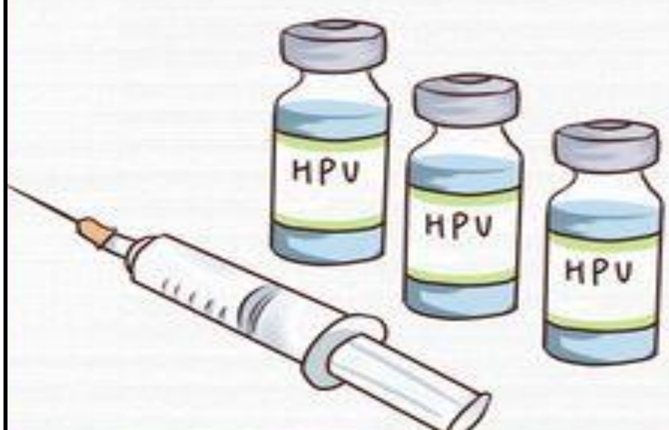
NOMBRE: OLIVER FAUSTINO PAREDES MORATAYA

ASESOR: Dr. GUILLERMO DEL SOLAR VILLAR

TAREA DE PLATAFORMA 1

UNIVERDIDAD DEL SURRESTE

LICENTURA EN MEDICINA HUMANA



INDICE

Derivada

La derivada de una función matemática es la razón o velocidad de cambio de una función en un determinado punto. Es decir, qué tan rápido se está produciendo una variación.
Por eso la derivada equivale al límite de la variación de la variable dependiente “y” cuando la variación de la variable independiente es cada vez menor (cuando el incremento de la variable independiente tiende a cero).

La función derivada (se representa f´(x)) es la función que nos da el valor de la derivada de la función f(x) para cada valor de “x”.

El proceso de calcular la función derivada de una función dada se denomina diferenciación y entra dentro del área de las matemáticas denominada cálculo infinitesimal.

Algunas funciones no tienen derivadas en todos o en algunos de sus puntos

Para que una función sea derivable en un punto tiene que ser continua en dicho punto, es decir que pequeños incrementos de la variable independiente produzca pequeñas variaciones de la variable dependiente. No obstante, el que una función sea continua no garantiza que sea derivable.

Una función es derivable en un punto x si su derivada existe en dicho punto; una función es derivable en un intervalo abierto si es derivable en todos los puntos del intervalo.

La derivada de una función puede ser asimismo derivable. La derivada de una primera derivada se denomina segunda derivada. También podría existir la tercera derivada y así sucesivamente. Este proceso se denomina derivación sucesiva.

Cuando una función tiene más de una variable independiente podemos hablar de la derivada parcial cuando derivamos la función respecto a una de las variables independientes (tratando al resto de variables independientes como si fueran constantes).

Derivable y derivada

Sean II un intervalo abierto de los reales, aa un punto de II y sea la función

f:I→Rf:I→R

Entonces, decimos que ff es **derivable** en el punto aa si existe el siguiente límite y, en tal caso, a su valor lo denotamos por f′(a)f′(a):

$$\lim_{h\to 0}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}=\lim_{x\to a}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}$$

Nota: los dos límites anteriores son equivalentes.

Decimos que ff es **derivable** en II si lo es en todos los puntos del intervalo II.

Llamamos **derivada** de ff a la función f′(x)f′(x) siendo x∈Ix∈I.

2. Derivadas elementales

Llamamos **derivadas elementales** o **inmediatas** a las derivadas de funciones elementales (por ejemplo, la función constante, potencia, coseno, exponencial, logaritmo, etc.).

Las funciones más complejas se pueden escribir como composición de funciones elementales. Podremos derivar estas funciones más complejas utilizando las **reglas de derivación**, la **regla de la cadena** y las **derivadas elementales**.

Las derivadas elementales se calculan con la propia definición de derivada (calculando el límite) y las escribimos en una tabla (Tabla (PDF) de derivadas elementales) para utilizarlas al derivar las funciones más complejas.

Veamos dos ejemplos del cálculo de derivadas a partir de su definición:

Ejemplo 1: derivada de la función constante.

$$f(x)=c\Rightarrow f'(x)=0$$

Mostrar límite

Ejemplo 2: derivada de la función seno.

$$f(x) = \sin(x) \Rightarrow f'(x) = \cos(x)$$

Mostrar límite

3. Propiedades y Reglas de derivación

Una de las más importantes propiedades es la relación entre derivabilidad y continuidad:

Si ff **es derivable en el punto** aa**, entonces** ff **es continua en** aa**.**

Ver demostración

Reglas de derivación:

1. **Derivada de la inversa:** Sea ff derivable en el punto aa tal que la derivada en dicho punto no se anula, esto es, f′(a)≠0f′(a)≠0, y existe la inversa de ff en un entorno de f(a)f(a), entonces

$$(f^{-1})'(f(a)) = \frac{1}{f'(a)}$$

Ver demostración

2. **Derivada del producto por una constante:** Sea ff derivable en aa y sea kk una constante, entonces

$$(k \cdot f)'(a) = k \cdot f'(a)$$

Ver demostración

3. **Derivada de la suma de dos funciones:** Sean ff y gg dos funciones derivables en aa, entonces

(f+g)′(a)=f′(a)+g′(a)(f+g)′(a)=f′(a)+g′(a)

Omitimos la demostración por su inmediatez.

4. **Derivada del producto de funciones:** Sean ff y gg dos funciones derivables en aa, entonces,

$$(f \cdot g)'(a) = f'(a)g(a) + f(a)g'(a)$$

Ver demostración

5. **Derivada del cociente de funciones:** Sean ff y gg funciones derivables en aa siendo $g(a)\neq 0g(a)\neq 0$, entonces

$$\left(\frac{f}{g}\right)'(a) = \frac{f'(a)g(a) - f(a)g'(a)}{\left(g(a)\right)^2}$$

Ver demostración

4. Regla de la cadena

La regla de la cadena es un teorema de gran importancia por su aplicación. Este resultado es el que nos permite calcular la derivada de la composición de funciones.

Regla de la cadena: Sean ff y gg dos funciones tales que ff es derivable en aa y gg es derivable en f(a)f(a), entonces

$(g\circ f)'(a)=g'(f(a))\cdot f'(a)(g\circ f)'(a)=g'(f(a))\cdot f'(a)$

Ver demostración

Veamos un sencillo ejemplo de su aplicación:

Calcular la derivada de la función f(x)=sin(x2)f(x)=sin(x2) con el límite de la definición de la derivada sería una tarea más o menos tediosa que podemos evitar.

La función ff es composición de las funciones h(x)=sin(x)h(x)=sin(x) y g(x)=x2g(x)=x2:

$f(x)=(h\circ g)(x)=h(g(x))f(x)=(h\circ g)(x)=h(g(x))$

Las derivadas de las funciones implicadas son h′(x)=cos(x)h′(x)=cos(x) y g′(x)=2xg′(x)=2x.

Aplicamos la **regla de la cadena**:

$f'(x)=h'(g(x))\cdot g'(x)=f'(x)=h'(g(x))\cdot g'(x)=$

$=\cos(x2)\cdot 2x=\cos(x2)\cdot 2x$

5. Extremos y Monotonía

Criterio de extremos:

Si ff es derivable en un **extremo** (máximo o mínimo local), entonces la derivada es 0 en dicho punto.

Criterio de monotonía:

Si ff es derivable en aa:

- Si $f'(a)>0f'(a)>0$, entonces ff es **creciente** en un entorno de aa.
- Si $f'(a)<0f'(a)<0$, ff es **decreciente** en un entorno de aa.
- Si $f'(a)=0f'(a)=0$, decimos que aa es un ***punto crítico***, esto significa que aa es un posible extremo (local).

Demostración

Criterio de extremo (segunda derivada): Si aa es un punto con $f'(a)=0f'(a)=0$ (es decir, aa es un punto crítico) y ff admite segunda derivada en aa:

- Si $f''(a)>0f''(a)>0$, el punto aa es un **mínimo** local.
- Si $f''(a)<0f''(a)<0$, el punto aa es un **máximo** local.
- Si $f''(a)=0f''(a)=0$, el punto aa es un punto de **inflexión** (punto donde cambia la monotonía).

Demostración.

6. Teorema del Valor Medio de Lagrange

Sea la función continua $f:[a,b]\rightarrow Rf:[a,b]\rightarrow R$ derivable en el intervalo abierto $]a,b[]a,b[$. Entonces, $\exists c\in]a,b[\exists c\in]a,b[$ tal que

$f(b)-f(a)=f'(c)(b-a)f(b)-f(a)=f'(c)(b-a)$

Se puede demostrar aplicando el teorema de Rolle a la función

$f(x)-f(b)-f(a)b-a(x-a)-f(a)$

Bibliografía

TEORIA DE DERIVADAS: DEMOSTRACION DE LAS REGLAS: REGLA DE LA CADENA: PROPIEDADES: BACHILLER Y UNIVERSIDAD. (s/f). Matesfacil.com. Recuperado el 26 de marzo de 2022, de https://www.matesfacil.com/derivadas.htm