

**Nombre del alumno: Jose Antonio  
Borrallés Morales**

**Nombre del profesor: Juan Jose  
Ojeda Trujillo**

**Nombre del trabajo: Mapa  
conceptual**

**Materia: Geometría y trigonometría**

PASIÓN POR EDUCAR

**Grado: 2 semestre**

**Grupo: BEN01EMM0121-A**

# ¿Cómo se comprueba el teorema de Pitágoras?

Es un teorema que nos permite relacionar los tres lados de un triángulo rectángulo, por lo que es de enorme utilidad cuando conocemos dos de ellos y queremos saber el valor del otro

Angulo entre dos líneas rectas paralelas cortadas por una línea recta transversal

Triángulos

Elementos de un triángulo

Clasificación de los triángulos

Triángulos de acuerdo con el tipo de sus ángulos internos

Rectas y puntos notables en un

Mediana y baricentro

Propiedades de los ángulos formados entre dos rectas paralelas y una transversal.

Definición de triángulo

Notación

Triángulos de acuerdo con la medida de sus

Congruencia de triángulos

Bisectriz e incentro

Mediatriz y circuncentro

Altura y ortocentro

¿Cómo se comprueba el teorema de Pitágoras?

Es un teorema que nos permite relacionar los tres lados de un triángulo rectángulo, por lo que es de enorme utilidad cuando conocemos dos de ellos y queremos saber el valor del otro.

También nos sirve para comprobar, conocidos los tres lados de un triángulo, si un triángulo es rectángulo, ya que si lo es sus lados deben cumplirla.

Un triángulo rectángulo es aquel en el que uno de sus tres ángulos mide  $90^\circ$ . Es decir es un ángulo recto. Esta claro que si uno de los dos puede serlo, pues debe sumar los 3  $180^\circ$ .

El teorema de Pitágoras dice que "En todo triángulo rectángulo, el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos".

El teorema de Pitágoras quiere decir que el área de un cuadrado de lado de la hipotenusa es igual a la suma de las áreas de otros dos cuadrados cuyos lados son cada uno de los catetos respectivamente.

## Unida 11

Angulo entre dos lineas rectas cortadas por una linea transversal.

Si dos rectas  $l_1$  y  $l_2$  son cortadas en puntos distintos por una tercera recta  $S$

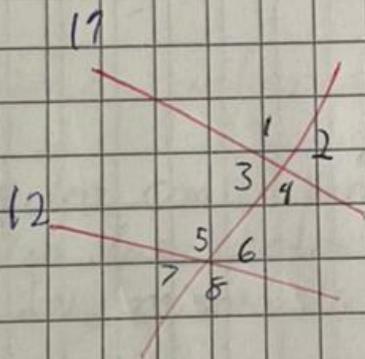
Como se ilustra en la siguiente figura.

Se puede observar que forman 8 angulos.

A la recta  $S$  se le denomina transversal,

Es una recta que corta a otras 2 rectas coplanares en puntos diferentes.

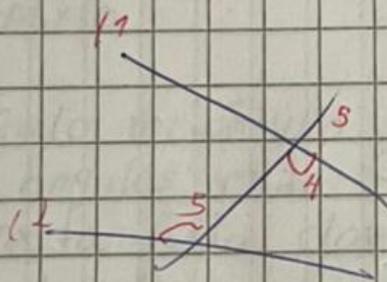
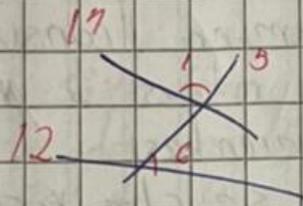
Los angulos que se forman se clasifican por Pares Juntos.



Clasificación de los ángulos formados entre dos rectas cortadas por una transversal.

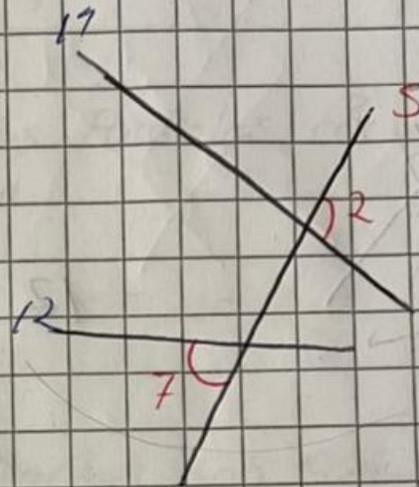
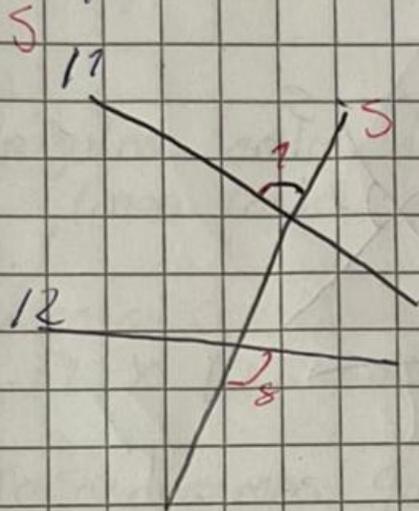
Ángulos alternos internos.

Son aquellos ángulos con diferentes vértices que están situados entre las rectas  $l_1$  y  $l_2$  y en lados distintos de la transversal  $s$ .



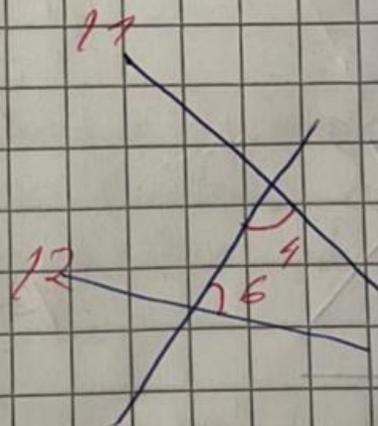
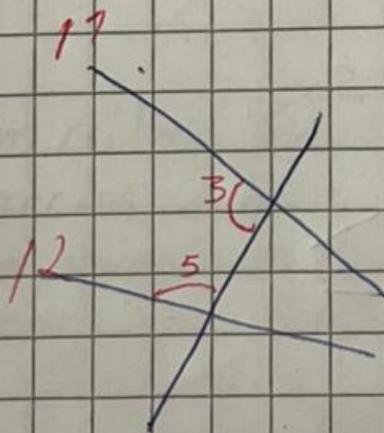
## Ángulos alternos externos.

Son aquellas ángulos con diferentes vértices que no están situados entre las rectas  $r_1$  y  $r_2$  y quedan en lados distintos de la transversal  $s$ .



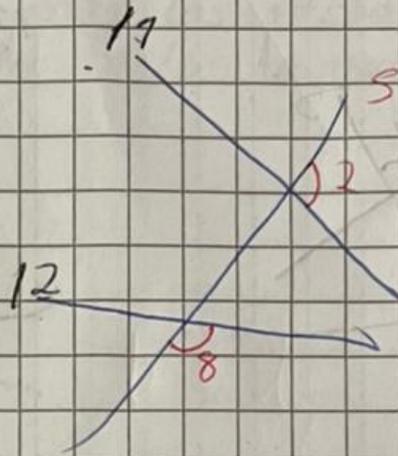
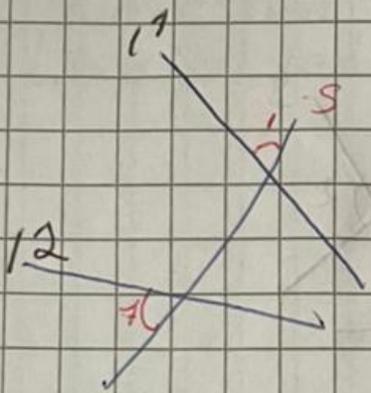
## Ángulos colaterales internos

Son los ángulos con diferentes vértices que quedan entre las rectas  $r_1$  y  $r_2$  y están situadas del mismo lado de la transversal  $s$ .



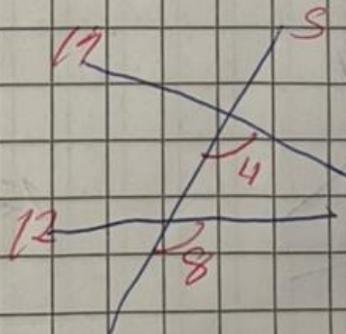
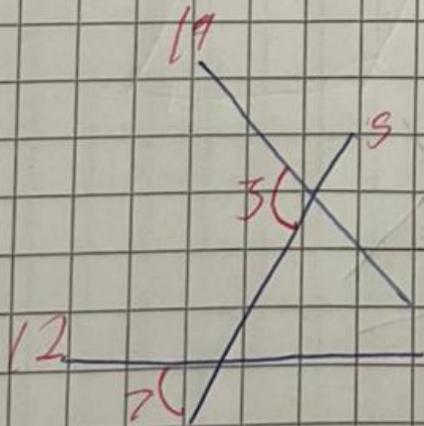
### Ángulos colaterales externos

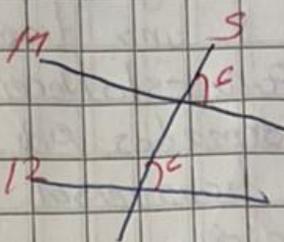
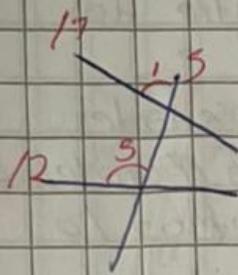
Son los ángulos con vértices diferentes que no están situados entre las rectas  $l_1$  y  $l_2$  y quedan del mismo lado de la transversal  $S$ .



### Ángulos correspondientes

Son los ángulos de vértices diferentes que están situados del mismo lado de la transversal  $S$  siendo uno interno y el otro externo a las rectas  $l_1$  y  $l_2$ .

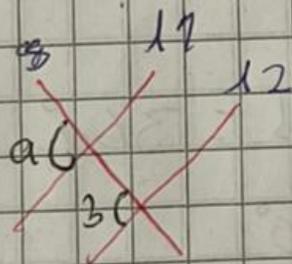




Ángulos entre dos líneas paralelas cortada por una línea recta transversal

Ahora consideraremos el caso en que las rectas  $l_1$  y  $l_2$  sean paralelas.

Recordaremos que dos rectas son paralelas si estando en un mismo plano no se intersecan sin importar cuánto se prolonguen.



Si  $\angle a = \angle b \therefore l_1$  y  $l_2$  son  $\parallel$

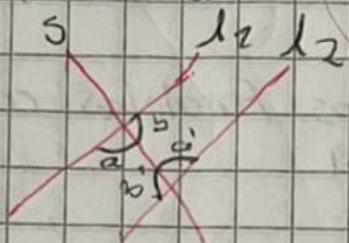
Un criterio práctico que permite determinar si dos rectas dadas son o no paralelas, es el que se enuncia a continuación y que admitiremos como un postulado.

**Postulado**

Si dos rectas son cortadas por una transversal y dos ángulos correspondientes son iguales entonces las rectas son paralelas.

Propiedades de los ángulos formados entre dos rectas paralelas y una transversal.

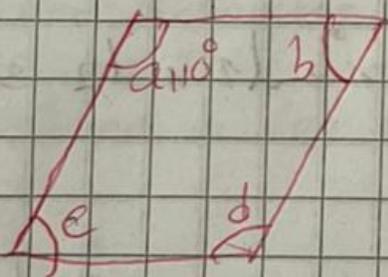
Como primer paso para establecer las propiedades de los ángulos formados por dos rectas paralelas cortadas por una transversal, demostraremos la siguiente Proposición.



$$\angle a = \angle a'$$

$$\angle b = \angle b' \quad \therefore l_1 \text{ y } l_2 \text{ son } \parallel$$

$$\angle a + \angle b = 180^\circ$$



$$a + b + c + d = 360^\circ$$

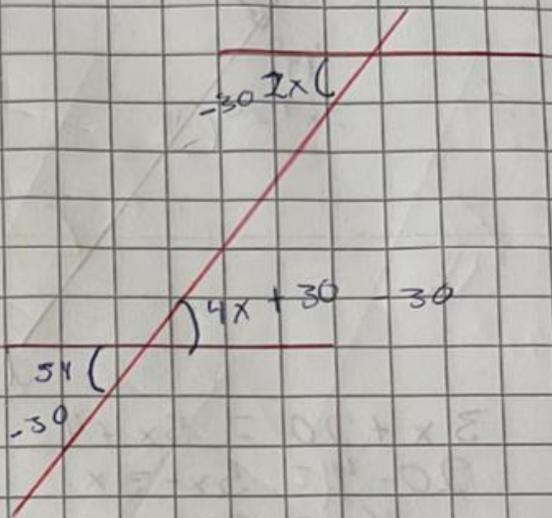
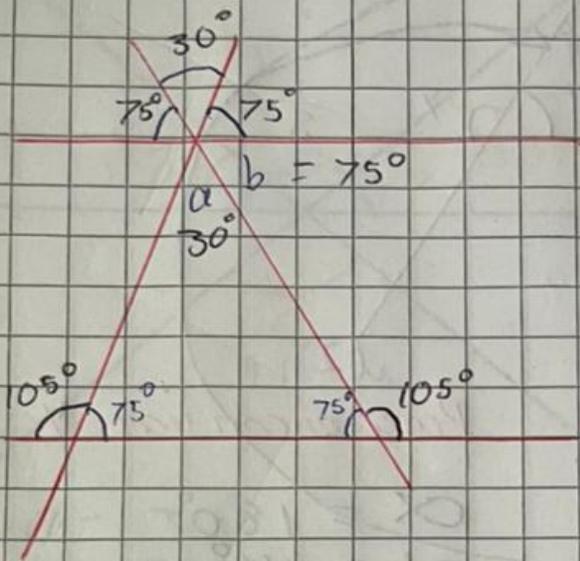
$$a = d = 110^\circ$$

$$b = c = ?$$

$$220 + 2b = 360^\circ$$

$$b = \frac{360 - 220}{2}$$

$$\boxed{b = 70 = c}$$



$$2x = 5x$$

$$5x = 4x + 30$$

$$2x = 4x + 30$$

$$2x - 4x = 30$$

$$-2x = 30$$

$$x = \frac{30}{-2}$$

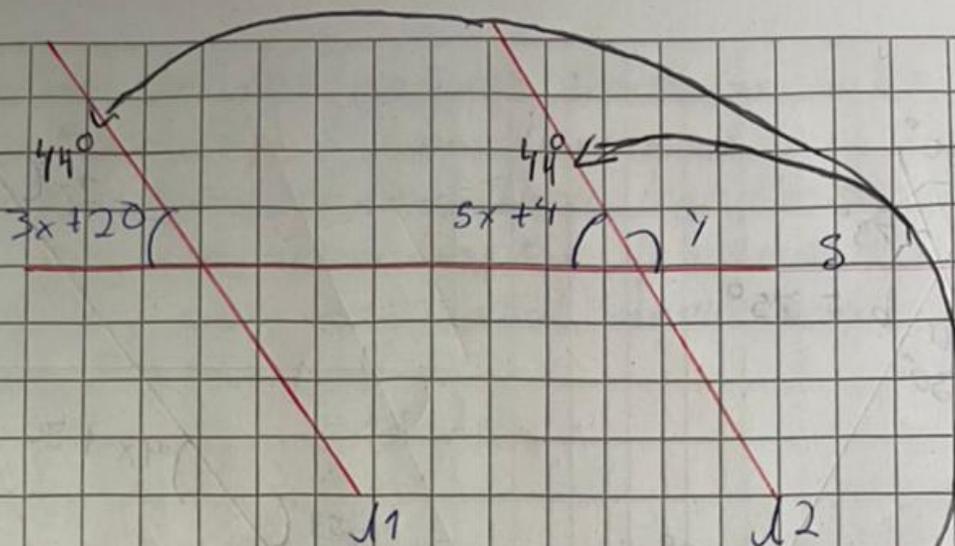
$$x = -15$$

$$5x = 4(-15) + 30$$

$$y = \frac{60 + 30}{5}$$

$$y = \frac{-30}{5}$$

$$y = -6$$



$$3x + 20 = 5x + 4$$

$$20 - 4 = 5x - 3x$$

$$16 = 2x$$

$$\frac{16}{2} = x \rightarrow \boxed{2x = 8}$$

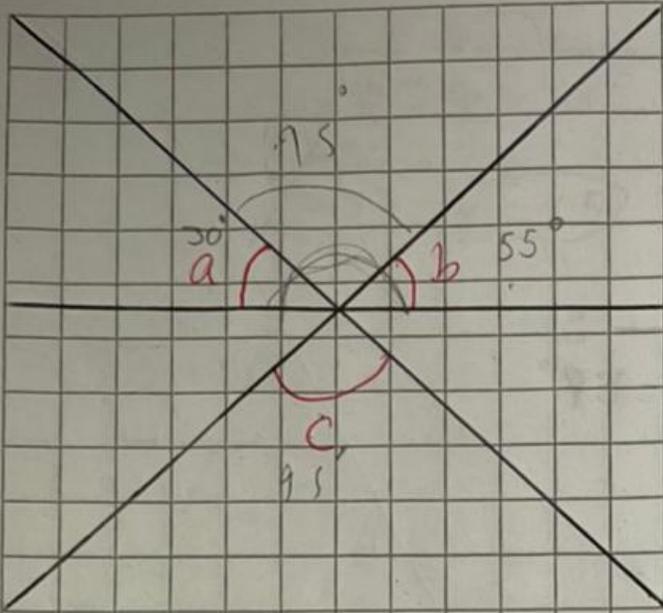
Para encontrar  $y$

$$\alpha = 180^\circ$$

$$\alpha = -44^\circ$$

$$\boxed{y = 136^\circ}$$

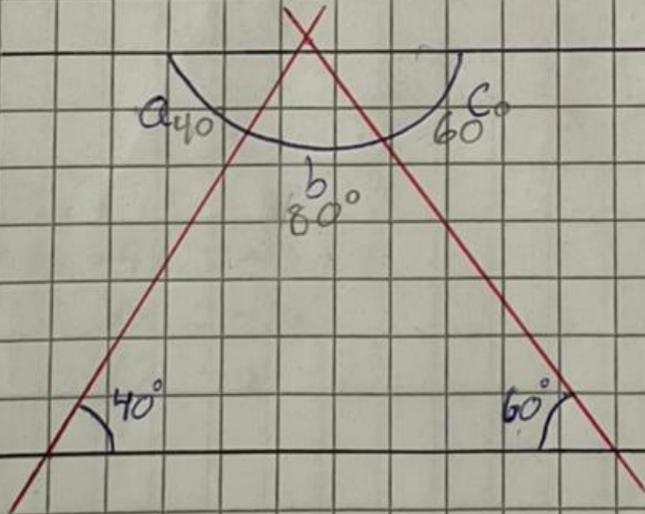
$y$  se encuentra restando de  $44^\circ$  al ángulo



$$a = 30^\circ$$

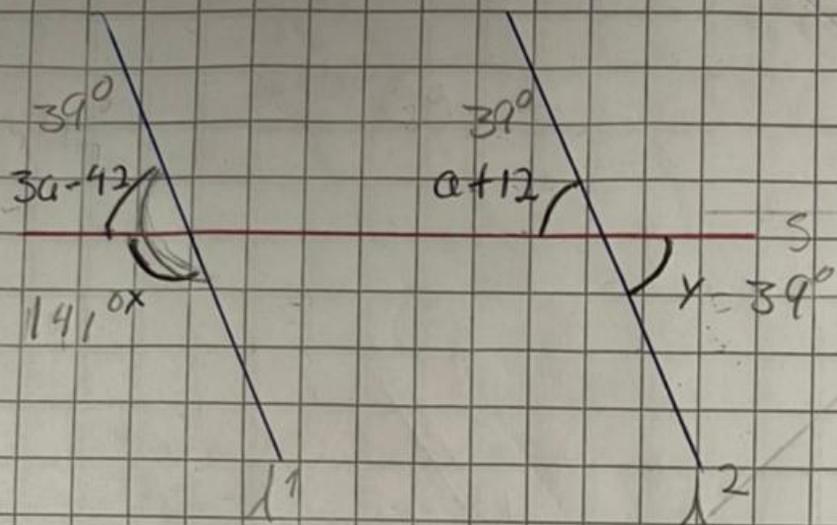
$$b = 55^\circ$$

$$c =$$



$$60^\circ + 40^\circ = 100^\circ$$

$$180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$$



$$3a - 42 = a + 12$$

$$3a - a = 42 + 12$$

$$2a = 54$$

$$\frac{54}{2} = a = 27$$

$$\begin{array}{r} 66 \\ 12 \\ \hline 271 \\ \times 3 \\ \hline 81 \end{array}$$

$$3a - 42 = a + 12$$

$$-42 - 12 = a - 3a$$

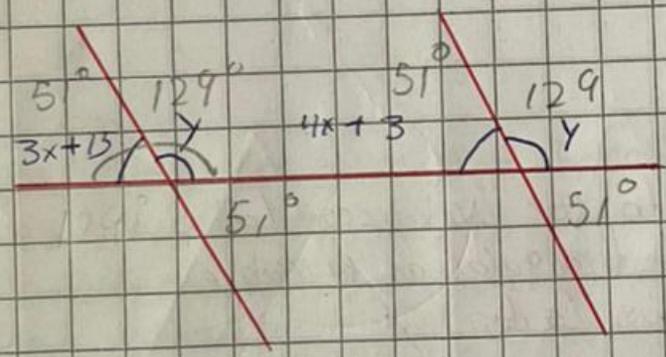
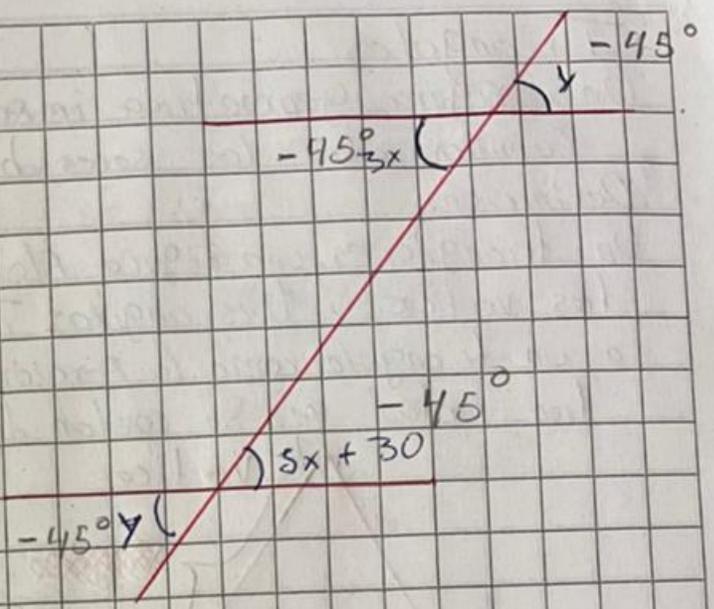
$$-54 = -2a$$

$$\frac{-54}{-2} = a$$

$$\boxed{27 = a}$$

$$\begin{aligned}
 3x &= 5x + 30 \\
 -30 &= 5x - 3x \\
 -30 &= 2x \\
 \frac{-30}{2} &= \frac{2x}{2} \\
 -15 &= x
 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r}
 2 \\
 \times 5 \\
 \hline
 -75 - 30
 \end{array}$$



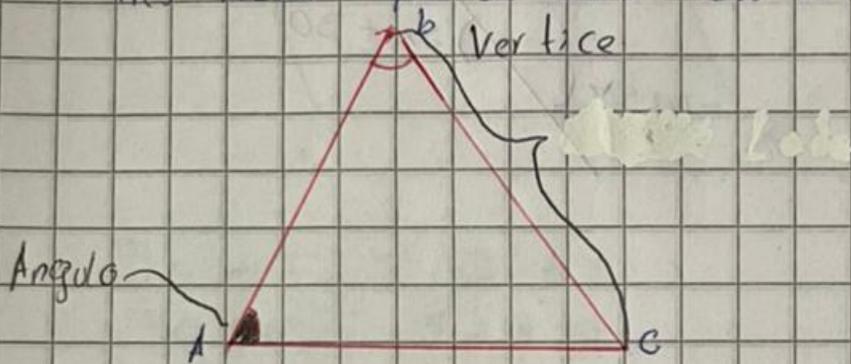
$$\begin{aligned}
 3x + 15 &= 4x + 3 \\
 3x - 4x &= -15 + 3 \\
 -1x &= -12 \\
 \frac{12}{1} &= -x = 12
 \end{aligned}$$

## Triangulos.

Una figura geometrica importantes con la que estamos familiarizarnos los seres humanos es el triangulo

### Definición.

Un triangulo es una figura plana formada por tres lados tres vertices y tres angulos. Tambien se puede definir a un triangulo como la porcion de plano limitada por tres rectas que se cortan dos a dos



### Elementos de un triangulo.

Un triangulo esta formado por vertices, lados y angulos. Un vertice de un triangulo es el punto donde se unen dos de sus lados

Los angulos de un triangulo pueden ser:

Internos. Son 3

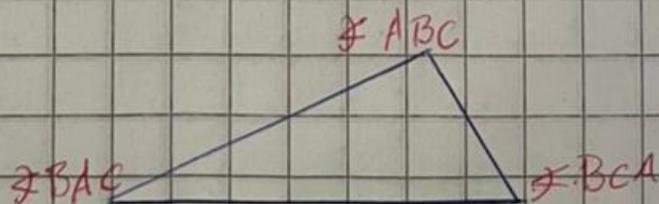
Se forman con dos lados consecutivos

$\angle ABC$

de un triangulo

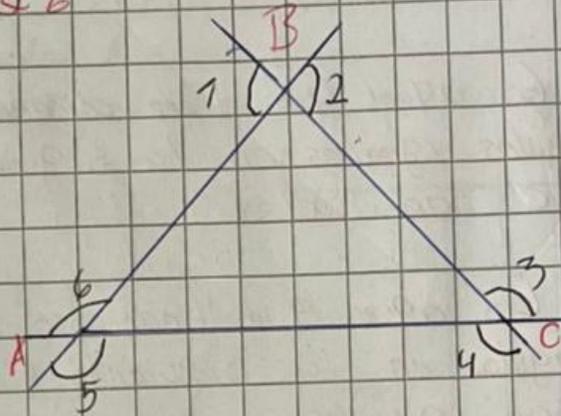
$\angle BAC$

$\angle BCA$



## Exteriores.

Los ángulos exteriores o externos son los que se forman con uno de los lados del triángulo y la prolongación del otro. En la siguiente figura se tiene que los ángulos  $\angle 1$ ,  $\angle 3$ ,  $\angle 5$  son externos así como los ángulos  $\angle 2$ ,  $\angle 4$ ,  $\angle 6$ .



opuestos por  
al vértice

$\angle 1$   $\angle 2$   
 $\angle 3$   $\angle 4$   
 $\angle 5$   $\angle 6$

## Notación.

Un triángulo se puede denotar mediante 3 letras mayúsculas en cualquier orden o mediante un número romano dentro de la figura. El símbolo con el que se representa es  $\triangle$ .

Para designar los lados de un triángulo se emplean 3 letras minúsculas ( $a, b, c$ ) correspondientes a las letras mayúsculas ( $A, B, C$ ) de los vértices opuestos a ellos.

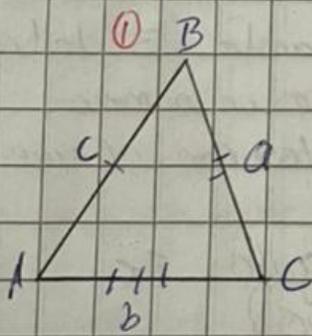
# Clasificación de los triángulos

Triángulos de acuerdo con la medida de sus lados.

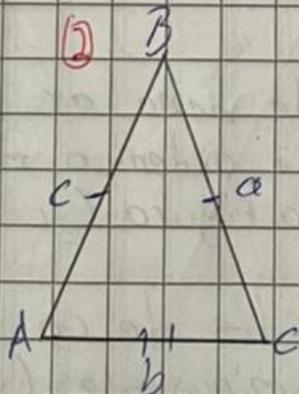
1. Triángulo escaleno, es aquel cuyos lados y ángulos es aquel que tiene medidas diferentes y la siguiente figura los lados  $\triangle ABC$  son diferentes

2. Triángulo isosceles Es aquel que tiene al menos dos lados y dos ángulos iguales en la siguiente figura los lados  $a$  y  $c$  son iguales

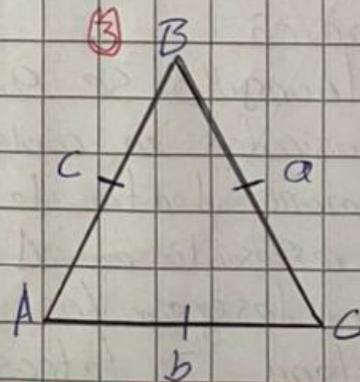
3. Triángulo equilátero Es aquel que tiene sus tres lados y sus tres ángulos en la siguiente figura los lados  $a$ ,  $b$  y  $c$  son iguales



Escaleno



Isosceles

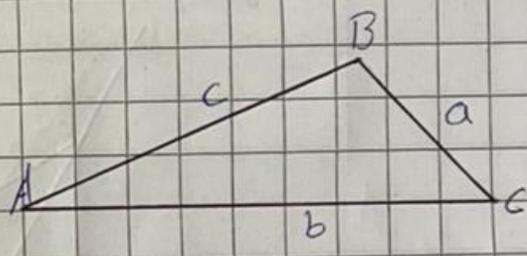
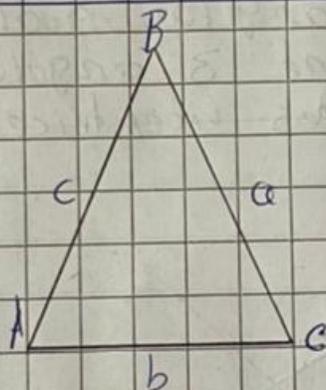
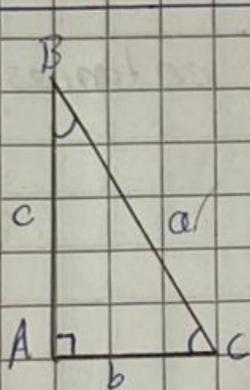


Equilátero

Triángulos de acuerdo con el tipo de sus ángulos internos.

1: Triángulo rectángulo es aquel que tiene un ángulo recto

2: Triángulo oblicuángulo. Es aquel que no tiene ningún ángulo recto. Puede ser Triángulo acutángulo, que tiene tres ángulos agudos. Triángulo oblicuángulo que tiene un ángulo obtuso y los otros dos agudos.



Ángulos agudos

∠ B ángulo obtuso

	Acutángulo	Oblicuángulo
Rectángulo		Oblicuángulos

Investigar

Concurrencia de triángulos

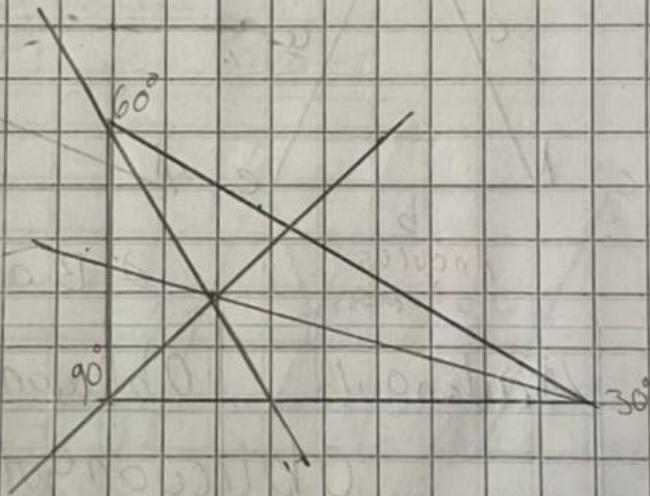
## Rectas y puntos notables en un triángulo.

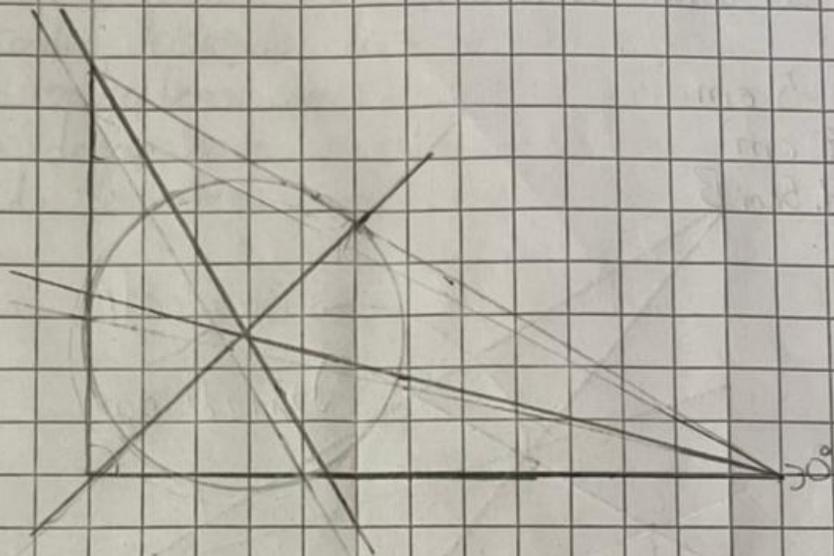
Das o más rectas son concurrentes si pasan por un mismo punto. El punto común se le llama punto de concurrencia.

Se Viceptris o Insentro.

Se llama viceptris de un ángulo a la línea que lo divide en dos ángulos, iguales.

Como el triángulo tiene 3 ángulos, entonces cada triángulo tiene tres viceptrices





Las tres bisectrices se cortan en un punto llamado incentero.

El incentero se define como el centro de la circunferencia inscrita en el triángulo, cuyos lados  $AB$ ,  $BC$  y  $CA$  son tangentes a dicha circunferencia.

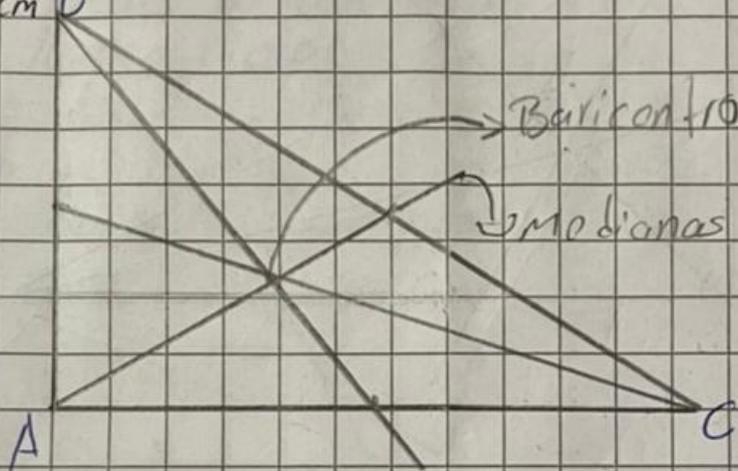
## Mediana y Baricentro

Se le llama mediana al segmento de recta trazado desde un vértice de un triángulo al punto medio de su lado opuesto.

$$AB = 5 \text{ cm}$$

$$AC = 8 \text{ cm}$$

$$BC = 9.5 \text{ cm}$$



El triángulo tiene tres medianas que se cortan en un punto denominado baricentro.

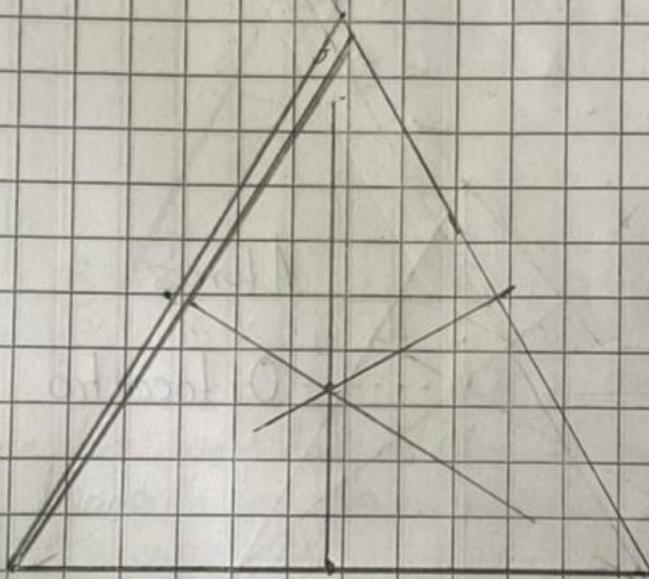
El baricentro se define como el centro de masa o punto de equilibrio de un triángulo; también se le llama gravicentro o centroide.

## Mediatris y Circuncentro.

Se le denomina mediatris de un lado de un triángulo a la recta perpendicular levantada por el punto medio del lado.

Existen en cada triángulo tres mediatrices.

Las tres mediatrices del triángulo se cortan en un punto denominado circuncentro el cual equidista de los tres vértices del triángulo.



## Altura y ortocentro.

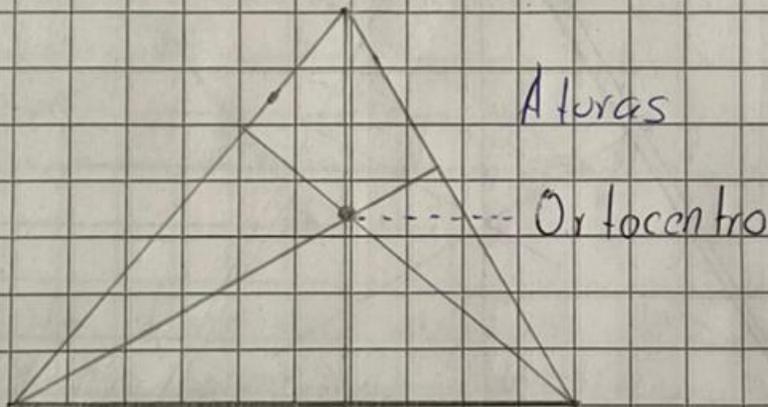
Se denomina altura de un triángulo al segmento perpendicular trazado desde un vértice hasta el lado opuesto o a su prolongación de dicho lado.

Como un triángulo tiene tres vértices entonces existen tres alturas de esta figura geométrica

$$\alpha^1 = 50^\circ$$

$$\alpha^2 = 70^\circ$$

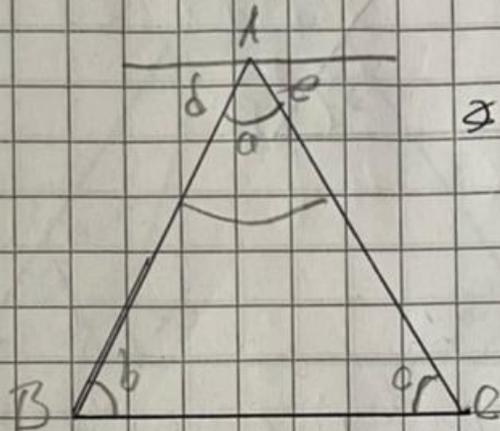
$$\alpha^3 = 60^\circ$$



## Demostración de teoremas importantes relacionados con los triángulo.

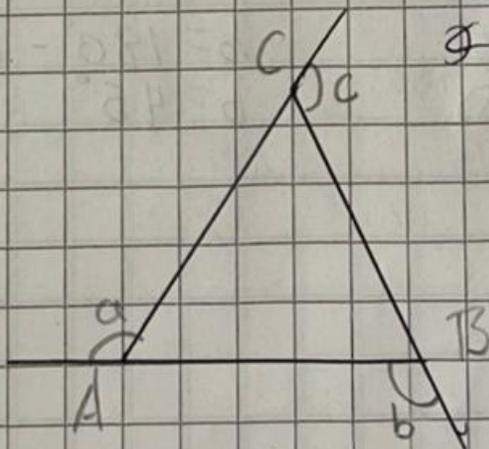
Teorema.

La suma de las medidas de los 3 ángulos internos de un triángulo es igual a  $180^\circ$



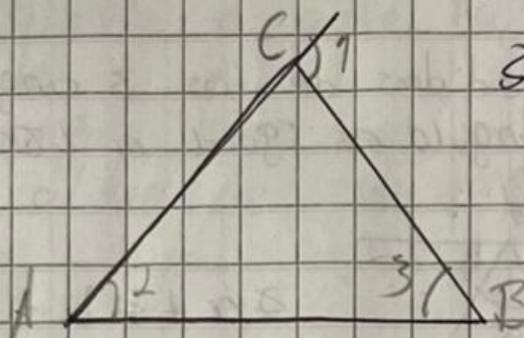
$$\angle a + \angle b + \angle c = 180^\circ$$

La suma de las medidas de los 3 ángulos externos de un triángulo es igual a  $360^\circ$



$$\angle a + \angle b + \angle c = 360^\circ$$

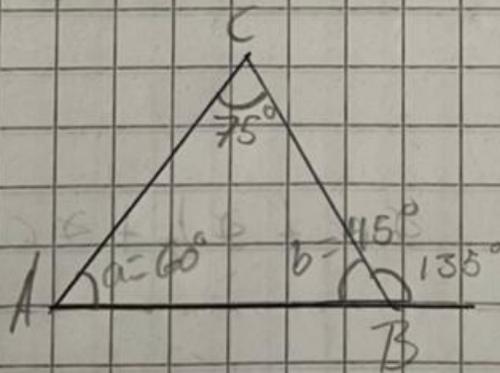
Un ángulo externo de un triángulo es igual a la suma de los dos ángulos internos no adyacentes a que



$$\angle 1 = \angle 2 + \angle 3$$

### Ejercicios

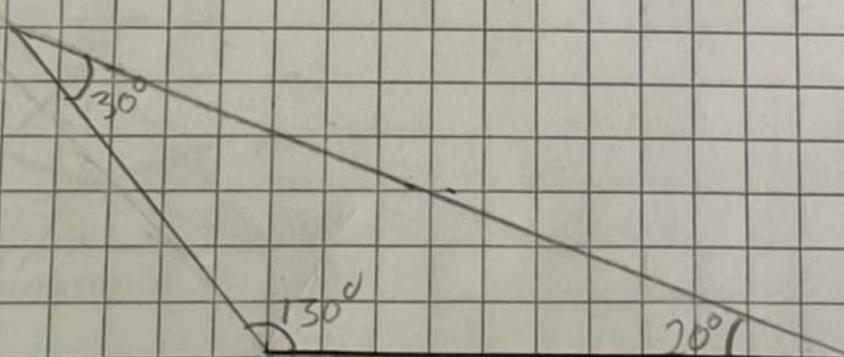
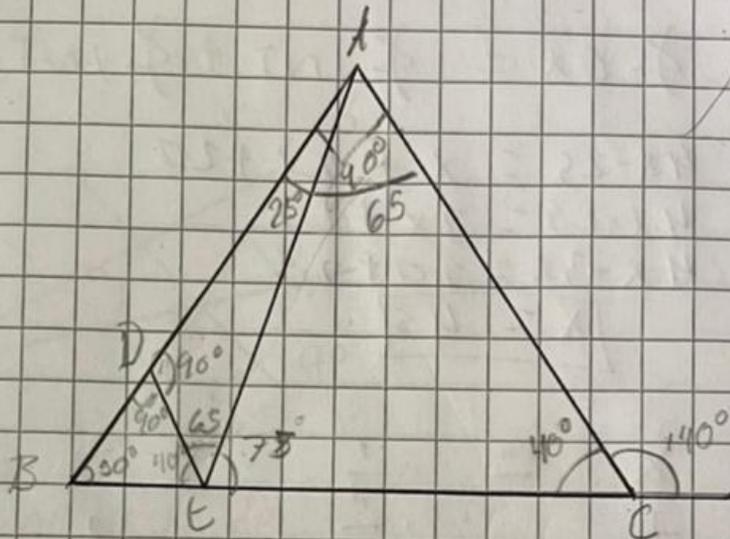
- a) Calcular las medidas de los ángulos internos del triángulo a, b, c, d



$$\begin{aligned} a + 75^\circ &= 135^\circ \\ a &= 135^\circ - 75^\circ \\ a &= 60^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b &= 180^\circ - 135^\circ \\ b &= 45^\circ \end{aligned}$$

b) Si  $\overline{AC} \parallel \overline{DE}$  y el ángulo  $\angle DEC = 90^\circ$   
 determina la medida de los ángulos internos  $\triangle ABC$   
 del triángulo  $\triangle ADE$ ;  $\triangle BDE$ ;  $\triangle AEC$



A	B	C
(x)	(2x+20)	(4x-25)

$$7x - 5$$

$$f(x) = f_{INT} + f_{INT}$$

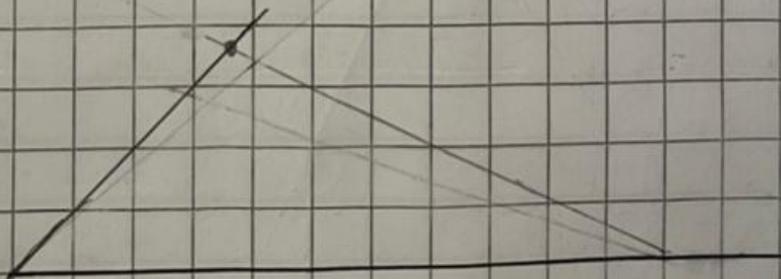
$$4x - 25 = x + 2x + 20$$

$$4x - 25 = 3x + 20$$

$$4x - 3x = 20 + 25$$

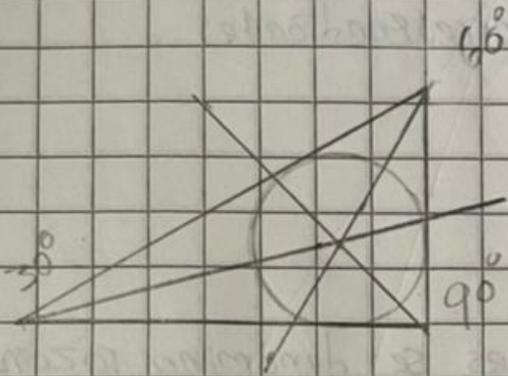
$$\boxed{x = 45}$$

x	=	1	
+		0	
-		+	2
√		x <sup>2</sup>	45
x <sup>2</sup>		√	x4
			180
			25
			155

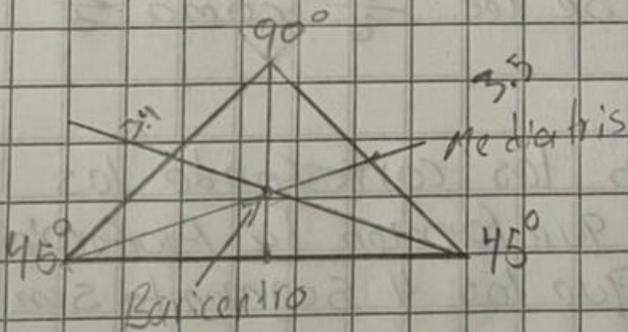


Trazar un triángulo de  $30^\circ$  y  $90^\circ$

Bisectrices y el incentro



Un triángulo de  $45^\circ$  y  $45^\circ$   
Mediánas y sus centro



4.9

## Semejanza de triángulos

Las figuras rectilíneas semejantes tienen la misma forma y diferente tamaño.

Además presentan la propiedad de Proporcionalidad en la medida de sus lados correspondientes.

## Razón y Proporción

### Razón

El cociente entre dos cantidades se denomina razón. Si  $a$  y  $b$  son dos cantidades entonces la razón entre ellas se expresa como:

$$a:b / \frac{a}{b}$$

### Proporción

La igualdad de dos razones se denominan Proporción. Por ejemplo  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ , se lee  $\frac{a}{b}$  como  $\frac{c}{d}$ .

## Segmentos Proporcionalidad

Si a los segmentos  $a$  y  $b$  les corresponde los segmentos  $c$  y  $d$ , de manera que formen la Proporción  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$  entonces se dice que los 4 segmentos son Proporcionalidad.

