

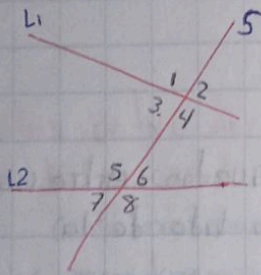
Unidad 11 Geometría

Marzo 14 22

Angulo entre dos líneas Rectas Cortadas por una línea Recta transversal.

Si dos rectas L_1 y L_2 son cortadas en puntos distintos por una tercera recta S como se ilustra en la siguiente figura se puede observar que forman 8 ángulos.

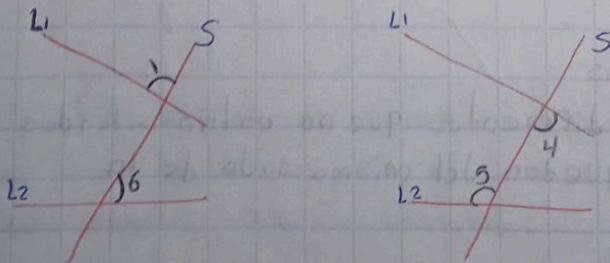
A la Recta S se le denomina transversal; Es una recta que corta a otras rectas coplanadas en puntos diferentes. Los ángulos que se clasifican (forman) se clasifican por parejas.



Clasificación de los ángulos formados entre dos Rectas cortadas por una transversal.

Ángulos Alternos y Internos

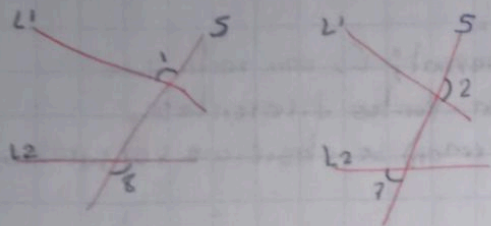
Son aquellos ángulos con diferentes vértices que están situados entre las rectas L_1 y L_2 y lados distintos de la transversal S



2022/4/6 20:57

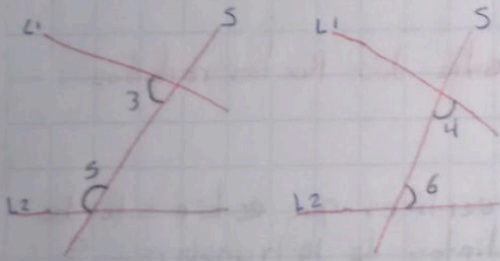
Ángulos Anteriores, Externos.

Son aquellos ángulos con diferentes vértices que no están situados entre las rectas L_1 y L_2 y quedan en lados distintos de la transversal "S".



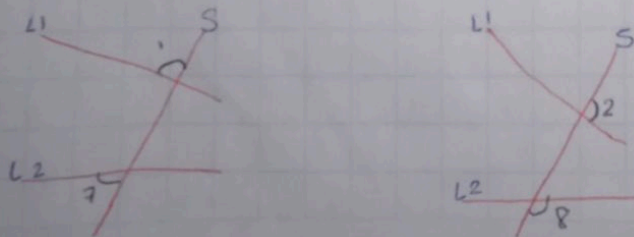
Ángulos Con laterales Internos

Son los ángulos con diferentes vértices que quedan entre las rectas L_1 y L_2 y están situados del mismo lado de la transversal "S".



Ángulos con laterales externos

Son los ángulos con vértices diferentes que no están situados entre las rectas L_1 y L_2 y quedan del mismo lado de la transversal "S".



2022/4/6 20:57

Ángulo
Son los
lados
a los
L1

L2

Ángulo
recto
Alto
forjado
en
interior

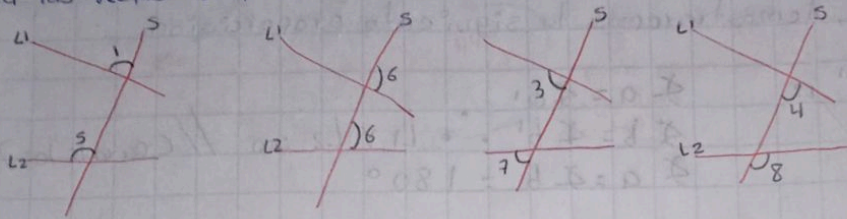
S
a

Un
son
4 de

★ Pos
ans

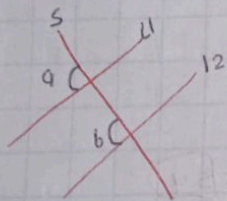
Ángulos correspondientes.

Son los ángulos de vértices diferentes que están situados del mismo lado de la transversal "S" siendo uno interno y el otro externo a las rectas L_1 y L_2 .



Ángulos entre dos líneas paralelas cortadas por una línea recta transversal.

Ahora consideraremos el caso en que las rectas L_1 y L_2 sean paralelas. recordaremos que dos líneas rectas son paralelas si están en un mismo plano no se intersecan sin importar cuanto se interprologuen.



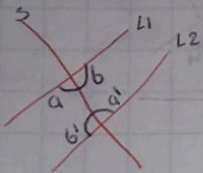
si $\angle a = \angle b \therefore L_1$ y L_2 son paralelas //

Un criterio práctico que permite determinar si dos rectas dadas son o no paralelas, es el que se enuncia a continuación y que admitaremos como un postulado.

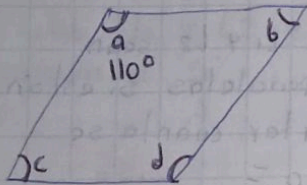
★ Postulado: si dos rectas son cortadas por una transversal y los ángulos correspondientes son iguales entonces las rectas son paralelas

Propiedades de los ángulos formados entre dos rectas paralelas y una transversal

Como primer paso para establecer las propiedades de los ángulos formados por dos rectas paralelas cortadas por una transversal, demostraremos la siguiente proposición.

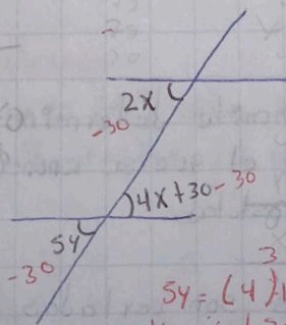
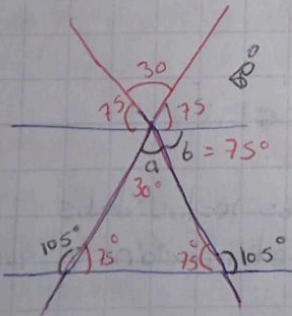


$\sphericalangle a = \sphericalangle a'$
 $\sphericalangle b = \sphericalangle b'$ • • L_1 y L_2 son // (paralelas)
 $\sphericalangle a + \sphericalangle b = 180^\circ$



$a + b + c + d = 360^\circ$
 $a = d = 110^\circ$
 $b = c = ?$
 $220 + 2b = 360^\circ$
 $b = \frac{360 - 220}{2}$

$b = 70 = c$



$2x = 54$
 $54 = 4x + 30$

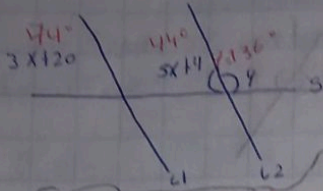
$2x = 4x + 30$
 $2x - 4x = 30$
 $-2x = 30$

$54 = (4) / 15 + 30$
 $y = \frac{-60 + 30}{5}$
 $y = \frac{-30}{5}$
 $y = -6$

$x = \frac{30}{2}$
 $x = 15$

Marzo-16-22

★ Tarea ★



Nota: 44°
 Y se encuentra restando al ángulo llano

$$3x + 20 = 5x + 14$$

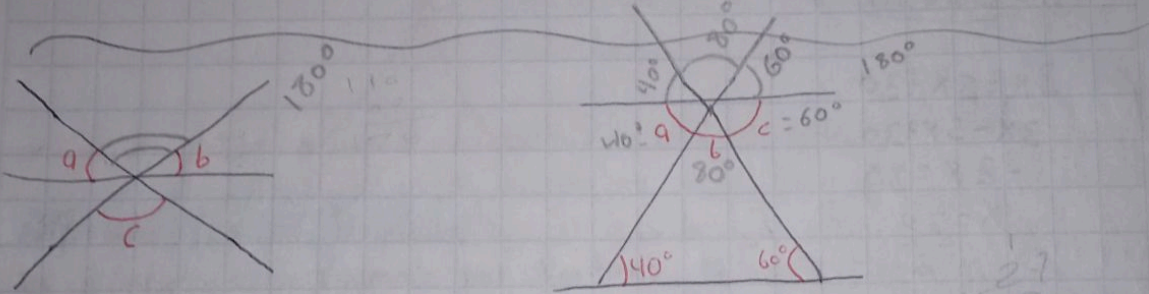
Ángulo llano $= 180^\circ$

$$20 - 4 = 5x - 3x$$

$$16 = 2x$$

$$\frac{16}{2} = x = \boxed{x = 8}$$

Para encontrar la y
 llamo 80
 resta 4
 136°



$a = 30^\circ$
 $b = 55^\circ$
 $c = 95^\circ$

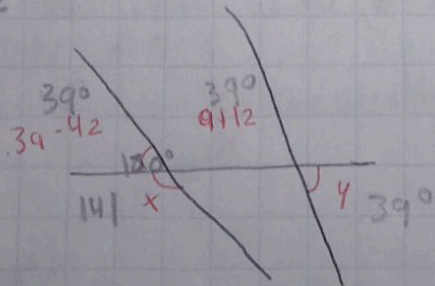
$$3a - 42 = a + 12$$

$$3a - a = 12 + 42$$

$$2a = 54$$

$$a = \frac{54}{2}$$

$$\boxed{a = 27}$$



$$3a - 42 = a + 12$$

$$-42 - 12 = a - 3a$$

$$-54 = -2a$$

$$-\frac{54}{-2} = a$$

$$\boxed{27 = a}$$

$$\frac{15}{45}$$

$$\begin{array}{r} -45 \\ 3x \\ \hline -45y \\ 5x+30 \\ \hline -45y \end{array}$$

$$3x+15$$

$$3x+15 = 4x+3$$

$$3x = 4$$

$$y = 5x+30$$

$$3x = 5x+30$$

$$3x - 5x + 30$$

$$-2x = 30$$

$$x = \frac{30}{-2}$$

$$x = -15$$

2022/4/6 20:59

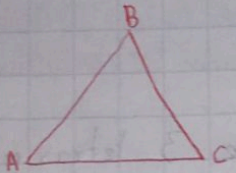
Marzo 23 del 2022

Triangulo

Una figura Geometrica importante con la que estamos familiarizados los seres humanos es el triangulo.

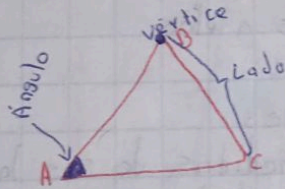
Definición de triangulo

Un triangulo es una figura plana formada por tres lados, tres vertices y tres ángulos tambien se puede definir a un triangulo como la porción de plano, limitados por tres rectas que se cortan dos a dos.



Elementos de un triangulo

Un triangulo esta formado por vertices, lados y ángulos. Un vertex de un triangulo es el punto donde se unen dos de sus lados.

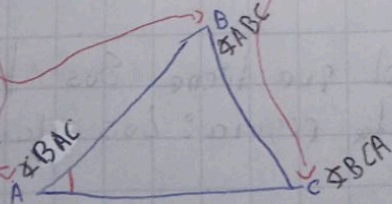


Los ángulos de un triangulo pueden ser:

Internos. Son tres como se ve en la siguiente figura.

$\angle ABC$; $\angle BAC$; $\angle BCA$

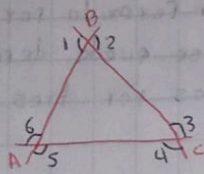
Se forman con dos lados consecutivos de un triangulo.



2022/4/6 21:00

Exteriores

Los ángulos exteriores o Internos son los que se forman con uno de los lados del triángulo y la prolongación del otro en la siguiente figura se tiene que los ángulos $\angle 1$, $\angle 3$ y $\angle 5$ son externos así como los $\angle 2$, $\angle 4$ y $\angle 6$



$$\angle 1 = \angle 2$$

$$\angle 3 = \angle 4$$

$$\angle 5 = \angle 6$$

opuestos por el vértice

Notación

Un triángulo se puede denotar mediante 3 letras mayúsculas, en cualquier orden o mediante un número Romano dentro de la figura. El símbolo con el que se representa un triángulo es \triangle . Para designar los lados de un triángulo se emplean 3 letras minúsculas (a, b, c) correspondientes a las letras mayúsculas (A, B, C) de los vértices opuestos a ellos.

Clasificación de los triángulos

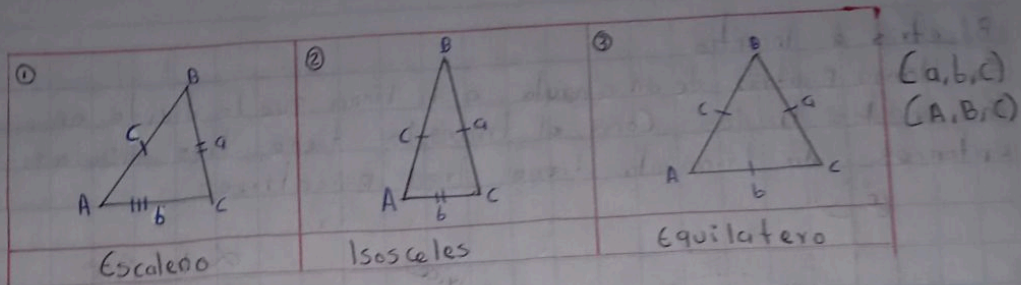
Triángulo de acuerdo con las medidas de sus lados

1= Triángulo escaleno: Es aquel cuyo lado, es tiene medidas diferentes en la siguiente figura. Los lados (a, b, c) son diferentes entre sí.

2= Triángulo isosceles: Es aquel que tiene al menos dos lados y dos ángulos iguales en la siguiente figura los lados (a, y c) son iguales.

3= Triángulo equilátero: Es aquel que tiene sus tres lados y sus tres ángulos en la siguiente figura: Los lados (a, b, c) son iguales.

2022/4/6 21:00



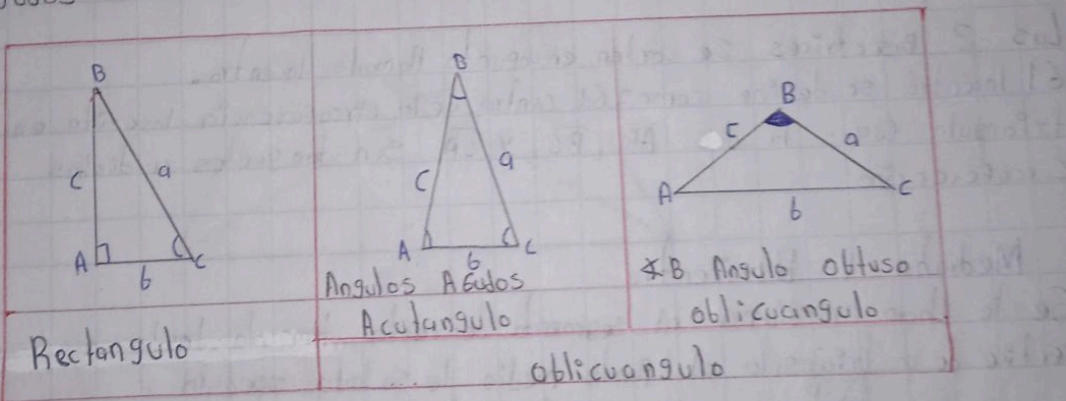
Triangulos de acuerdo con el tipo de sus angulos interiores:

Triangulo rectangulo: Es aquel que tiene un angulo Recto

Triangulo oblicuángulo: Es aquel que no tiene ningun angulo recto;
Puede ser:

Triangulo acutángulo: Que tiene tres angulos agudos

Triangulo obtusángulo: Que tiene un angulo obtuso y los otros dos agudos

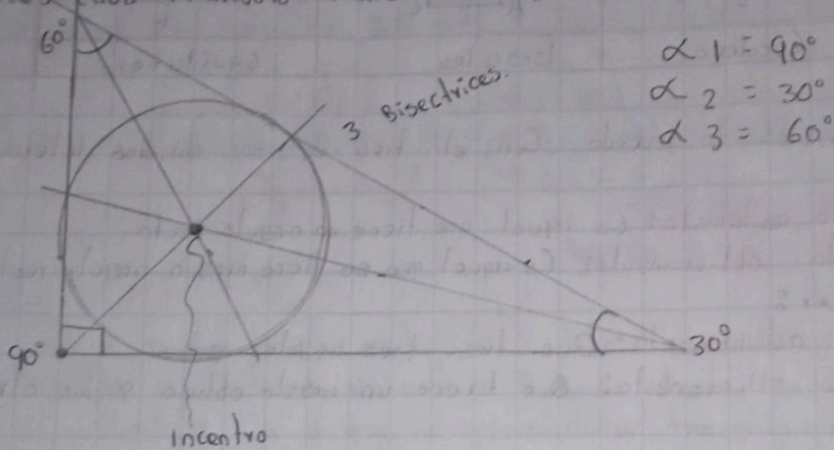


Rectas y Puntos Notables En un triangulo

Dos o mas rectas son concurrentes si pasan por un mismo punto.
El punto común se le llama punto de concurrencia.

Bisectris e Incentro

Se llama Bisectris de un ángulo a la línea que lo divide en dos ángulos iguales. Como el triángulo tiene tres ángulos, entonces cada triángulo tiene tres Bisectrices.

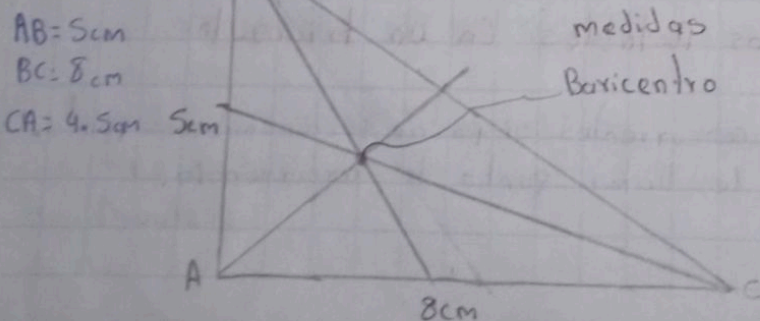


Las 3 Bisectrices se cortan en un punto llamado Incentro.

El Incentro se define como: El centro de la circunferencia inscrita en el triángulo cuyas tangentes a los lados \overline{AB} , \overline{BC} , y \overline{CA} son tangentes a dichas circunferencias.

Mediana y Baricentro

Se le llama mediana al segmento de recta trazado desde un vértice de un triángulo al punto medio de su lado opuesto.



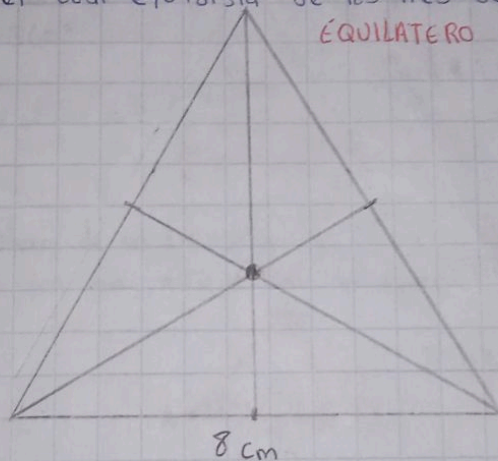
El triángulo tiene 3 medianas que se cortan en un punto denominado Baricentro.

El Baricentro se define como el centro de masa o punto de equilibrio de un triángulo también se le llama gravicentro o centro de gravedad.

Mediatriz y Circuncentro

Se le denomina mediatriz de un lado de un triángulo a la recta perpendicular levantada por el punto medio del lado. Existen en cada triángulo 3 mediatrices.

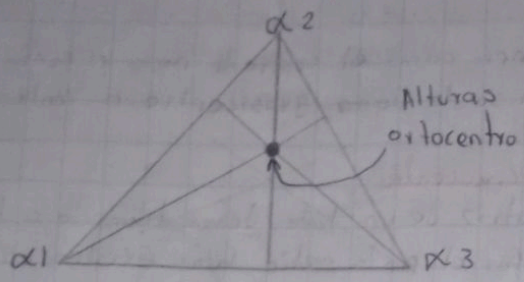
Las 3 mediatrices del triángulo se cortan en un punto denominado Circuncentro el cual equidista de los tres vértices del triángulo.



Altura y Ortocentro

Se denomina altura de un triángulo al segmento perpendicular trazado desde un vértice hasta el lado opuesto o hasta la prolongación de dicho lado. Como un triángulo tiene 3 vértices, entonces existen 3 alturas de esta figura geométrica.

$\alpha = 50^\circ$
 $\alpha = 70^\circ$
 $\alpha = 60^\circ$



ORTOCENTRO

Demost...
triangulo

Teorema
La suma
es igual

La suma
es igual

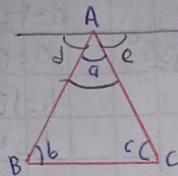
Un angulo
angulos

04 de abril del 2022

Demostación de teoremas importantes relacionados con los triángulos

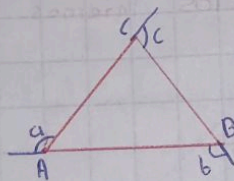
Teorema

La suma de las medidas de los tres ángulos internos de un triángulo es igual a 180°



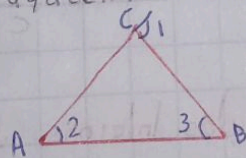
$$\angle a + \angle b + \angle c = 180^\circ$$

La suma de las medidas de los tres ángulos externos de un triángulo es igual a 360°



$$\angle a + \angle b + \angle c = 360^\circ$$

Un ángulo externo de un triángulo es igual a la suma de los dos ángulos internos no adyacentes a aquel

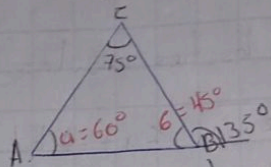


$$\angle 1 = \angle 2 + \angle 3$$

2022/4/6 21:01

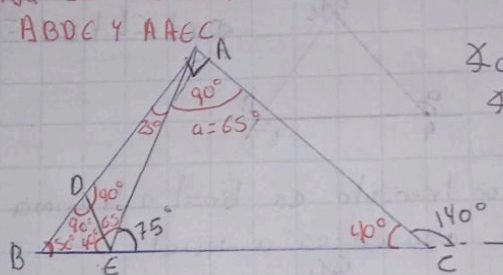
Ejercicios

a) Calcula las medidas de los ángulos interiores del triángulo A, B, C



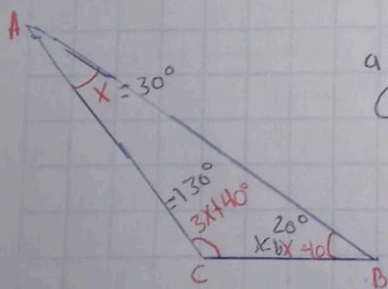
$$\begin{aligned} a + c &= 135^\circ \\ a &= 135^\circ - 75^\circ \\ a &= 60^\circ \\ b &= 180^\circ - 135^\circ \\ b &= 45^\circ \end{aligned}$$

b) Si: $a, c \parallel$ y $a \perp DE$ y el \angle de \overline{DAC} es igual a 90° determina la medida de los ángulos interiores de los triángulos $\triangle ABC$, $\triangle ADE$, $\triangle BDE$ y $\triangle AEC$

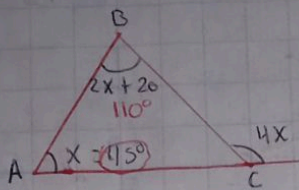


$$\begin{aligned} \angle a + \angle B + \angle C \\ \angle b &= 180^\circ - 90^\circ - 40^\circ = \\ \angle b &= 50^\circ \end{aligned}$$

Calcula las medidas de los ángulos interiores del triángulo ABC



$$\begin{aligned} a + b + c &= 180^\circ \\ (x) + (x - 10) + (3x + 40) &= 180 \\ 5x - 30 &= 180 \\ x &= \frac{180 + 30}{5} \\ x &= 30 \end{aligned}$$



$$\angle \text{ext} = \angle \text{int} + \angle \text{int}$$

$$\angle C = \angle A + \angle B$$

$$4x - 25 = 2x + 20$$

$$4x - 25 = 3x + 20$$

$$4x - 25 = 155 \quad 4x - 3x = 20 + 25$$

$$\boxed{x = 45}$$

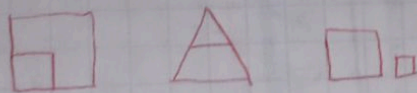
90° y 30° grados y encontrar las bisectrices y el incentro

45° y 45° sacalos medianas y baricentro

Congruencia de triángulos
Triángulos

Semejanza de triángulo

Las figuras reptilíneas semejantes tienen la misma forma y diferente tamaño: Además presentan la propiedad de proporcionalidad en la medida de sus lados correspondientes



Razón y Proporción

Razón

El cociente entre dos cantidades se denomina Razón si \overline{AB} minúsculas son dos cantidades entonces la razón entre ellas se expresa como: $a:b$ o $\frac{a}{b}$

Proporción

La igualdad de dos razones se le denomina proporción por ejemplo $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$; se lee a es a b como c es a d

Segmentos proporcionales

Si a los segmentos a y b les corresponden a los segmentos c y d, de manera que forma la proporción $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ entonces se dice que los cuatro segmentos son proporcionales

