PASIÓN POR EDUCAR

Nombre del alumno: Jesus Emmanuel Meza Gomez

Nombre del profesor: Juan José Ojeda Trujillo

Nombre del trabajo: Super nota

Materia: Geometría

Grado: 1 Grupo: A

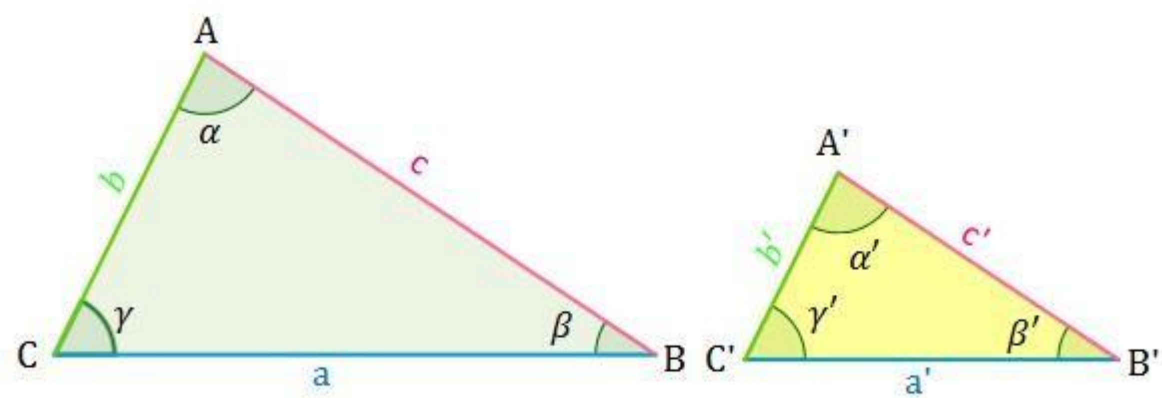
Comitán de Domínguez Chiapas a 18 de mayo del 2022

La **semejanza de triángulos** es una característica que hace que dos o más triángulos sean semejantes.

Dos triángulos son **semejantes** cuando tienen sus ángulos iguales (o congruentes) y sus lados correspondientes (u homólogos) son proporcionales.

Son lados homólogos los opuestos a ángulos iguales.

Aquí tenemos un caso, donde se ven los elementos homólogos (ángulos y lados) con la igualdad o congruencia de sus ángulos y la proporcionalidad de los lados:



En los triángulos semejantes se cumplen las condiciones siguientes:

- Los ángulos homólogos son iguales:

$$\alpha = \alpha'$$

$$\beta = \beta'$$

$$\gamma = \gamma'$$

- Los lados homólogos son proporcionales:

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} = r$$

A *r* se le denomina **razón de semejanza**.

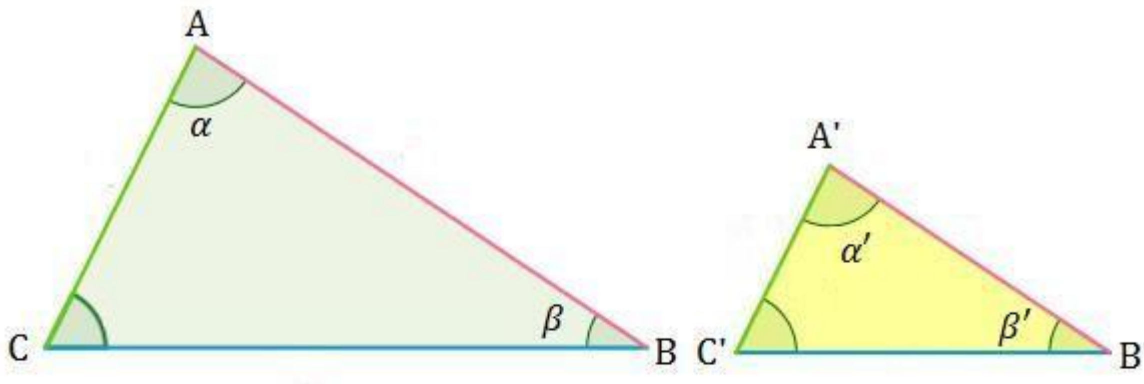
- Se cumple que la razón de los perímetros de dos triángulos semejantes es también la **razón de semejanza** y que la razón de sus áreas es el **cuadrado de la razón de semejanza**:

$$\frac{\text{perímetro}}{\text{perímetro}'} = \frac{a + b + c}{a' + b' + c'} = r$$

$$\frac{\text{área}}{\text{área}'} = r^2$$

Para saber si dos triángulos son semejantes no es necesario conocer sus tres ángulos y sus tres lados. Existen tres criterios para asegurarlo.

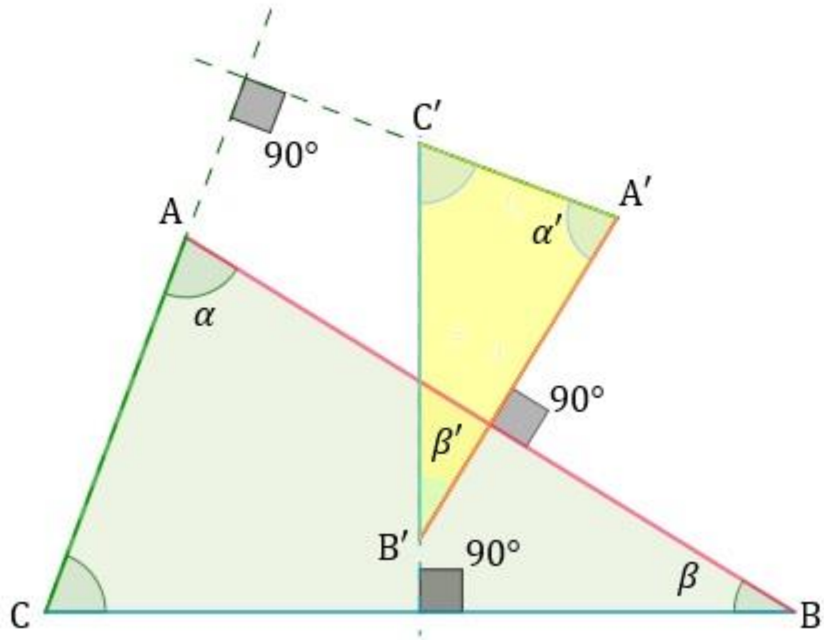
1. **Que tengan dos ángulos iguales**. (El tercero lo será, porque los tres tienen que sumar 180°).



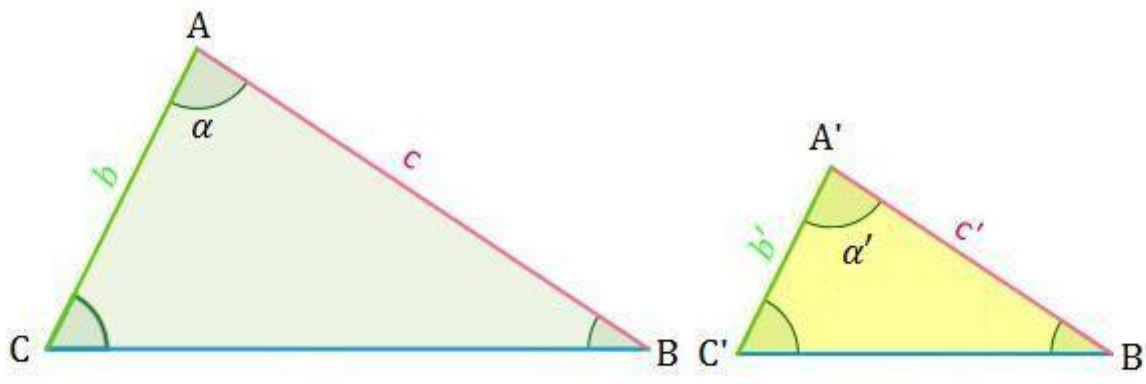
Si α = α′ y β = β′, entonces los triángulos ABC y A′B′C′ son semejantes.

Criterios de igualdad de los ángulos:

- Los tres lados homólogos son paralelos. (figura superior).
- Los tres lados de un triángulo son perpendiculares a los homólogos del otro triángulo.



2. Que tengan dos **lados proporcionales** y el **ángulo comprendido entre ellos sea igual**.

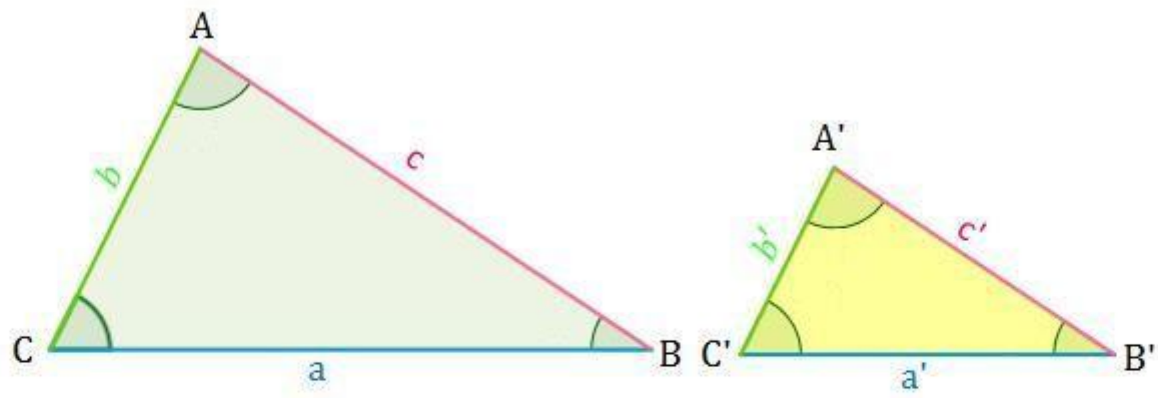


Entonces:

$$\frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} \quad \text{y} \quad \alpha = \alpha'$$

Y, además, α =% α′, entonces los triángulos ABC y A′B′C′ son semejantes.

3. Que tengan sus **tres lados correspondientes proporcionales**.



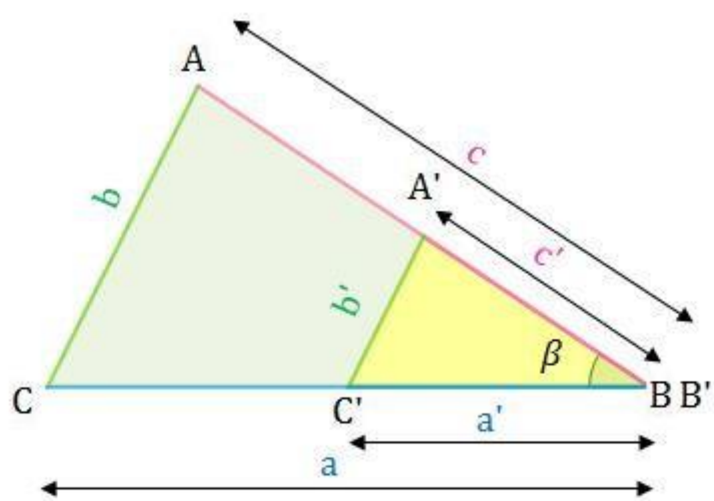
Entonces:

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} = r$$

Tenemos también que los triángulos ABC y A’B’C’ son semejantes.

Triángulos en posición de Tales

Cuando dos triángulos tienen un ángulo común y sus lados opuestos a ese ángulo son paralelos entre sí, entonces esos triángulos son semejantes.



Esta condición es la que establece el **primer teorema de Tales**.

Y, por tanto, se cumple que:

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} = \frac{CC'}{AA'} = r$$

1.3 Razones y proporciones.

Las razones y proporciones, nosotros denominamos razón al cociente que es indicado por dos números y que representa la relación entre dos cantidades y una proporción a la igualdad que existe entre dos o más razones.

Razón

Una razón indica en forma de división la relación entre dos cantidades.
Nos indica cuántas unidades hay en relación a las otras, y se suele indicar simplificando las fracciones.

Por ejemplo, si en un salón de clases tenemos 24 niñas y 18 niños, entonces lo representaremos de alguna de las siguientes formas:

24/18
24:18

Y como la fracción podemos simplificarla al dividirla entre 6, entonces tendremos:

4/3
4:3

Y se lee que existe una razón de 4 a 3, o de 4 por cada 3.

Cada uno de los valores de una razón tiene un nombre. El valor que está del lado izquierdo de la relación, se le llama antecedente , y al valor del lado derecho se le llama consecuente.

En este caso, la relación de niñas respecto a los niños es una relación de 4 a 3, o de 4 niñas por cada 3 niños.

Proporción

La proporción indica mediante una igualdad la comparación de dos razones. Para escribir una proporción, debemos tener en cuenta que los valores antecedentes, siempre estén del mismo lado, al igual que los consecuentes.

En nuestro ejemplo del salón de clases, podemos comparar la razón que tenemos, de 4 niñas por cada 3 niños, y podremos calcular cuántos niños hay en un salón en relación al número de niñas o viceversa. Para esto, en primer lugar escribiremos la proporción que ya conocemos:

4:3

Después, un signo de igualdad

4:3=

Y después la cantidad total, por ejemplo la del mismo salón, recordando que debemos respetar el orden del antecedente y del consecuente. En nuestro ejemplo, el antecedente será el número de niñas, y el consecuente el número de niños.

4:3=24:18

Para comprobar la igualdad de la proporción, se efectúan dos multiplicaciones. En una proporción, tomaremos como referencia el signo de igualdad. Los números que están más cercanos, se llaman centros, y los números más lejanos son los extremos. En nuestro ejemplo, los números 3 y 24 son los más cercanos al signo igual, por lo que son los centros. El 4 y el 18, son los extremos. Para comprobar que la proporción es correcta, el producto de la multiplicación de los centros debe ser igual al producto de la multiplicación de los extremos:

3 X 24 = 72
4 X 18 = 72

Proporción directa y proporción inversa

Las proporciones pueden expresar relaciones en que el aumento de la cantidad del antecedente aumenta la cantidad del consecuente. A esta variación se le llama proporción directa. El ejemplo anterior es una proporción directa.

En una proporción inversa, el aumento de la cantidad en el antecedente, significa la disminución de la cantidad en el consecuente.

Por ejemplo, en una mueblería, 6 trabajadores hacen 8 sillones en 4 días. Si queremos saber cuántos trabajadores se necesitan para construir los 8 sillones en 1, 2 y 3 días, usaremos una proporción inversa.

Para determinarla, usaremos el número de trabajadores como cifra antecedente, y el número de días como cifra consecuente:

6:4=

Siguiendo el mismo orden, del otro lado de la igualdad tendremos como antecedente nuevamente el número de trabajadores, y como consecuente los días que tardarán. Tendremos algo como lo siguiente:

6:4 = ?:3
6:4 = ?:2
6:4 = ?:1

Para determinar la proporción inversa, multiplicaremos los factores de la razón conocida, en nuestro ejemplo, 6 y 4, y el resultado lo dividiremos entre el dato conocido de la segunda razón. Así, en nuestro ejemplo, tendremos:

6 X 4 = 24
24 / 3 = 8
24 / 2 = 12
24 / 1 = 24

Así tendremos las proporciones siguientes:

6:4 = 8:3
6:4 = 12:2
6:4 = 24:1

Con lo que podemos calcular que para producir los 8 sillones en tres días, necesitamos 8 trabajadores; para fabricarlos en dos días, necesitamos 12 trabajadores, y para hacerlos en 1 día, necesitamos 24 trabajadores.

Ejemplos de razones:

1. En una caja tenemos 45 canicas azules y 105 canicas rojas. La expresamos como 45:105 y dividiendo entre 15, tenemos que la

razón es de 3:7 (tres por cada siete), o sea, tres canicas azules por cada siete canicas rojas.

2. En una clase de un colegio cada pelota es utilizada por cada equipo de cinco niños, o sea que tenemos cinco alumnos por cada pelota de fútbol. Tenemos entonces en este ejemplo de razón que la relación entre alumnos – pelotas es 5 a 1. Esta razón se escribe 5:1 y concluimos que existe una razón de cinco alumnos por cada pelota de fútbol.
3. En un estacionamiento hay coches de fábricas asiáticas y de fábricas americanas. En total hay 3060 coches, de los cuales, 1740 son de fabricación asiática y el resto, 1320, son de fabricación americana. Esto nos dará que la razón es de 1740/1320. Para simplificarla, la dividimos primero entre 10, lo que nos deja 174/132. Si ahora lo dividimos entre 6, tendremos la razón 29:22, o sea que en el estacionamiento hay 29 automóviles asiáticos por cada 22 automóviles americanos.

Ejemplos de proporciones:

Proporción directa:

1. En una tienda se venden dulces nacionales e importados, a razón de 3:2 Si sabemos que al día se vende 255 dulces nacionales, ¿Cuántos dulces importados se venden al día?

3:2=256:?
2 X 255 = 510
510 / 3 = 170 dulces importados.
3:2 = 256:170 (tres es a dos como 256 es a 170).

1. En una fiesta se invitaron a niños y niñas. Si sabemos que acudieron en una proporción de 6 niñas por cada 4 niños, y en la fiesta hay 32 niños ¿Cuántas niñas fueron?

6:4 = ?:32
32 X 6 = 192
192 / 4 = 48 niñas fueron a la fiesta.
6:4 = 48:32 (6 es a 4 como 48 es a 32)

1. Para armar una mesa, se necesitan 14 tornillos. ¿Cuántos tornillos necesitamos para armar 9 mesas?

14:1 = ?:9
14 X 9 = 126
126 / 1 = 126 tornillos son necesarios.
14:1 = 126:9 (14 es a 1 como 126 es a 9)

Proporción inversa:

1. Dos grúas mueven 50 contenedores en hora y media. ¿Cuántas grúas se necesitan para mover los 50 contenedores en media hora?

2:1.5 =?:.5
2 X 1.5 = 3
3 / .5 = 6 grúas son necesarias.
2:1.5 = 6:.5 (dos grúas es a una hora y media, como seis grúas son a media hora)

1. Si 4 alumnos realizan un trabajo en equipo en 45 minutos ¿Cuánto tiempo tardarán si el equipo está formado por 6, 8, 10 y 12 estudiantes?

Tendremos las siguientes proporciones:

a) 4:45 = 6:?
b) 4:45 = 8:?
c) 4:45 = 10:?
d) 4:45 = 12:?

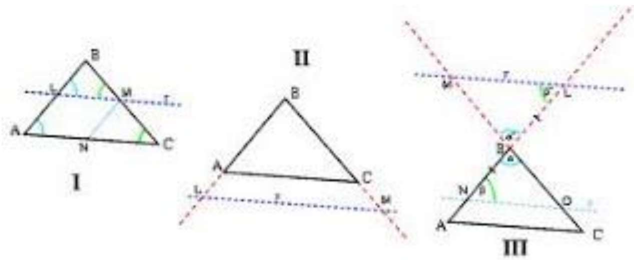
4 X 45 = 180

a) 180 / 6 = 30 minutos
b) 180 / 8 = 22.5 minutos
c) 180 / 10 = 18 minutos
d) 180 / 12 = 15 minutos

Por lo que las proporciones serán:

a) 4:45 = 6:30
b) 4:45 = 8:22.5
c) 4:45 = 10:18
d) 4:45 = 12:15

Semejanza de Triángulos:



El concepto de semejanza corresponde a figuras de igual forma, pero no necesariamente de igual tamaño.
Una semejanza, es un coaguló geométrico difundido de rotación (una rotación y una posible reflexión o simetría axial). En la rotación se pueden cambiar los lados y la radiación de una materia pero no se altera su coagulo.
En el caso del triángulo, la forma sólo depende de sus ángulos (no así en el caso de un rectángulo, por ejemplo, donde uno de sus ángulos es recto pero cuya forma puede ser más o menos alargada, es decir que depende del cociente ***base / altura***).
Se puede simplificar así la definición: dos triángulos son semejantes si sus ángulos son iguales dos a dos.
En la figura, los ángulos correspondientes son A = A', B = B' y C = C'.
Para denotar que dos triángulos ABC y DEF son semejantes se escribe ABC ~ DEF, donde el orden indica la correspondencia entre los ángulos: A, B y C se corresponden con D, E y F, respectivamente.
Una similitud tiene la propiedad (que la caracteriza) de multiplicar todas la longitudes por un mismo factor. Por lo tanto las razones ***longitud imagen / longitud origen*** son todas iguales, lo que da una segunda caracterización de los triángulos semejantes:
Dos triángulos son semejantes si las razones de los lados correspondientes son congruentes.

Criterios de semejanza de triángulos.

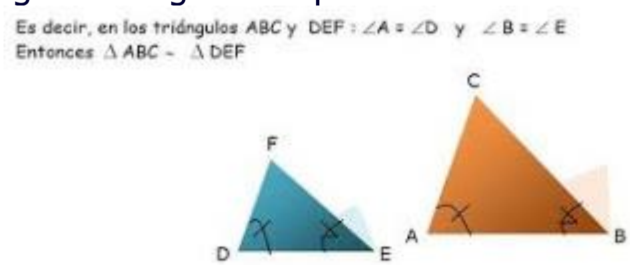
1.-Dos triángulos son semejantes si tienen **dos ángulos iguales**.

2.-Dos triángulos son semejantes si tienen **dos lados proporcionales e igual el ángulo que forman**.

3.- Dos triángulos son semejante si **sus lados son proporcionales.**

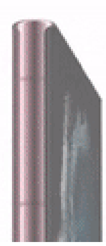
Para que dos triángulos sean semejantes es suficiente con que se verifique una de las siguientes condiciones:

1. Dos triángulos son semejantes si tienen dos ángulos respectivamente iguales:
2. Dos triángulos son semejantes si tienen los lados proporcionales:
3. Dos triángulos son semejantes si tienen dos lados proporcionales e igual el ángulo comprendido:



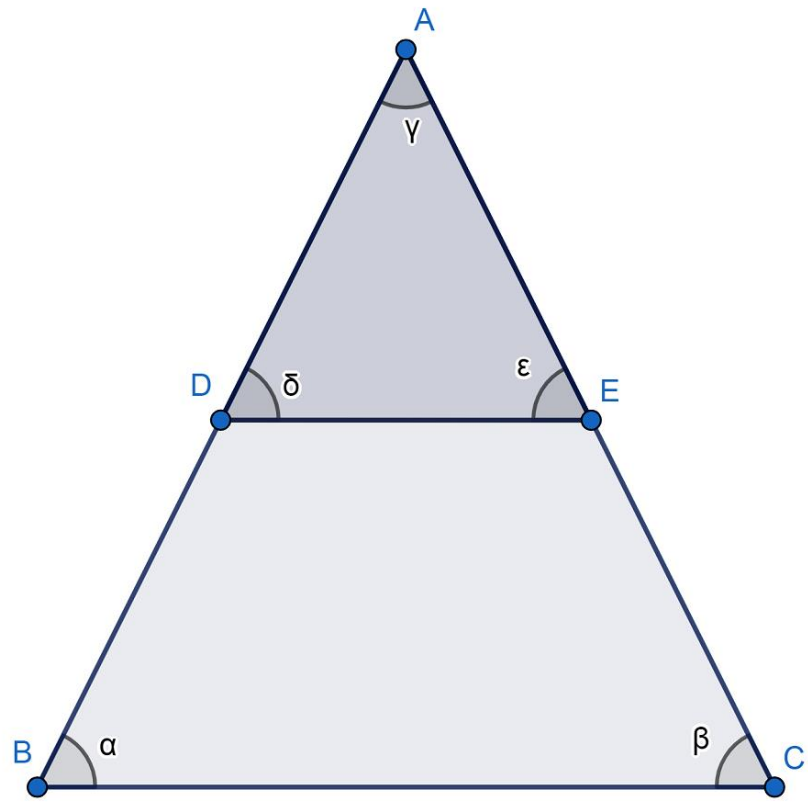
El teorema de Tales es una ley de la geometría que nos indica que si se traza una línea paralela a cualquiera de los lados de un triángulo tendremos como resultado un **triángulo** semejante el triángulo original.

Dicho de otro modo, si cortamos un triángulo dibujando una recta paralela a uno de sus lados, obtendremos un triángulo semejante al previamente existente.



En este punto, cabe señalar que dos triángulos son semejantes cuando sus ángulos correspondientes son congruentes (miden lo mismo) y sus lados homólogos son proporcionales entre sí.

Para entenderlo mejor, observemos la siguiente figura:



Por el teorema de Tales se puede concluir que α=δ y β=ε

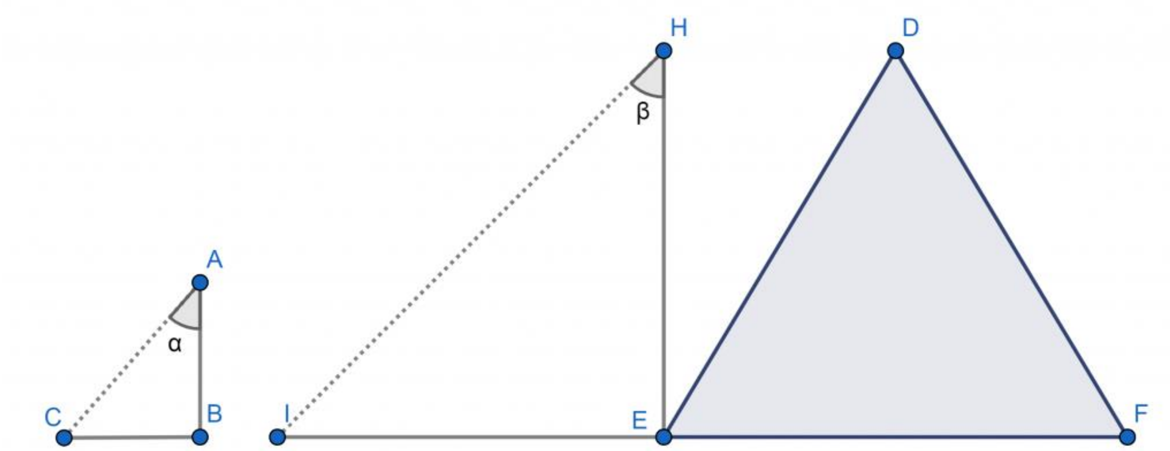
Además, como mencionamos previamente, los lados son proporcionales, por lo que se cumple que:

$$\frac{AB}{AD} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$$

Una anécdota relatada por el historiador Plutarco cuenta que Tales de Mileto, en uno de sus viajes, hizo uso de este teorema para conocer la altura de las pirámides de Guiza (las de Keops, Kefrén y Micerino) en Egipto. Así, decidió poner una vara en vertical contra el suelo, esperando a que la longitud del objeto sea igual a la sombra que proyectaba. En ese momento, la sombra de la pirámide también sería igual a la altura de esta. En este caso, los triángulos semejantes son:

- El que tiene como dos de sus lados la vara y su sombra.

- El triángulo que tiene como uno de sus lados la altura de la pirámide y, como otro lado, la sombra de esta.



Para entenderlo mejor, imaginemos en la figura de arriba que la pirámide es aquella formada por los vértices D, E y F, su altura es el segmento HE y su sombra, IE. En tanto, la vara es el segmento AB y su sombra, CB. Por tanto, AB/CB=HE/IE. Esto, tomando en cuenta que los rayos del sol son paralelos (no se cruzan ni en su prolongación), por lo que formarán el mismo ángulo con la vara que con la pirámide (ángulos α y β son iguales).

Objetivos de aprendizaje

- Identificar segmentos proporcionales cuando dos lados de un triángulo son cortados por un segmento paralelo al tercer lado.
- Dividir un segmento en cualquier número de partes congruentes.

Introducción

Finalizaremos nuestro estudio de triángulos semejantes en esta sección. También extenderemos algunos hechos básicos sobre triángulos semejantes y segmentos que los dividen.

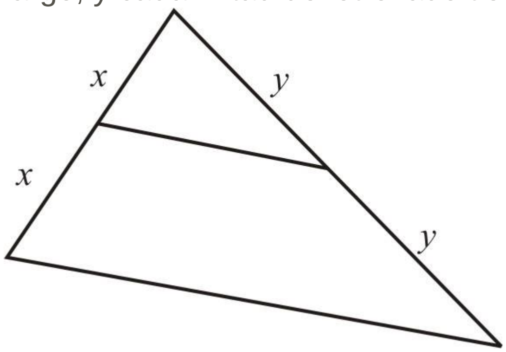
Dividiendo proporcionalmente los lados de un triángulo

Piensa sobre un segmento medio de un triángulo. Un segmento medio es paralelo a uno de los lados de un triángulo, y que divide los otros dos lados en mitades congruentes, (porque el segmento medio conecta los *puntos medios* de esos dos lados). Entonces el segmento medio divide esos dos lados proporcionalmente.

Ejemplo 1

Explica el significado de "el segmento medio divide los lados de un triángulo proporcionalmente."

Vamos a suponer que cada mitad de un lado del triángulo tiene $x \text{unidades}$ de largo, y cada mitad del otro lado tiene $y \text{unidades}$ de largo.



[Figure 1]

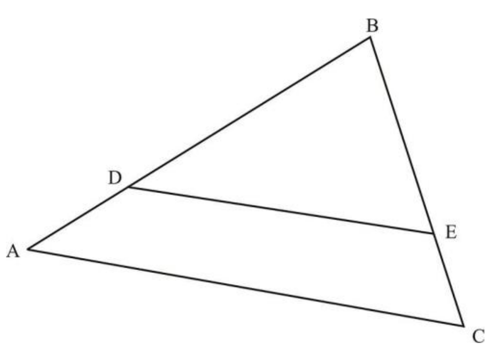
Un lado es dividido en la proporción $x:x$, el otro lado en la proporción $y:y$ Ambas de estas proporciones son equivalentes a $1:1$ y entre sí.
Observamos que un segmento medio divide dos lados de un triángulo proporcionalmente. Pero que hay sobre algún otro segmento?

Nota Técnica - Software de Geometría

Usa tu software de geometría para explorar triángulos donde una *línea paralela a un lado intercepta los otros dos lados*. Intenta esto:

1. Establecer $\triangle ABC$.
2. Dibujar una línea que es paralela a $\overline{AC}$ y que intercepta los otros lados de $\triangle ABC$.
3. Llamar al punto de intersección en $\overline{AB}$ como D; llamar al punto de intersección en el punto en $\overline{CB}$ como E.

Tu triángulo debería verse como esto:



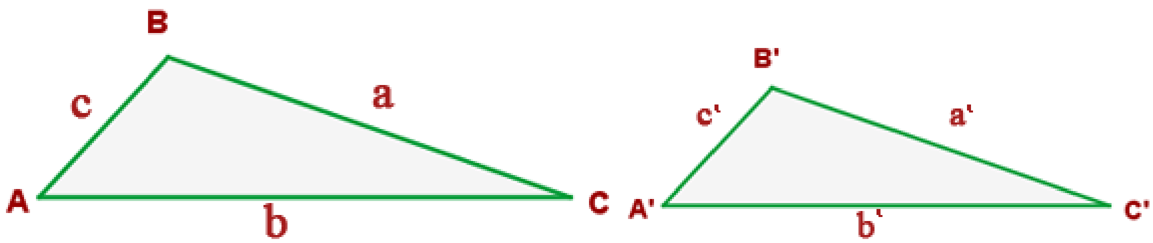
[Figure 2]

DE paralelo a AC
4. Medir las longitudes y calcular las siguientes proporciones.

ADDB= _______ y CEEB= _______
5. Comparar tus resultados con aquellos de los otros estudiantes.

Diferentes estudiantes pueden comenzar con diferentes triángulos. Ellos pueden dibujar diferentes líneas paralelas a AC‾‾‾‾. Pero en cada caso las dos proporciones,ADDB y CEEB, son aproximadamente las mismas. Esta es otra forma de decir que los dos lados del triángulo están divididos proporcionalmente. Podemos probar este resultado como un teorema.
Teorema de proporcionalidad de triángulo: si una línea paralela a un lado de un triángulo intercepta los otros dos lados, luego divide esos lados en segmentos proporcionales.

De este Teorema se desprende lo que se conoce como el reciproco del Teorema de Thales, que consiste en afirmar que: Si una recta intersecta dos lados de un triángulo y divide esos lados en segmentos que son proporcionales entonces la recta es paralela al tercer lado.



Dados los **triángulos** ABC y A'B'C' determinamos los lados y ángulos homólogos.
Lados homólogos:
a y a', b y b', c y c'
Ángulos homólogos:
$\hat{A}$ y $\hat{A}'$ $\hat{B}$ y $\hat{B}'$ $\hat{C}$ y $\hat{C}'$
Dos **triángulos** son **semejantes** cuando tienen sus **ángulos homólogos iguales** y sus **lados homólogos proporcionales**.
$\hat{A} = \hat{A}'$, $\hat{B} = \hat{B}'$, $\hat{C} = \hat{C}'$

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$$

La **razón de la proporción** entre los **lados** de los **triángulos** se llama **razón de semejanza**.
La **razón de los perímetros** de los **triángulos semejantes** es igual a su **razón de semejanza**.

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} = \frac{a+b+c}{a'+b'+c'} = \frac{p}{p'} = r$$

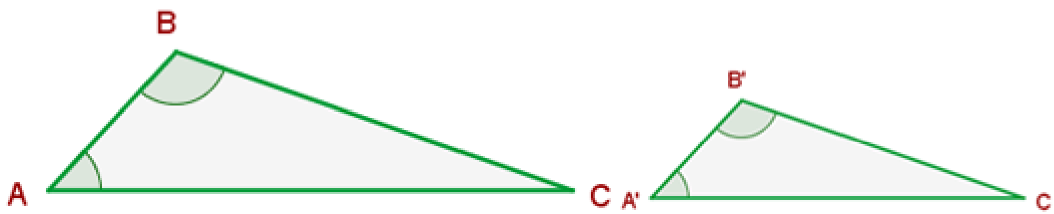
La **razón de las áreas** de los **triángulos semejantes** es igual al **cuadrado de su razón de semejanza**.

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} = r \qquad\qquad \frac{S}{S'} = r^2$$

Criterios de semejanza

1

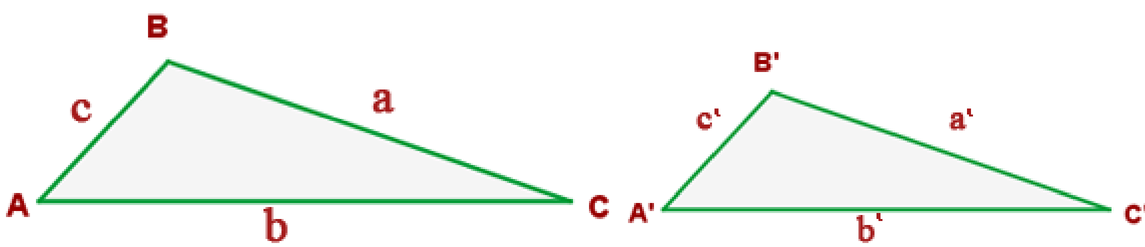
Dos triángulos son **semejantes** si tienen **dos ángulos iguales**.



$A = A' \qquad\qquad B = B'$

2

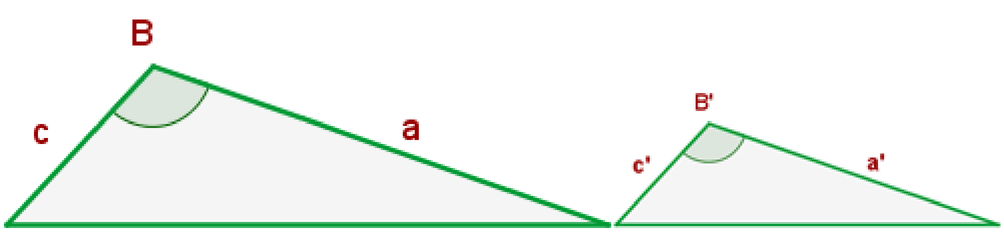
Dos triángulos son **semejantes** si tienen los **lados proporcionales**.



$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$$

3

Dos triángulos son **semejantes** si tienen **dos lados proporcionales** y el **ángulo comprendido** entre ellos **igual**.



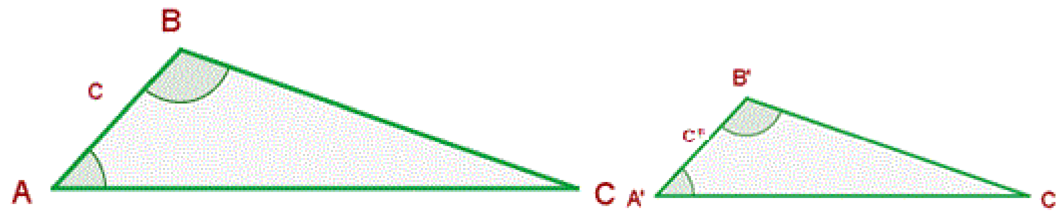
$B = B' \qquad\qquad \frac{a}{a'} = \frac{c}{c'}$

Criterio ángulo-lado-ángulo (AA)

1 Dos triángulos son semejantes si tienen dos ángulos iguales.

$$A = A'$$

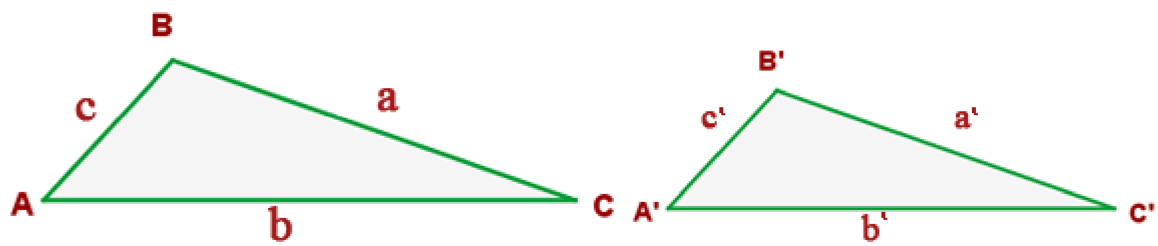
$$B = B'$$



Criterio lado-lado-lado (LLL)

2 Dos triángulos son semejantes si tienen los lados proporcionales.

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$$



Criterio lado-ángulo-lado (LAL)

3 Dos triángulos son semejantes si tienen dos lados proporcionales y el ángulo comprendido entre ellos es igual.

Los/las mejores profesores/as de Matemáticas que están disponibles

4,9 (51 opiniones)

José arturo

16€

/h

¡1ª clase gratis!

5 (30 opiniones)

Francisco javier

12€

/h

En matemáticas, el **teorema de Pitágoras** es una relación fundamental en geometría euclidiana entre los tres lados de un triángulo rectángulo. Afirma que el área del cuadrado cuyo lado es la hipotenusa (el lado opuesto al ángulo recto) es igual a la suma de las áreas de los cuadrados de los otros dos lados. Este teorema se puede escribir como una ecuación que relaciona las longitudes de los lados *a*, *b* y *c*, a menudo llamada *ecuación pitagórica*; Es la proposición más conocida entre las que tienen nombre propio en la matemática.[1]

El teorema de Pitágoras establece que, en todo triángulo rectángulo, la longitud de la hipotenusa es igual a la raíz cuadrada de la suma del área de los cuadrados de las respectivas longitudes de los catetos.

Teorema de Pitágoras

En todo triángulo rectángulo, el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos.

Pitágoras

Si en un triángulo rectángulo hay catetos de longitud y , y la medida de

la hipotenusa es , entonces se cumple la siguiente relación:

(1)

De esta ecuación se deducen tres corolarios de verificación algebraica y aplicación práctica:

El teorema se ha demostrado en numerosas ocasiones por muchos métodos diferentes, posiblemente el mayor número de teoremas matemáticos. Las pruebas son diversas, e incluyen tanto pruebas geométricas como algebraicas, y algunas se remontan a miles de años atrás.

El teorema se puede generalizar de varias maneras: a espacios de mayor dimensión, a espacios que no son euclidianos, a objetos que no son triángulos rectos y a objetos que no son triángulos en absoluto, sino sólidos *n*. El teorema de Pitágoras ha despertado interés fuera de las matemáticas como símbolo de abstracción matemática, mística o poder intelectual; abundan las referencias populares en la literatura, obras de teatro, musicales, canciones, sellos y dibujos animados.