



Nombre del alumno: Cynthia Mariana Jimenez Ramirez.

Nombre del profesor: Juan José Ojeda Trujillo.

Nombre del trabajo: Super Nota.

Materia: Geometría y Trigonometría.

Grado: Segundo

Grupo: A.

PASIÓN POR EDUCAR

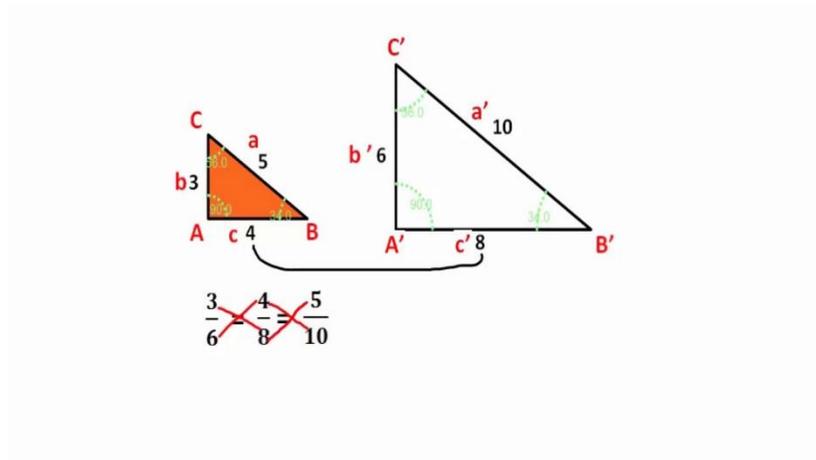
Comitán de Domínguez Chiapas a 28 de mayo de 2022.

3.1 Semejanza de triángulos:

Definición de semejanza de triángulos Dados los triángulos y, los lados y, y, y se llaman lados homólogos. Los ángulos homólogos son: y. Dos triángulos son semejantes cuando tienen sus ángulos homólogos iguales y sus lados homólogos proporcionales.

Teorema 1: Si dos triángulos tienen dos ángulos respectivamente iguales, entonces son semejantes. (a. a) Teorema 2: Dos triángulos son semejantes si tienen dos lados proporcionales y el ángulo comprendido entre ellos igual. (p.a.p.) Teorema 3: Si dos triángulos tienen sus lados respectivamente proporcionales, entonces son semejantes. (p.p.p)

Criterios de semejanza de triángulos rectángulos 1 Dos triángulos rectángulos son semejantes si tienen un ángulo agudo igual. 2 dos triángulos rectángulos son semejantes si tienen los dos catetos proporcionales. 3 dos triángulos rectángulos son semejantes si tienen proporcionales la hipotenusa y un cateto.



Entonces los tres ángulos de cada triángulo son congruentes y los triángulos son semejantes.

Si uno de los ángulos de un triángulo es congruente con un ángulo de otro segundo triángulo, y los lados de cada uno de estos ángulos son proporcionales, entonces los triángulos son semejantes.

3.1.1 Razón y proporción:

La proporción es la igualdad entre dos o más razones. O sea, si a/b corresponde a la razón, entonces $a/b = c/d$ equivale a una proporción. Es frecuente que este contenido caiga en forma de problema.

Se denomina razón a la comparación que se establece entre dos cantidades homogéneas pudiendo ser sus valores cualquier número real, estas cantidades pueden compararse de dos maneras, una de ellas sería hallando en cuánto excede una a la otra, es decir, restándolas y la otra hallando cuántas veces contiene una a la otra, es decir, dividiéndolas.

La razón se eleva a la cantidad de razones que se utilizan: Ahora veremos algunos ejemplos de razones y proporciones. La suma de dos números es 450 y la relación entre ellos es como 7 es a 8. Hallar el número menor.

En este post vamos a ver los conceptos de razón y proporción a partir de un elemento cotidiano: las fotografías. ¿Alguna vez le has cambiado el tamaño a una fotografía y te has visto diferente? Más alto, con la cara más alargada, o menos... ¡Hay que estar atentos a la proporción!

RAZÓN

Es la comparación de 2 cantidades mediante operaciones matemáticas.

$$a - b = r$$

RAZÓN ARITMÉTICA

$$\frac{a}{b} = k$$

RAZÓN GEOMÉTRICA

PROPORCIÓN

Es la igualdad entre dos razones del mismo tipo.

$$a - b = c - d$$

PROPORCIÓN ARITMÉTICA

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

PROPORCIÓN ARITMÉTICA

3.1.2 Definición de triángulos semejantes:

Semejanza de Triángulos: El concepto de semejanza corresponde a figuras de igual forma, pero no necesariamente de igual tamaño. Una semejanza, es un coagulo geométrico difundido de rotación (una rotación y una posible reflexión o simetría axial). En la rotación se pueden cambiar los lados y la radiación de una materia, pero no se altera su coagulo.

Aunque a primera vista puede que no lo veas claro, los dos triángulos de la figura son semejantes. Observa que sus ángulos son iguales, y que los lados que abarca cada ángulo son proporcionales. Es decir, los triángulos semejantes no tienen por qué estar dispuestos espacialmente con la misma orientación.

$\triangle APQ$ es semejante a $\triangle ACB$. \rightarrow Estos dos triángulos son semejantes. \rightarrow Los lados correspondientes son proporcionales. Ángulos opuestos por el vértice son congruentes. Para encontrar triángulos semejantes en este triángulo rectángulo, Primero dibuja ángulos como este. Entonces hay 3 triángulos rectángulos semejantes.

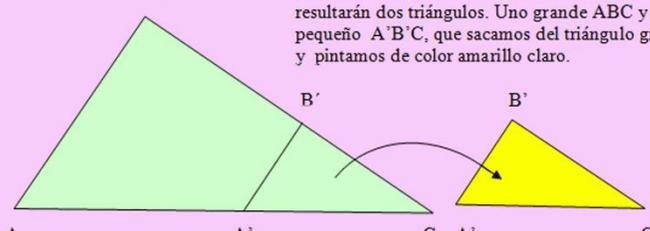
Criterios de semejanza de triángulos.

1.- Dos triángulos son semejantes si tienen dos ángulos iguales.

2.- Dos triángulos son semejantes si tienen dos lados proporcionales e igual el ángulo que forman.

3.- Dos triángulos son semejante si sus lados son proporcionales.

TRIÁNGULOS SEMEJANTES:



Sea el triángulo ABC. Tracemos una paralela $A'B'$ al lado AB del triángulo ABC y nos resultarán dos triángulos. Uno grande ABC y otro pequeño $A'B'C'$, que sacamos del triángulo grande y pintamos de color amarillo claro.

El triángulo $ABC \sim A'B'C'$ y, son semejantes estos dos triángulos, si se dan dos condiciones: que los ángulos de uno sean respectivamente iguales a los ángulos del otro, y que sus lados sean proporcionales

Los triángulos ABC y $A'B'C'$ son semejantes si sus ángulos son iguales; es decir,

Los lados son proporcionales si con las longitudes de sus lados podemos formar una proporción.

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{AC}{A'C'}$$

si: $\hat{A} = \hat{A}'$; $\hat{B} = \hat{B}'$; $\hat{C} = \hat{C}'$ y si sus lados son proporcionales; es decir, Si AB es a $A'B'$, como BC es a $B'C'$, como AC es $A'C'$, que expresamos en el recuadro de la izquierda con la proporción que ves: tres razones unidas por el signo igual.

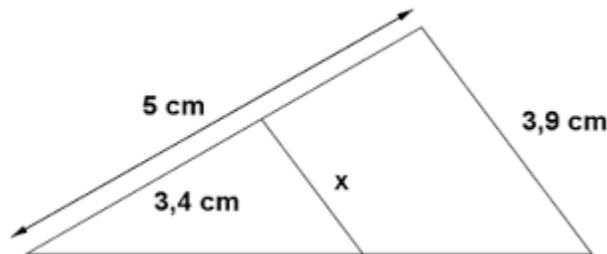
3.1.3 Teorema de Tales:

El teorema de Tales es una ley de la geometría que nos indica que si se traza una línea paralela a cualquiera de los lados de un triángulo tendremos como resultado un triángulo semejante el triángulo original.

OBJETIVO

- Reconocer el criterio de semejanza de triángulos utilizado en la solución de un ejercicio y problema.
- Identificar el criterio de semejanza de triángulos utilizado para la solución de problemas y ejercicios.
- Resolver ejercicios relacionados con el Teorema de Tales presentes en la vida cotidiana.

INTRODUCCIÓN EL teorema de Tales se considera el teorema fundamental de la semejanza de triángulos y establece lo siguiente: Toda recta paralela a un lado de un triángulo, forma con los otros dos lados o con sus prolongaciones otro triángulo que es semejante al triángulo dado.



Como definición previa al enunciado del teorema, es necesario establecer que dos triángulos son semejantes si tienen los ángulos correspondientes iguales y sus lados son proporcionales entre sí. El primer teorema de Tales recoge uno de los postulados más básicos de la geometría, a saber, que: Si en un triángulo se traza una línea paralela a cualquiera de sus lados, se obtienen dos triángulos semejantes. Entonces, veamos el primer Teorema de Tales en un triángulo:

3.1.4 Teorema de proporcionalidad de triángulos:

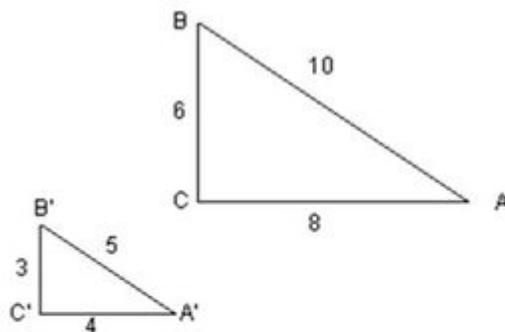
Teorema de proporcionalidad del triángulo Si una recta paralela a un lado de un triángulo interseca los otros dos lados del triángulo, entonces la recta divide esos dos lados proporcionalmente.

Ejemplo: Encuentre el valor de x. Las rectas son paralelas. Por lo tanto, por el teorema de la proporcionalidad del triángulo, Sustituya los valores y resuelva para x. Multiplique cruzado. Divida ambos lados entre 6. El valor de x es 3.

Es decir, cuyos ángulos son iguales y cuyos lados son proporcionales a los del triángulo. Como vemos, la principal aplicación del teorema, y la razón de su fama, se deriva del establecimiento de la condición de semejanza de triángulos, a raíz de la cual se obtiene el siguiente corolario.

De hecho, las propiedades de la proporcionalidad (reflexividad, simetría y transitividad) son las mismas que las de la semejanza. Si una recta paralela a un lado de un triángulo interseca a los otros dos lados, entonces divide a éstos proporcionalmente.

En estas proporciones k es la constante de proporcionalidad. El Teorema de Thales se utiliza para: Vamos a dividir el segmento AB en tres segmentos iguales. Primero trazamos una semirrecta cualquiera con origen en A que forme con el segmento AB un ángulo menor de 180° .



En efecto:

$$\angle A = \angle A''; \angle B = \angle B''; \angle C = \angle C''$$

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} = 2$$

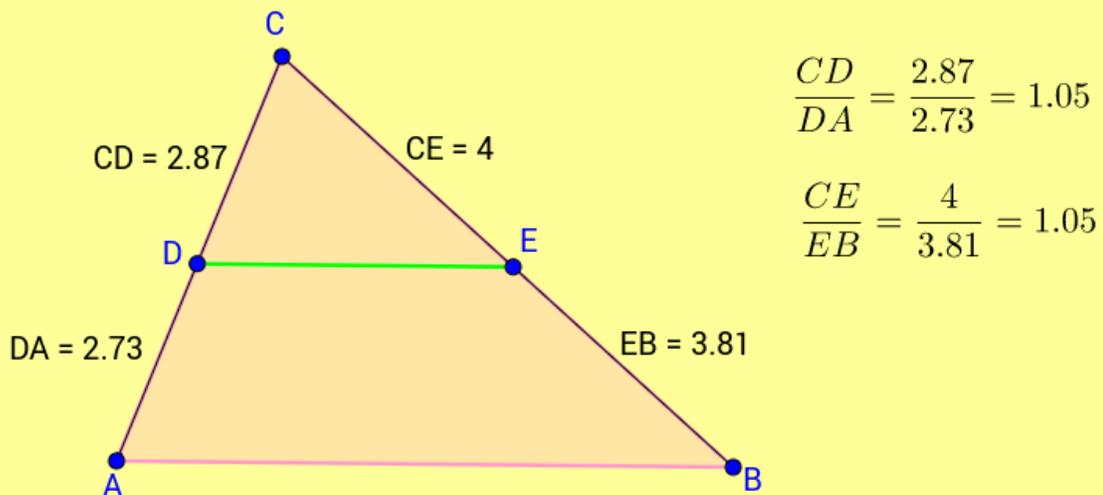
3.1.5 Recíproco del teorema de proporcionalidad:

teorema de proporcionalidad del triángulo. Si una recta paralela a un lado de un triángulo interseca los otros dos lados del triángulo, entonces la recta divide esos dos lados proporcionalmente. Si.

Como hemos recordado, la relación de proporcionalidad se trata de dos formas de relacionar cantidades, cifras o magnitudes entre sí. Ahora vamos a reflexionar sobre un ejemplo de este fenómeno en nuestro día a día.

Según el teorema de la reciprocidad, en una red pasiva lineal, el suministro voltaje V y salida actual I son mutuamente transferible. La proporción de V y I se llama resistencia de transferencia.

Dicho factor es la razón de proporcionalidad que existe entre la magnitud “litros de combustible” y la magnitud “dinero que cuesta el repostaje”. Al mismo tiempo, otro vehículo puede echar una cantidad diferente del mismo combustible que nosotros.



3.1.6 Proporciones en un triángulo:

Ejemplo: Encuentre el valor de x . Las rectas son paralelas. Por lo tanto, por el teorema de la proporcionalidad del triángulo, Sustituya los valores y resuelva para x . Multiplique cruzado. Divida ambos lados entre 6. El valor de x es 3.

En todo triángulo la medida de un ángulo exterior es igual a la suma de las medidas de dos ángulos del triángulo no adyacente a él. En todo triángulo la suma de las medidas de sus ángulos externos, uno por cada vértice, es igual a 360° .

En un mismo triángulo, a mayor lado se opone mayor ángulo y viceversa.

La porción de plano limitado por el triángulo se denomina región triangular.

3.- Todo triángulo tiene 6 ángulos externos, estos ángulos forman tres pares de ángulos congruentes por ser opuestos por el vértice.

4.- En un mismo vértice, un ángulo interior y un ángulo exterior, son suplementarios.

RAZÓN DE SEMEJANZA DE DOS TRIÁNGULOS SEMEJANTES.
Es el cociente constante k de cada dos lados homólogos.

$\frac{AB}{A'B'} = k;$ $AB = A'B' \cdot k$	$\frac{BC}{B'C'} = k$ $BC = B'C' \cdot k$	$\frac{AC}{A'C'} = k;$ $AC = A'C' \cdot k$
---	--	---

3.2 Criterios de semejanza de triángulos:

Criterios de semejanza de triángulos rectángulos.

1 dos triángulos rectángulos son semejantes si tienen un ángulo agudo igual.

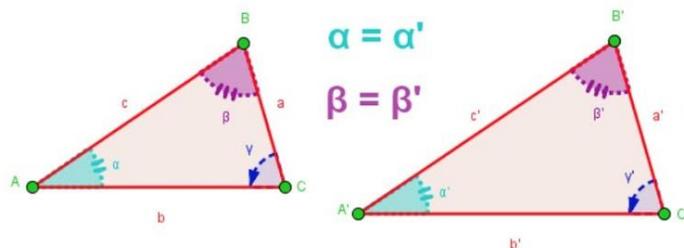
2 dos triángulos rectángulos son semejantes si tienen los dos catetos proporcionales.

3 dos triángulos rectángulos son semejantes si tienen proporcionales la hipotenusa y un cateto.

Este criterio considera que cuando se tienen los tres ángulos homólogos congruentes de dos triángulos, entonces los triángulos son semejantes y en concordancia con la definición de la semejanza de triángulos, se tiene que justificar de forma empírica que los lados homólogos son proporcionales.

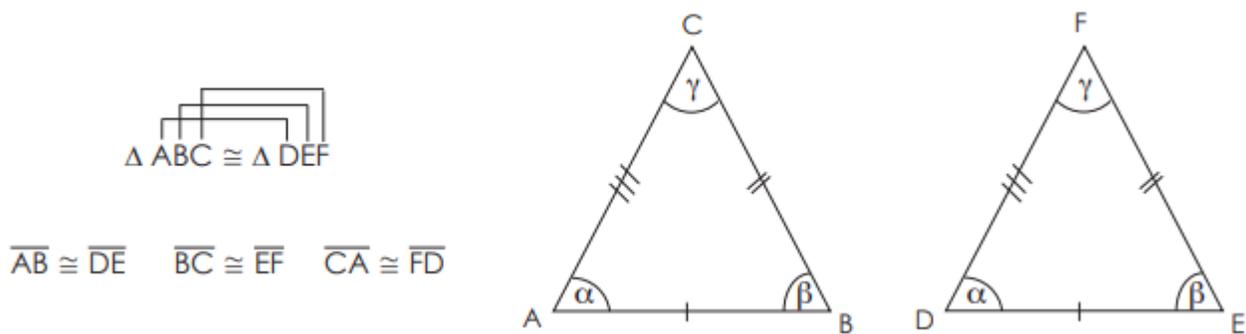
Entonces los tres ángulos de cada triángulo son congruentes y los triángulos son semejantes. Si uno de los ángulos de un triángulo es congruente con un ángulo de otro segundo triángulo, y los lados de cada uno de estos ángulos son proporcionales, entonces los triángulos son semejantes.

SEMEJANZA DE TRIÁNGULOS



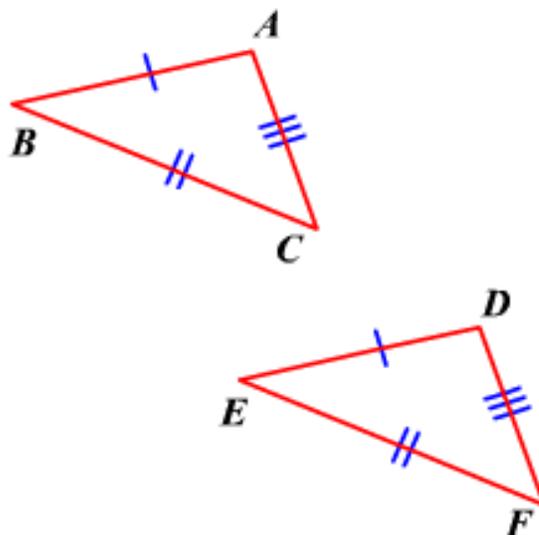
3.2.1 Demostración de los teoremas AAA, LL, LAL de semejanza de triángulos:

Dos o más figuras son congruentes si se cumple que son exactamente iguales tanto en forma como en tamaño, es decir si sus lados y sus ángulos respectivos tienen igual medida, aunque su posición y orientación sean distintas. El símbolo de congruencia es (\cong). Las partes coincidentes de las figuras congruentes se llaman homólogas o correspondientes.



Criterios de congruencia

Los criterios de congruencia nos muestran la mínima información necesaria para afirmar que dos triángulos son congruentes. Nos permiten identificar, con la información disponible, si dos triángulos son o no congruentes entre sí. Primer criterio de congruencia: LLL Dos triángulos son congruentes si tienen sus tres lados respectivamente iguales.



3.3. Teorema de Pitágoras:

En matemáticas, el teorema de Pitágoras es una relación fundamental en geometría euclidiana entre los tres lados de un triángulo rectángulo.

Afirma que el área del cuadrado cuyo lado es la hipotenusa (el lado opuesto al ángulo recto) es igual a la suma de las áreas de los cuadrados de los otros dos lados.

Este teorema se puede escribir como una ecuación que relaciona las longitudes de los lados a , b y c , a menudo llamada *ecuación pitagórica*; Es la proposición más conocida entre las que tienen nombre propio en la matemática.

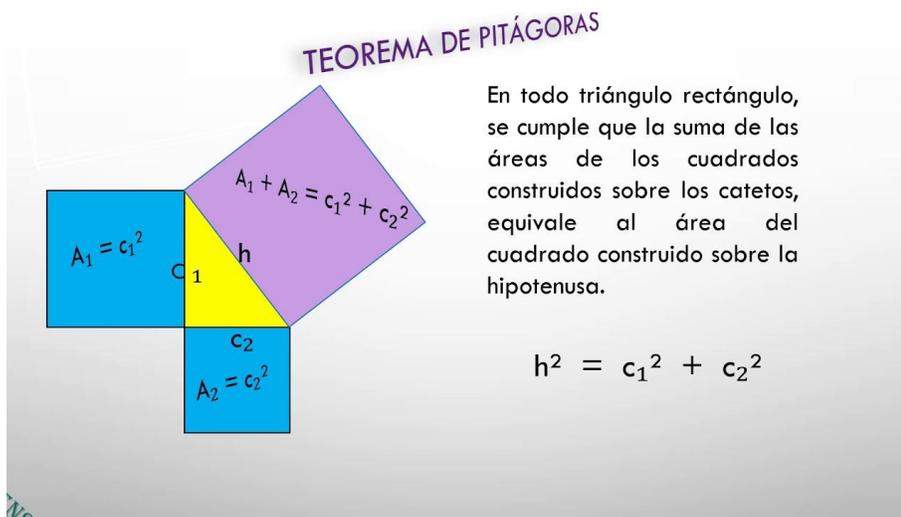
El teorema de Pitágoras establece que, en todo triángulo rectángulo, la longitud de la hipotenusa es igual a la raíz cuadrada de la suma del área de los cuadrados de las respectivas longitudes de los catetos.

Si en un triángulo rectángulo hay catetos de longitud y , y la medida de la hipotenusa es z , entonces se cumple la siguiente

relación:¹

De esta ecuación se deducen tres corolarios de verificación algebraica y aplicación práctica:

El teorema se ha demostrado en numerosas ocasiones por muchos métodos diferentes, posiblemente el mayor número de teoremas matemáticos. Las pruebas son diversas, e incluyen tanto pruebas geométricas como algebraicas, y algunas se remontan a miles de años atrás.



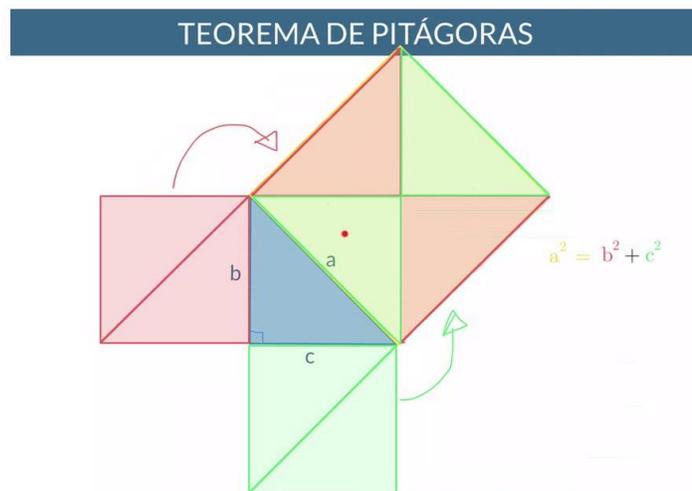
3.3.1 Demostración por construcción del teorema de Pitágoras:

El teorema de Pitágoras es quizás uno de los teoremas más importantes en las matemáticas.

Este teorema nos permite relacionar los lados de un triángulo rectángulo usando una ecuación algebraica.

Existen una gran variedad de pruebas que pueden ser usadas para demostrar el teorema de Pitágoras.

Sin embargo, las más importantes son la demostración de Pitágoras, la demostración de Euclides, la demostración a través del uso de triángulos semejantes y la demostración a través del uso de álgebra.



se obtiene el Teorema de Pitágoras: En un triángulo rectángulo la suma de los cuadrados de los catetos es igual al cuadrado de la hipotenusa.

Aquí solo se da la idea general de la demostración, para ver la versión completa en detalle revisa el Para saber más del final.