



UNIVERSIDAD DEL SURESTE (UDS).

DOCENTE: DR. GUILLERMO DEL SOLAR VILLARREAL.

ALUMNA: EVELIN SAMIRA ANDRES VELAZQUEZ.

LICENCIATURA: MEDICINA HUMANA.

MATERIA: BIOMATEMATICAS.

ACTIVIDAD: INVESTIGACIÓN DE DERIVADAS.

INTRODUCCIÓN

La derivada se puede definir mediante el uso de dos conceptos matemáticos: razón de cambio y límite.

La **Derivada** es un elemento utilizado en la matemática para calcular respuestas de una función a la que se le están alterando sus valores iniciales.

La derivada de una función está representada gráficamente como una línea recta superpuesta sobre cualquier curva (función), el valor de esta pendiente respecto al eje sobre el cual está siendo estudiada la función recibe el nombre de Derivada.

Isaac Newton (1642-1727), matemático y físico inglés, fue el primero en establecer muchos de los principios básicos del cálculo en manuscritos no publicados sobre el método de fluxiones, fechado en 1665. La palabra fluxión se originó por el concepto de cantidades que "fluyen"; es decir, cantidades que cambian a cierta razón. Newton usa la notación de punto y para representar una fluxión, $\dot{0}$ como se conoce ahora: la derivada de una función. El símbolo \dot{y} y nunca fue popular entre los matemáticos, de modo que en la actualidad \dot{y} usan esencialmente los físicos. Debido a razones tipográficas, la así denominada "notación flyspeck" ha sido sustituida por la notación prima. Newton alcanzó fama imperecedera con la publicación de su ley de la gravitación universal en su tratado monumental *Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica* en 1687. Newton también fue el primero en demostrar, usando el cálculo y su ley de gravitación, las tres leyes empíricas de Johannes Kepler del movimiento planetario, y el primero en demostrar que la luz blanca está compuesta de todos los colores. Newton fue electo al Parlamento, nombrado guardián de la Real Casa de Moneda y nombrado caballero en 1705. Sir Isaac Newton dijo acerca de estos logros: "Si he visto más lejos que otros, es porque me apoye en los hombros de gigantes."

El matemático, abogado y filósofo alemán Gottfried Wilhelm Leibniz (1646- 1716) publicó una versión corta de su cálculo en un artículo en un periódico alemán en 1684. La notación dy / dx para la derivada de una función se debe a Leibniz. De hecho, fue Leibniz quien introdujo la palabra función en la literatura matemática. Pero, puesto que es bien sabido que los manuscritos de Newton sobre el método de fluxiones datan de 1665, Leibniz fue acusado Leibniz de apropiarse de las ideas de Newton a partir de esta obra no publicada. Alimentado por orgullos nacionalistas, durante muchos años hubo una controversia sobre quien de los dos "inventó" el cálculo. Hoy los

historiadores coinciden en que ambos llegaron a muchas de las premisas más importantes del cálculo de manera independiente. Leibniz y Newton se consideran "coinventores" del tema.

DESARROLLO

La derivada en un punto definida como razón de cambio

La derivada se puede definir mediante el uso de dos conceptos matemáticos: razón de cambio y límite.

Iniciamos con el de razón de cambio.

Dada de función f , la razón de cambio de f es:

La proporción en la que cambian los valores de la función, es decir $f(x)$ respecto a cambios en los elementos del dominio, es decir x .

Límite de la razón de cambio

La idea de newton y Leibnitz para el cálculo diferencial, fue la siguiente: ¿Cuál será la razón de cambio si tomamos Δx lo más pequeño posible?

Es una idea, si se tendría una razón de cambio muy exacta en la que cada valor del dominio de la función tuviera su propia razón de cambio. A esto se le conoce como razón de cambio instantánea.

Así, se puede calcular la razón de cambio instantánea para $x=1$, para esto debemos calcular el siguiente límite:

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta f}{\Delta x}$$

Es decir, deseamos obtener el límite de la razón de cambio cuando $\Delta x \rightarrow 0$ que es cuando $x \rightarrow 1$.

Δx se calcula como x menos 1 (1 es el valor al que x se acerca).

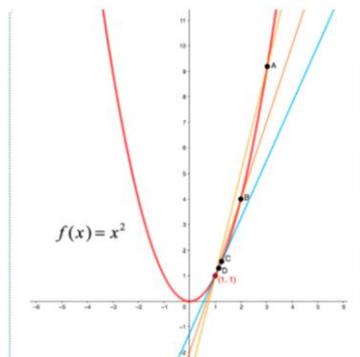
Δf se calcula como el valor de la función en el correspondiente x menos el valor de la función 1, es decir $f(1)$ y la razón de cambio es el cociente de Δf entre Δx .

Definición de derivada en un punto

Para la función $f(x)=x^2$ cerca del punto $(1, f(1))$, no estamos calculando el límite de la función f , si no el límite de la razón de cambio.

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta f}{\Delta x}$$

Este límite es la razón de cambio instantánea y será nuestra definición de derivada en un punto, por ejemplo, el punto es $(1, f(1))$.



Las secantes y la tangente

La razón de cambio es la pendiente de la recta entre dos puntos.

Empezamos con dos puntos no tan cercanos cuando tomamos $(1, f(1))$ y $(3, f(3))$. La recta entre cualesquiera dos puntos de la gráfica de una función se llama recta secante.

Lo que calculamos fue la pendiente de la recta secante, entre los puntos $(1, f(1))$ y $(3, f(3))$. Después fuimos acercando a x a 1, con lo que el punto $(x, f(x))$ se acercaba cada vez más al punto $(1, f(1))$.

En el límite, cuando estos puntos llegan a estar tan cercanos a $(1, f(1))$ hasta prácticamente convertirse en el mismo punto, las rectas secantes se parecen cada vez más a la recta tangente (aquella que toca a una curva en un solo punto) a la gráfica de f en el punto $(1, f(1))$.

Tenemos que las rectas secantes se van aproximando a la recta tangente cuando hacemos que $x \rightarrow 1$ o $x \rightarrow 1$, es decir cuando la abscisa de los puntos tiende a 1.

Esta es la interpretación geométrica de la derivada en un punto: es el límite de las pendientes de rectas secantes cuando tienden a la tangente en ese punto.

Hay funciones y puntos en sus gráficas, para las que no es posible obtener una recta tangente —y entonces tampoco su pendiente—, en este caso se dice que la función no es derivable en ese punto. Ejemplo de esto es la función $f(x)=x$ que no es derivable en un punto $(0,0)$.

La función derivada

La derivada de una función f en un punto $(x, f(x))$, es el límite de la razón de cambio de la función cuando nos acercamos a este punto. Entonces, la derivada en un punto cualquiera, se define de la siguiente manera:

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

Llamamos $f'(x)$ a la derivada de la función en el punto $(x, f(x))$, se lee f prima de x . Esta expresión define una nueva función: aquella que a cada punto x le asocia el valor de la derivada de f en el punto $(x, f(x))$. Se denomina la derivada de f en x .

Por ejemplo, se considera la función $f(x)=x^2$, si sustituimos en la expresión de la definición de derivada lo que se obtiene es:

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{(x + \Delta x)^2 - x^2}{\Delta x}$$

Usemos un poco de algebra para llegar a una expresión más sencilla.

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{(x + \Delta x)^2 - x^2}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{x^2 + 2x\Delta x + (\Delta x)^2 - x^2}{\Delta x} = \\ &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{2x\Delta x + (\Delta x)^2}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta x(2x + \Delta x)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} 2x + \Delta x = 2x \end{aligned}$$

La expresión general para f' , la función derivada de f . En este caso $f'(x) = 2x$ por lo que ya no tenemos que calcular el límite de la razón de cambio en cada punto. Para $x=1$, la derivada de $f(x)=x^2$ es 2, podemos comprobarlo con la expresión para f' , si sustituimos $x=1$ se tiene que $f'(1) = 2(1) = 2$. Si ahora queremos calcular la derivada de $f(x)=x^2$ en otro punto, por ejemplo en $x=2$ sustituyendo $f'(2) = 2(2) = 4$

Derivadas laterales

Las definimos por las siguientes fórmulas:

Derivada por la derecha: $f'(a^+) = \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$

Derivada por la izquierda: $f'(a^-) = \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$

Función de la derivada

La derivada de una función en un punto de abscisa $x = a$, asigna a dicho punto un número real, que es el valor de la derivada en dicho punto. También podemos considerar una función que asocie a cada punto x , el valor de la derivada en ese punto. Recibe el nombre de función derivada o simplemente derivada.

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

CONCLUSIÓN

Para concluir con este tema muy interesante, las derivadas sirven para solucionar problemas de matemáticas, física y todas las materias que se basan en ella como estática, cinemática, calor, mecánica, ondas, corriente eléctrica, magnetismo, etc.

Aplicable también en la economía para hallar valores mínimos y máximos los cuales son importantes para proyectar en economía.

BIBLIOGRAFÍA

- *Derivadas*. (s. f.). Teorías y ejercicios.
<http://chopo.pntic.mec.es/~fgrino/DERIVADAS.pdf>
- Adrián, Y. (2021, 20 marzo). *Derivada*. Concepto de - Definición de.
<https://conceptodefinicion.de/derivada/>