargo los postulados expresan lo que es esencial de una estructura, o un conjunto de estas. A diferencia de los axiomas lógicos, los postulados no son tautologías.

Cualquier teoría matemática moderna se fundamenta en un conjunto de postulados. Aunque se pensaba que, en principio, toda teoría se podía axiomatizar y formular, posteriormente esto se demostró imposible.

En matemática son célebres los postulados de Euclides, expuestos en los Elementos, el tratado fundamental de la geometría clásica. Siglos después, cuando se cuestionó el quinto postulado de Euclides, surgió la llamada Geometría no euclidiana.

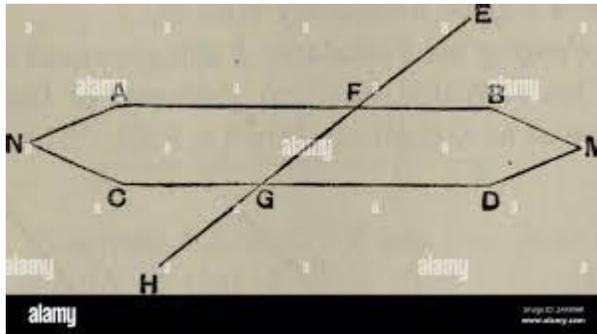
Existen otros, como el postulado de Bertrand, referente a los números primos, y los postulados de Cauchy, enunciados por el matemático Augustin Louis Cauchy, relativos a vectores.

Postulados físicos [editar]

Un postulado físico o principio físico es una hipótesis que conduce a resultados compatibles con las observaciones experimentales aceptada provisionalmente como hipótesis de trabajo o conveniencia formal para obtener otros resultados. En física se formularon los postulados de Cauchy para la mecánica de sólidos deformables, los dos postulados de la Relatividad Especial, referentes a la teoría de la relatividad de Albert Einstein, y los seis postulados de la mecánica cuántica (de la axiomatización de Von Neumann).

Los postulados en la ciencia resumen la experiencia disponible sobre un concepto en cuestión. Es decir, se fundamentan en la realidad y nunca son o han sido falsos a la luz de la experiencia existente, la resumen. Son la base del razonamiento y deducción científica, con la cual se realiza su objeto: la predicción de lo que pasará que ha de ser comprobable

mediante experimentación posterior. En la historia de la ciencia, mejores métodos de medida llevan a más y mejores teorías que introducen más precisión en las predicciones y corrigen errores.



EL TEOREMA Y EL COROLARIO

Corolario (del latín corollarium) es un concepto referido a una proposición tanto en matemática como en lógica que se utiliza para designar la consistencia de un teorema ya demostrado, sin necesidad de invertir esfuerzo adicional en su demostración.

De igual manera, ¿qué es un postulado y un axioma?

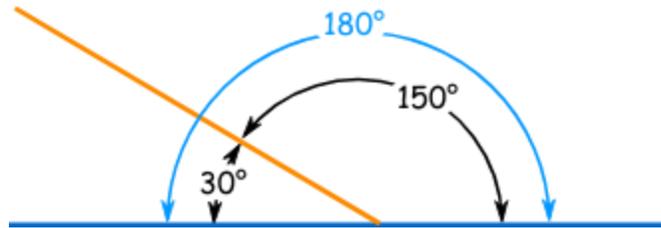
Axioma (del griego αξίωμα, lo que parece justo) es una proposición o evidencia que no es susceptible de demostración. ... Los axiomas se refieren a los principios que se aceptan en todas las ciencias, mientras que los postulados se refieren a una ciencia en particular.

Llegados a este punto, ¿qué es corolario en investigación?

m. Proposición que no necesita prueba particular y se deduce con facilidad de lo demostrado previamente.

Lo que hace preguntarse, ¿cuál es el sinónimo de la palabra corolario?

6 sinónimos de corolario en 1 sentidos de la palabra corolario: Deducción lógica de una proposición anterior: 1 deducción, conclusión, consecuencia, inferencia, derivación, resultado. Ejemplo: Había explicado muy bien el asunto, pero dejó el corolario en suspenso.



LA RECTA

Existen tres tipos de rectas:

1. Rectas paralelas
2. Rectas perpendiculares; y
3. Rectas secantes.

Veamos cada uno de ellos al detalle.

a. Rectas Paralelas

Las rectas paralelas son aquellas rectas que no se interceptan. Es decir, son aquellas rectas que mantienen la misma distancia de separación en todo momento y son coplanares.

Observe cómo son las rectas paralelas.

Dibujo de Rectas Paralelas.

Note que el paralelismo de las rectas L_1 y L_2 están representado por el símbolo: «//». Existen figuras geométricas donde se nota claramente las rectas o líneas paralelas, por ejemplo: en el cuadrado, rombo, hexaedro.

Postulado de Euclides:

«Por un punto exterior a una recta, pasa solo una recta paralela a la recta dada».

b. Rectas Perpendiculares

Las rectas perpendiculares, son aquellas rectas que se interceptan y forman un ángulo recto. Observe cómo son las rectas perpendiculares.

Dibujo de Rectas Perpendiculares.

La representación de la perpendicular entre dos rectas o líneas es con el símbolo: « \perp ».

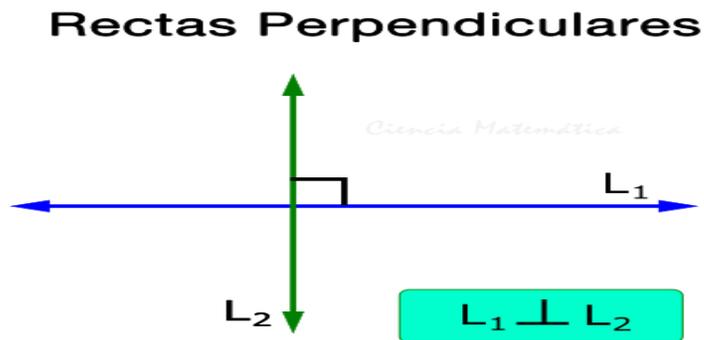
Ejemplos de líneas perpendiculares lo podemos encontrar en figuras como: el cuadrado (ángulos en los vértices), la altura de un triángulo.

c. Rectas Oblicuas o Secantes

Las rectas oblicuas, también llamados rectas secantes, se definen como aquellas rectas que se interceptan en un punto y no forman ángulo recto.

Observe cómo son las rectas oblicuas:

Figura de las rectas oblicuas.



Observe que las rectas oblicuas L_1 y L_2 forman ángulo agudo (φ) y ángulo obtuso (β), este es una característica principal de las rectas oblicuas.

Ejemplos de líneas oblicuas tenemos al trazar las diagonales del rectángulo o cuando se trazan las líneas mediatrices de un triángulo.

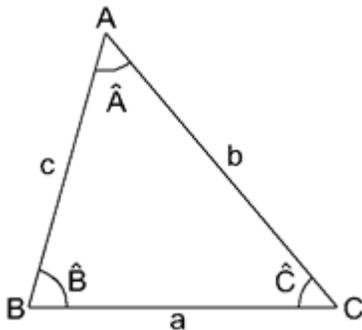
DEFINICIONES, NOMENCLATURA Y NOTACION

Nomenclatura

En la figura siguiente se puede apreciar la nomenclatura a utilizar, para designar los diferentes elementos de un triángulo.

Los vértices se designarán mediante letras mayúsculas, y los ángulos correspondientes, mediante la misma letra mayúscula, pero con acento circunflejo, o un pequeño ángulo sobre la letra. Los lados se designarán mediante la misma letra del vértice opuesto, pero en minúscula.

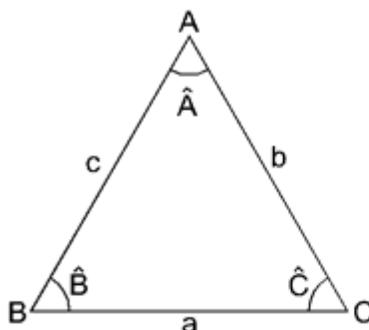
El orden de las letras será el inverso a las agujas del reloj, y cuando se trate de triángulos rectángulos, la hipotenusa se designará con la letra «a».



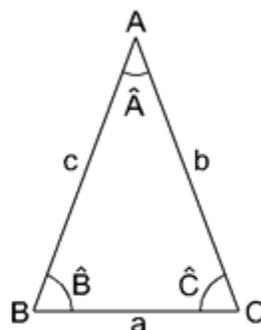
Clasificación

Los triángulos se clasifican en función de la longitud de sus lados, o del valor de sus tres ángulos internos.

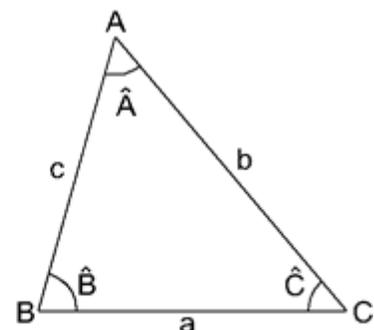
Teniendo en cuenta la longitud de sus lados, los triángulos se denominan: Equiláteros si tienen sus tres lados iguales, Isósceles si tienen dos lados iguales y uno desigual, y Escalenos si tienen los tres lados desiguales.



Equilátero
 $a = b = c$

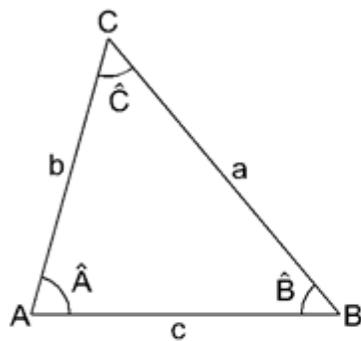


Isósceles
 $b = c \neq a$

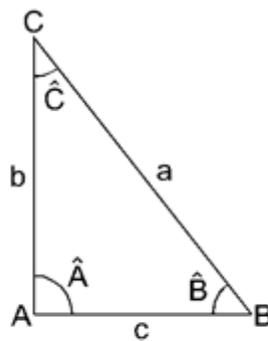


Escaleno
 $a \neq b \neq c$

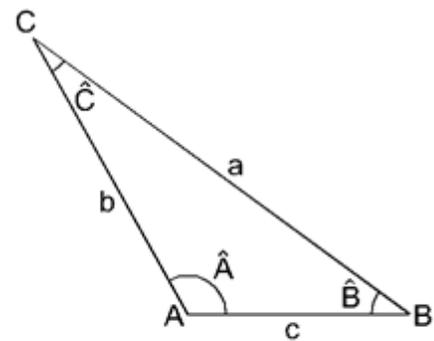
Teniendo en cuenta el valor de sus tres ángulos internos, los triángulos se denominan: Acutángulos si tienen sus tres ángulos agudos, Rectángulos si tienen un ángulo recto, y Obtusángulos si tienen un ángulo obtuso.



Acutángulo
 $\hat{A}, \hat{B} \text{ y } \hat{C} < 90^\circ$



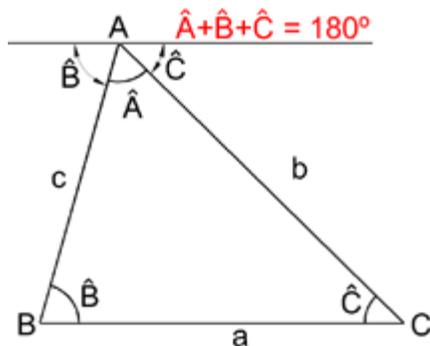
Rectángulo
 $\hat{A} = 90^\circ$



Obtusángulo
 $\hat{A} > 90^\circ$

Propiedades

1. Los ángulos interiores de un triángulo, siempre suman 180° .



Como consecuencia de esta propiedad, se cumple que:

- Un triángulo no puede tener más de un ángulo obtuso o recto.
 - En un triángulo rectángulo los dos ángulos agudos suman 90° .
 - Un ángulo exterior de un triángulo, es igual a la suma de los otros dos ángulos interiores no adyacentes.
2. Cualquier lado de un triángulo, es menor que la suma de los otros dos, y mayor que su diferencia.
 3. En todo triángulo, a lados iguales se oponen ángulos iguales.
 4. En un triángulo rectángulo, la hipotenusa es mayor que cualquiera de los catetos.
 5. Si los tres lados de un triángulo son iguales, y por consiguiente sus ángulos, el triángulo es regular, y se denomina equilátero.

POSTULADOS DE LA RECTA

Un postulado es una proposición no evidente por sí misma ni demostrada, pero que se acepta, ya que no existe otro principio al que pueda ser referida.¹

Si la proposición se considera evidente y es aceptada sin demostración previa, se denomina axioma.²

También se denomina postulado a los principios sustentados por una determinada persona, un grupo o una organización.³

Por ejemplo, en filosofía y en psicología los diversos enfoques o escuelas suelen diferenciarse en una serie de proposiciones filosóficas. A estas se les nombra postulados, que actúan como definiciones opcionales que delimitan una concepción de cada disciplina (tipo de método que utiliza, objetivo de estudio, etcétera).

Así, los puntos de partida de la cognición, la modificación de conducta y *Gestalt* acerca de qué son la mente, la personalidad y la conducta son distintos. A partir de estos postulados se desarrolló toda la teoría. En toda ciencia -incluso la Física, al considerar que existen reglas constantes definibles- se suele disponer de puntos de partida filosóficos.

Los postulados son fórmulas específicas de una teoría que se aceptan solamente por acuerdo. Razonando acerca de dos estructuras diferentes, por ejemplo los números naturales y los números enteros, pueden comprender los mismos axiomas. Sin embargo los postulados expresan lo que es esencial de una estructura, o un conjunto de estas. A diferencia de los axiomas lógicos, los postulados no son tautologías.

Cualquier teoría matemática moderna se fundamenta en un conjunto de postulados. Aunque se pensaba que, en principio, toda teoría se podía axiomatizar y formular, posteriormente esto se demostró imposible.

En matemática son célebres los postulados de Euclides, expuestos en *los Elementos*, el tratado fundamental de la geometría clásica. Siglos después, cuando se cuestionó el quinto postulado de Euclides, surgió la llamada Geometría no euclidiana.

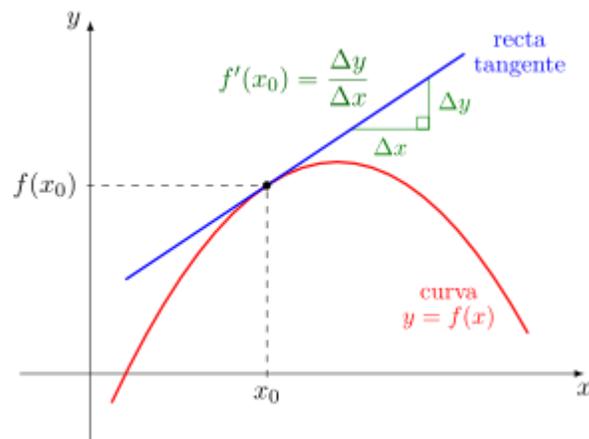
Existen otros, como el postulado de Bertrand, referente a los números primos, y los postulados de Cauchy, enunciados por el matemático Augustin Louis Cauchy, relativos a vectores.

CONCEPTOS DERIVADOS DE LA RECTA

En cálculo diferencial y análisis matemático, la **derivada** de una función es la razón de cambio instantánea con la que varía el valor de dicha función matemática, según se modifique el valor de su variable independiente. La derivada de una función es un concepto local, es decir, se calcula como el límite de la rapidez de cambio media de la función en cierto intervalo, cuando el intervalo considerado para la variable independiente se torna cada vez más pequeño. Por eso se habla del valor de la derivada de una función *en un punto dado*.

Un ejemplo habitual aparece al estudiar el movimiento: si una función representa la posición de un objeto con respecto al tiempo, su derivada es la velocidad de dicho objeto para todos los momentos. Un avión que realice un vuelo transatlántico de 4500 km entre las 12:00 y las 18:00, viaja a una velocidad media de 750 km/h. Sin embargo, puede estar viajando a velocidades mayores o menores en distintos tramos de la ruta. En particular, si entre las 15:00 y las 15:30 recorre 400 km, su velocidad media en ese tramo es de 800 km/h. Para conocer su velocidad instantánea a las 15:20, por ejemplo, es necesario calcular la velocidad media en intervalos de tiempo cada vez menores alrededor de esta hora: entre las 15:15 y las 15:25, entre las 15:19 y las 15:21.

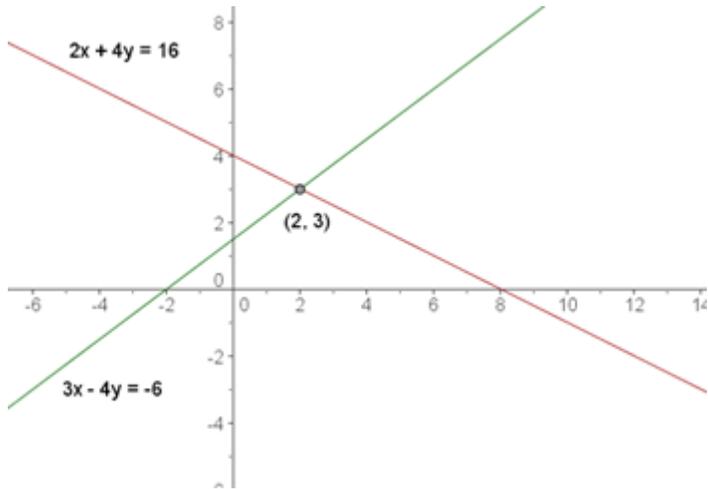
Entonces el valor de la derivada de una función en un punto puede interpretarse geoméricamente, ya que se corresponde con la pendiente de la recta tangente a la gráfica de la función en dicho punto. La recta tangente es, a su vez, la gráfica de la mejor aproximación lineal de la función alrededor de dicho punto. La noción de derivada puede generalizarse para el caso de funciones de más de una variable con la derivada parcial y el diferencial.



POSICION DE DOS RECTAS EN UN PLANO

Dos rectas en el plano pueden ser:

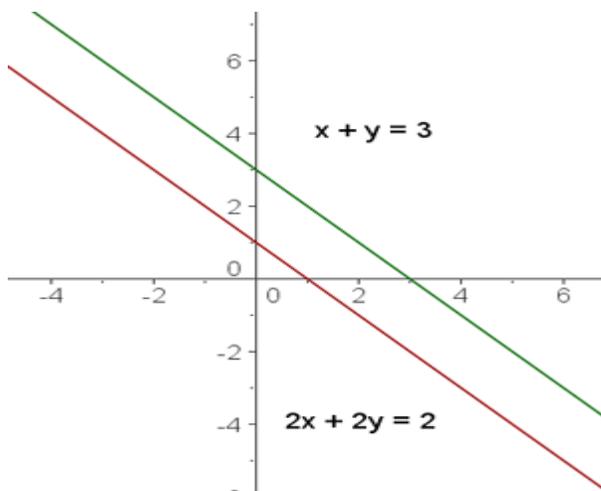
Secantes



Dos rectas son secantes si sólo tienen un punto en común.

El sistema de ecuaciones formado por las dos rectas tiene una solución.

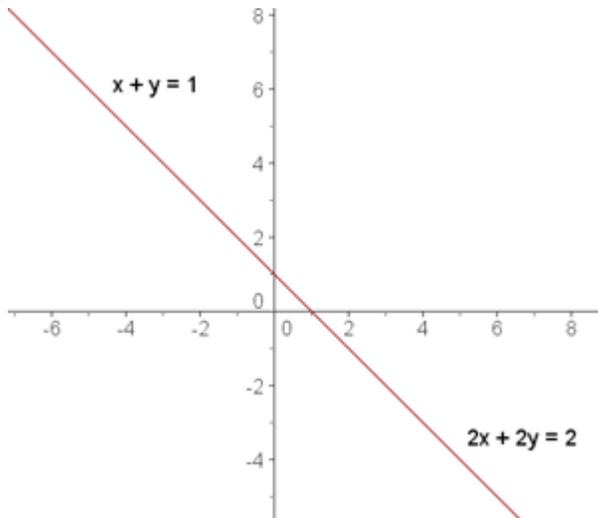
Paralelas



Dos rectas son paralelas si no tienen ningún punto en común.

El sistema de ecuaciones formado por las dos rectas no tiene solución.

Coincidentes



Dos rectas son coincidentes si tienen todos los puntos son comunes.

El sistema de ecuaciones formado por las dos rectas tiene infinitas soluciones.

ANGULO

En geometría, el ángulo puede ser definido como la parte del plano determinada por dos semirrectas llamadas lados que tienen el mismo punto de origen llamado vértice del ángulo. La unidad de medida de los ángulos son los grados.¹

La medida de un ángulo es considerada como la amplitud del arco de circunferencia centrada en el vértice y delimitada por sus lados. Su medida es un múltiplo de la razón entre la longitud del arco y el radio. Su unidad natural es el radián, pero también se puede utilizar el grado sexagesimal o el grado centesimal.

Pueden estar definidos sobre superficies planas (trigonometría plana) o curvas (trigonometría esférica). Se denomina ángulo diedro al espacio comprendido entre dos semiplanos cuyo origen común es una recta. Un ángulo sólido es el que abarca un objeto visto desde un punto dado, midiendo su tamaño aparente.

Ángulo también se utiliza para designar la medición de un ángulo o de una rotación. Esta medida es la relación entre la longitud de un arco circular y su radio. En el caso de un ángulo geométrico, el arco está centrado en el vértice y delimitado por los lados. En el caso de una rotación, el arco está centrado en el centro de la rotación y delimitado por cualquier otro punto y su imagen por la rotación.

Ángulos positivos y negativos[editar]

Aunque la definición de la medida de un ángulo no respalda el concepto de ángulo negativo, con frecuencia es útil imponer una convención que permita que los valores angulares positivos y negativos representen orientaciones y / o rotaciones en direcciones opuestas con respecto a alguna referencia.

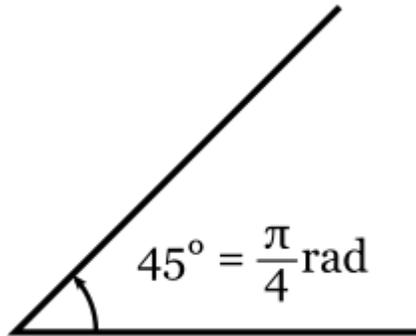
En un sistema de coordenadas cartesiano bidimensional, un ángulo se define típicamente por sus dos lados, con su vértice en el origen. El lado inicial está en el eje "x" positivo, mientras que el otro lado o lado terminal está definido por la medida del lado inicial en radianes, grados o vueltas. Con ángulos positivos que representan rotaciones hacia el eje "y" positivo y ángulos negativos que representan rotaciones hacia el eje "y" negativo. Cuando las coordenadas cartesianas están representadas por la posición estándar, definida por el eje "x" hacia la derecha y el eje "y" eje hacia arriba, las rotaciones positivas son en sentido antihorario y las rotaciones negativas son en sentido horario.

En muchos contextos, un ángulo de $-\theta$ es efectivamente equivalente a un ángulo de "una vuelta completa menos θ ". Por ejemplo, una orientación representada como -45° es efectivamente equivalente a una orientación representada como $360^\circ - 45^\circ$ o 315° . Aunque la posición final es la misma, una rotación física (movimiento) de -45° no es lo mismo que una rotación de 315° (por ejemplo, la rotación de una persona sosteniendo una escoba descansando sobre un piso polvoriento dejaría huellas visualmente diferentes de regiones barridas en el suelo).

En la geometría tridimensional, "en el sentido de las agujas del reloj" y "en el sentido contrario a las agujas del reloj" no tienen un significado absoluto, por lo que la dirección de los ángulos positivos y negativos debe definirse en relación con alguna referencia, que suele ser un vector que pasa por el vértice del ángulo y es perpendicular al plano en donde se encuentran los rayos del ángulo.

En la navegación, los rumbos o acimut se miden en relación con el norte. Por convención, visto desde arriba, los ángulos de orientación son positivos en el sentido de las agujas del

reloj, por lo que una orientación de 45° corresponde a una orientación noreste. Los rumbos negativos no se utilizan en la navegación, por lo que una orientación noroeste corresponde a un rumbo de 315° .



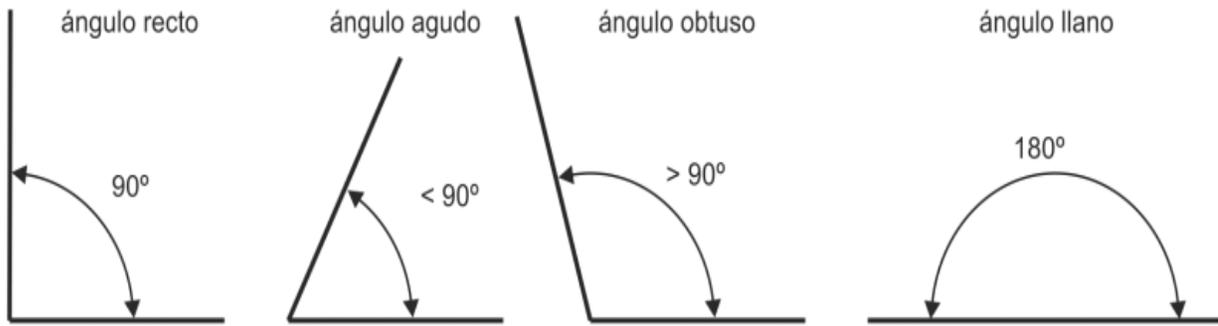
DEFINICION DE ANGULO Y SU NOTACION

El concepto de ángulo corresponde a la geometría, una de las ramas de las matemáticas, pero también se aplica en otros campos como la ingeniería, la óptica o la astronomía.

La medición de los ángulos se realiza a partir del sistema sexagesimal que se expresa en grados ($^\circ$), minutos ($'$) y segundos ($''$). Un grado equivale a 60 minutos y un minuto equivale a 60 segundos. La cantidad de grados podrá ascender hasta 360, que es considerado el giro completo de una circunferencia. Por ejemplo: En el reloj de agujas, las agujas forman ángulos. A las 12 en punto, cuando las dos agujas apuntan para el mismo lado, el ángulo es de 0° ; a las 3 de 90° ; a las 6 de 180° y a las 9 de 270° .

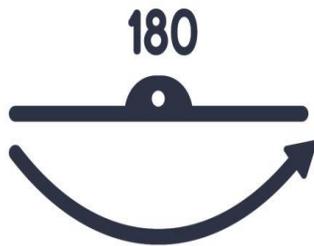
Los ángulos están representados por una magnitud que puede ser analizada y comparada con otras, por lo que existen operaciones entre ángulos. Se puede sumar y restar ángulos entre sí o multiplicarlos y dividirlos por números enteros.

La recta que divide en dos partes iguales a un ángulo se llama bisectriz y cualquier punto de ella equidista de ambos lados del ángulo.



Ver además: Trigonometría

Tipos de ángulos



Un ángulo nulo es el que mide 0° .

Los ángulos se pueden clasificar de acuerdo a ciertos criterios.

Según su amplitud:

- Ángulo nulo. Es el que mide 0° .
- Ángulo agudo. Es el que mide entre 0° y 90° .
- Ángulo recto. Es el que mide 90° .
- Ángulo obtuso. Es el que mide entre 90° y 180° .
- Ángulo llano. Es el que mide 180° .
- Ángulo cóncavo. Es el que mide más de 180° .
- Ángulo completo. Es el que mide 360° .

Según la relación con otro ángulo:

- Ángulos suplementarios. Son ángulos que suman 180° .
- Ángulos complementarios. Son ángulos que suman 90° .

Según su posición:

- Ángulos consecutivos. Son ángulos que comparten un lado y el vértice.
- Ángulos adyacentes. Son ángulos consecutivos y el lado que no comparten forma parte de la misma recta.
- Ángulos opuestos por el vértice. Son ángulos que comparten el vértice pero ninguno de los lados.

Operaciones con ángulos

- Sumas entre ángulos. Cuando se suman dos o más ángulos se deben sumar los grados (y también los minutos y los segundos si corresponde) de cada uno de los ángulos. Por ejemplo:

$$\begin{array}{ccccccc} \text{ángulo} & \alpha & + & \text{ángulo} & \beta & = & \text{ángulo} & \gamma \\ 90^\circ & + & 70^\circ & = & 160^\circ & & & \end{array}$$

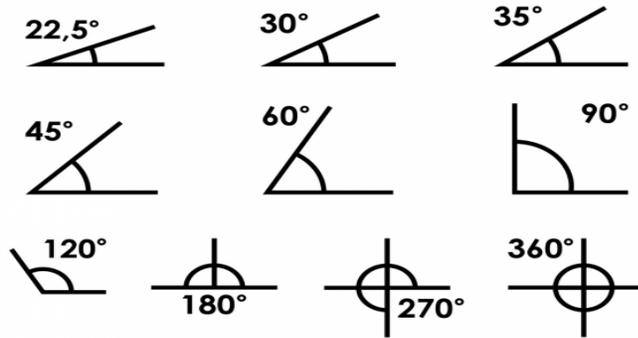
- Restas entre ángulos. Cuando se restan dos o más ángulos se deben restar los grados (y también los minutos y los segundos si corresponde) de cada uno de los ángulos. Por ejemplo:

$$\begin{array}{ccccccc} \text{ángulo} & \gamma & - & \text{ángulo} & \beta & = & \text{ángulo} & \alpha \\ 160^\circ & - & 70^\circ & = & 90^\circ & & & \end{array}$$

- Multiplicaciones con ángulos. Cuando se multiplica un ángulo por un número natural se deben multiplicar los grados, los minutos y los segundos por ese número. En el caso de que los valores de los minutos o segundos supere los 60, se deberán pasar esas unidades a la siguiente escala. Por ejemplo:

$$\begin{array}{ccccccc} \text{ángulo} & \alpha & = & 40^\circ & 10' & 20'' \\ \text{ángulo } \alpha \times 2 & = & 40^\circ \times 2 + 10' \times 2 + 20'' \times 2 & = & 80^\circ 20' 40'' & & \end{array}$$

- Divisiones con ángulos. Cuando se divide un ángulo por un número natural se deben dividir los grados, los minutos y los segundos por ese número. Al comenzar, se dividen los grados por el número y el resto que se obtiene se transforma en minutos (al multiplicarlo por 60) y se agrega a los minutos que ya se tenían. Se dividen los minutos y el resto se agrega a los segundos que ya se tenían que luego se dividen.



¿Cómo se mide un ángulo?

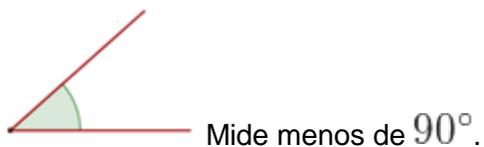
Para medir la amplitud de un ángulo, se necesita un instrumento de medición llamado transportador. El transportador está graduado, puede ser circular o semicircular y suele ser de plástico. Los pasos para medir un ángulo son:

1. Se debe colocar el centro del transportador, que suele estar indicado con una ranura, en el vértice del ángulo (el origen del ángulo).
2. Luego se debe corroborar que uno de los lados del ángulo coincida con la base del transportador.
3. Se marca la graduación del lado restante en el transportador y esa es la amplitud del ángulo.

CLASIFICACION DE LOS ANGULOS

Clasificación de ángulos según su medida

Ángulo agudo



Ángulo recto



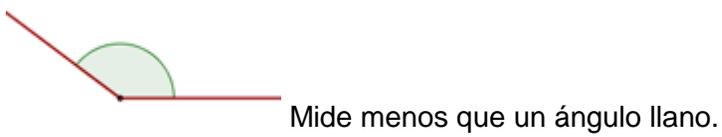
Ángulo obtuso



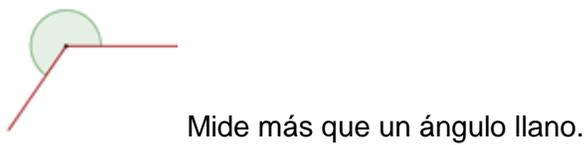
Ángulo llano



Ángulo convexo



Ángulo cóncavo

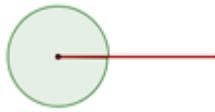


Ángulo nulo



Mide 0° . Las semirrectas que forman los ángulos coinciden.

Ángulo completo



Mide 360° .

Ángulo negativo



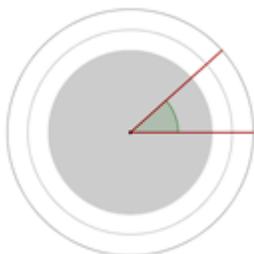
Mide menos de 0° .

Los ángulos negativos giran en el sentido horario, es decir, en el sentido en que se mueven las agujas de un reloj.

Un ángulo negativo lo podemos transformar en un ángulo positivo sumándole 360° .

$$-30^\circ = 360^\circ - 30^\circ = 330^\circ$$

Ángulo mayor de 360°

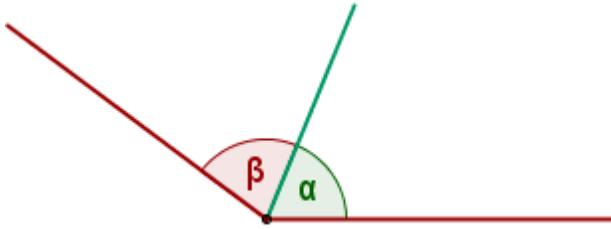


Mide más de una vuelta.

Un ángulo de $390^\circ = 360^\circ + 30^\circ$, si lo representamos coincide con un ángulo de 30° . Un ángulo de $750^\circ = 2 \cdot 360^\circ + 30^\circ$, si lo representamos coincide con un ángulo de 30° . Si queremos pasar un ángulo a la primera vuelta, dividimos el ángulo entre 360° : El cociente es el número de vueltas que da. El resto es ángulo resultante que corresponde a la primera vuelta.

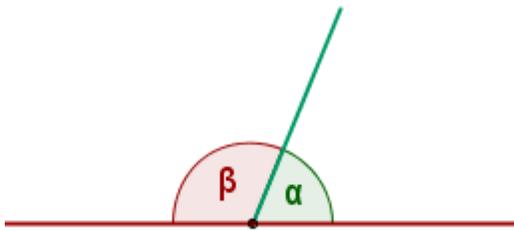
Clasificación de ángulos según su posición

Ángulos consecutivos



Son aquellos que tienen el vértice y un lado común.

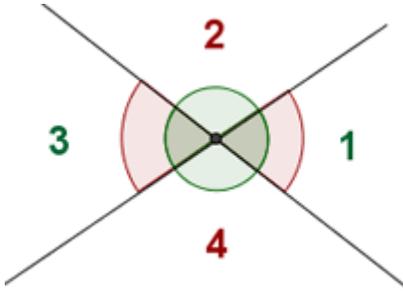
Ángulos adyacentes



Son aquellos que tienen el vértice y un lado común, y los otros lados situados uno en prolongación del otro.

Forman un ángulo llano.

Ángulos opuestos por el vértice



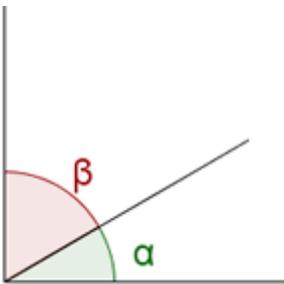
Son los que teniendo el vértice común, los lados de uno son prolongación de los lados del otro.

Los ángulos 1 y 3 son iguales.

Los ángulos 2 y 4 son iguales.

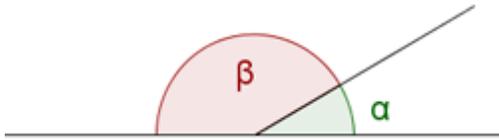
Clasificación de ángulos según su suma

Ángulos complementarios



Dos ángulos son complementarios si suman 90° .

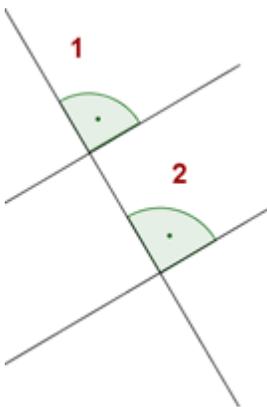
Ángulos suplementarios



Dos ángulos son suplementarios si suman 180° .

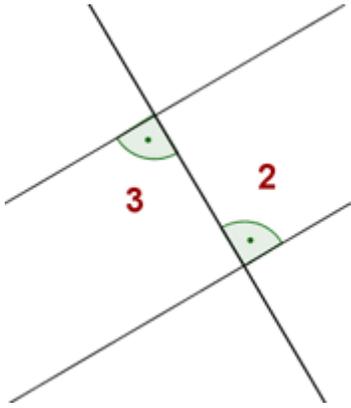
Ángulos entre paralelas y una recta transversal

Ángulos correspondientes



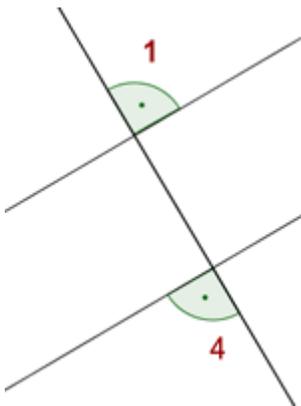
Los ángulos 1 y 2 son iguales.

Ángulos alternos internos



Los ángulos 2 y 3 son iguales.

Ángulos alternos externos



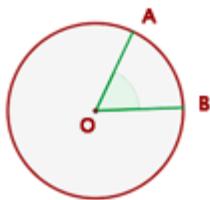
Los ángulos 1 y 4 son iguales.

Ángulos en la circunferencia

Ángulo central

El ángulo central tiene su vértice en el centro de la circunferencia y sus lados son dos radios.

La medida de un arco es la de su ángulo central correspondiente.

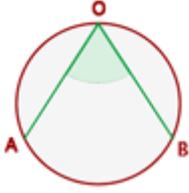


$$\widehat{AOB} = \widehat{AB}$$

Ángulo inscrito

El ángulo inscrito tiene su vértice en la circunferencia y sus lados son secantes a ella.

Mide la mitad del arco que abarca.

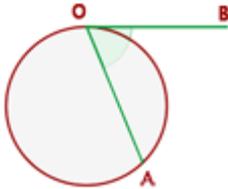


$$\widehat{AOB} = \frac{1}{2} \widehat{AB}$$

Ángulo semi-inscrito

El vértice de ángulo semi-inscrito está en la circunferencia, un lado secante y el otro tangente a ella.

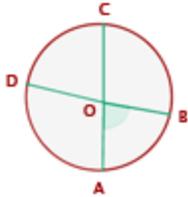
Mide la mitad del arco que abarca.



$$\widehat{AOB} = \frac{1}{2} \widehat{AB}$$

Ángulo interior

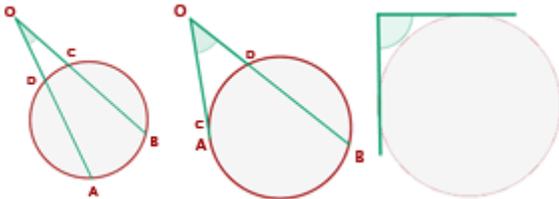
Su vértice es interior a la circunferencia y sus lados secantes a ella. Mide la mitad de la suma de las medidas de los arcos que abarcan sus lados y las prolongaciones de sus lados.



$$\widehat{AOB} = \frac{1}{2}(\widehat{AB} + \widehat{CD})$$

Ángulo exterior

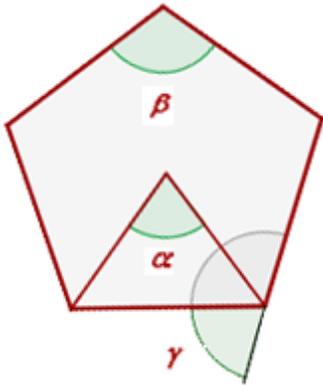
Su vértice es un punto exterior a la circunferencia y los lados de sus ángulos son: o secantes a ella, o uno tangente y otro secante, o tangentes a ella.



Mide la mitad de la diferencia entre las medidas de los arcos que abarcan sus lados sobre la circunferencia.

$$\widehat{AOB} = \frac{1}{2}(\widehat{AB} - \widehat{CD})$$

Ángulos de un polígono regular



Ángulo central de un polígono regular

Es el formado por dos radios consecutivos.

Ejemplo

Si n es el número de lados de un polígono:

$$\text{Ángulo central} = 360^\circ \div n$$

$$\text{Ángulo central del pentágono regular} = 360^\circ \div 5 = 72^\circ$$

Ángulo interior de un polígono regular

Es el formado por dos lados consecutivos.

$$\text{Ángulo interior} = 180^\circ - \text{Ángulo central}$$

$$\text{Ángulo interior del pentágono regular} = 180^\circ - 72^\circ = 108^\circ$$

Ángulo exterior de un polígono regular

Es el formado por un lado y la prolongación de un lado consecutivo.

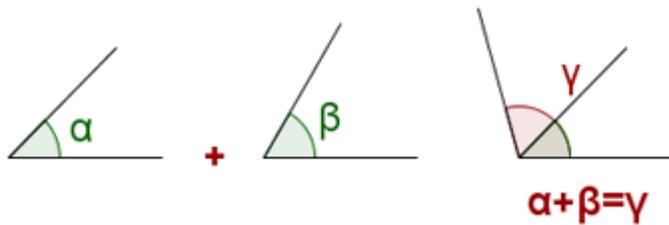
Los ángulos exteriores e interiores son suplementarios, es decir, que suman 180° .

Ángulo exterior = Ángulo central

$$\text{Ángulo exterior del pentágono regular} = 72^\circ$$

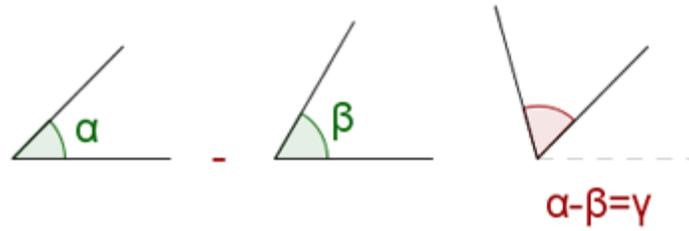
Suma

La suma de dos ángulos es otro ángulo cuya amplitud es la suma de las amplitudes de los dos ángulos iniciales.



Resta

La resta de dos ángulos es otro ángulo cuya amplitud es la diferencia entre la amplitud del ángulo mayor y la del ángulo menor.



TEOREMAS SOBRE LOS ANGULOS

Ángulos complementarios: Son aquellos que sumados dan 90° .

Complemento de un ángulo es lo que le falta al ángulo para completar 90°

Ángulos suplementarios: Son aquellos que sumados dan 180° .

Complemento de un ángulo es lo que le falta al ángulo para completar 180°

Ángulos consecutivos o contiguos: Son aquellos que tienen un lado común.

Ángulos adyacentes: Son aquellos ángulos que tienen una lado en común y el otro lado

sobre una misma recta.

Dos ángulos adyacentes son siempre suplementarios.

Ángulos opuestos por el vértice: Son dos ángulos son opuestos por el vértice, cuando al prolongar los lados de un ángulo se forman los lados del otro ángulo.

Ángulos entre paralelas

Al intersectar una paralela por una recta llamada transversal o secante, se forman los siguientes tipos de ángulo:

Ángulos correspondientes: Son los que están al mismo lado de las paralelas y al mismo lado de transversal.

Ángulos alternos internos: Son los que están entre las paralelas a distinto lado de ellas y a distinto lado de la transversal.

Ángulos alternos externos: Son los que "fuera" de las paralelas a distinto lado de ellas y a distinto lado de la transversal.

Las propiedades fundamentales de los ángulos entre paralelas son:

Los ángulos correspondientes son iguales entre sí.

Los ángulos alternos internos son iguales entre sí.

Los ángulos alternos externos son iguales entre sí.

Teoremas de ángulos

Todo círculo queda dividido en dos partes iguales por su diámetro.

Los ángulos básicos del triángulo isósceles son iguales.

Los ángulos opuestos por el vértice que forman al cortarse una recta son iguales.

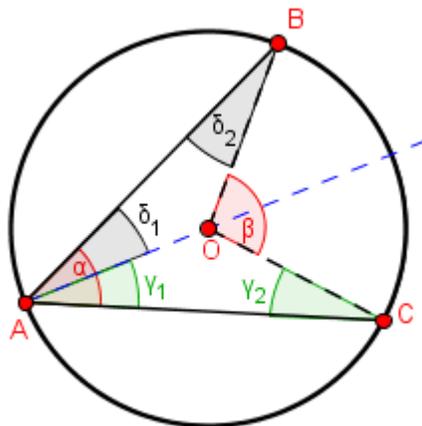
Si dos triángulos son tales que dos ángulos y un lado de uno de ellos son iguales a los del otro triángulo, ambos triángulos son congruentes.

Todo ángulo inscrito en una semicircunferencia es un ángulo recto.

Elementos secundarios de un triángulo

Alturas: Son segmentos perpendiculares (segmentos que forman ángulos de 90°) a un lado o a su prolongación desde el vértice opuesto. La altura se designa con la letra h y un subíndice que señala el lado del cual se levanta.

Un triángulo tiene tres alturas, una por cada lado (h_a , h_b , h_c).



SISTEMAS DE MEDICION DE ANGULOS

En la medida de ángulos, y por tanto en trigonometría, se emplean cuatro unidades, si bien la más utilizada en la vida cotidiana es el Grado sexagesimal, en matemáticas es el Radián la más utilizada, y se define como la unidad natural para medir ángulos, el Grado centesimal se desarrolló como la unidad más próxima al sistema decimal, se usa en topografía, arquitectura o en construcción.

- Radián: unidad angular natural en trigonometría, será la que aquí utilizemos. En una circunferencia completa hay 2π radianes.
- Grado sexagesimal: unidad angular que divide una circunferencia en 360 grados.
- Grado centesimal: unidad angular que divide la circunferencia en 400 grados centesimales.
- Horario: su unidad de medida es el ángulo de 1 hora, que equivale a la sexta parte del ángulo recto.

Relación entre los Sistemas de medición de ángulos:

180° ----- π rad. ----- 200^g ----- 12 hs

BIBLIOGRAFIA

- https://www.google.com/search?q=sistemas+de+medicion+de+angulos&source=lmns&bih=600&biw=1366&rlz=1C1NDCM_esMX771MX771&hl=es&sa=X&ved=2ahUKEwjMoubI0r2AhV6wikDHXpyDjMQ_AUoAHoECAEQAA
- <https://concepto.de/angulo/#ixzz7Llcg3YU1>
- https://www.google.com/search?q=sistemas+de+medicion+de+angulos&source=lmns&bih=600&biw=1366&rlz=1C1NDCM_esMX771MX771&hl=es&sa=X&ved=2ahUKEwjMoubI0r2AhV6wikDHXpyDjMQ_AUoAHoECAEQAA
- <https://odjulian.wixsite.com/blog/derivadas-algebraicas#:~:text=Derivadas%20algebraicas,funci%C3%B3n%20en%20un%20punto%20ado.&text=En%20la%20res>
- https://es.wikipedia.org/wiki/Postulados_de_Euclides#:~:text=Los%20postulados%20de%20Los%20Elementos,indefinidamente%20en%20una%20l%C3%ADnea%20recta.&text=Todos%20los%20%C3%A1ngulos%20rectos%20son%20iguales%20entre%20s%C3%AD
- <https://es.wikipedia.org/wiki/Recta>