

**Nombre del alumno: GABRIELA  
MONSERRATH HERRERA CRUZ**

**Nombre del profesor: CARLOS  
ALEJANDRO BARRIOS OCHOA**

**Licenciatura: ARQUITECTURA**

**Materia: ANALISIS DE ESTRUCTURA**

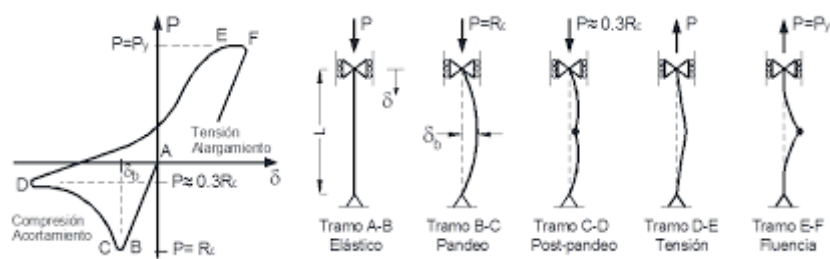
PASIÓN POR EDUCAR

**Nombre del trabajo: INVESTIGACION**

# CARGA DE PANDEO DE EULER (PARA DIFERENTES TIPOS DE APOYOS).

A fin de formular las ecuaciones diferenciales que permitan determinar la carga de pandeo de una columna ideal, se debe permitir que ocurra un pequeño desplazamiento lateral del eje de la columna. Para la columna con extremos articulados e inicialmente recta.

La ecuación se puede satisfacer tomando  $C_1 = 0$ . Como esto corresponde a la condición sin pandeo, esta solución es trivial. Alternativamente la ecuación también se satisface si



Donde  $I$  debe ser el momento de inercia mínimo del área transversal de la columna y  $L$  la longitud de la misma. Este caso de una columna articulada en ambos extremos con frecuencia se lo denomina el caso fundamental.

Sustituyendo la ecuación, sabiendo que  $C_2$  es cero, se obtiene el modo o forma de pandeo de la columna.

Esta es la función característica o auto función de este problema y puesto que  $n$  puede tomar cualquier valor entero, hay un número infinito de tales funciones. En esta solución linealizada la amplitud  $C_1$  del modo de pandeo permanece indeterminada. Para  $n = 1$ , la curva elástica es media onda de una senoide. Esta forma, junto con los modos correspondientes a  $n = 2$  y  $n = 3$ .

3. Los modos de orden superior no tienen significado físico en el problema de pandeo, puesto que la carga crítica mínima ocurre en  $n = 1$ .

Una solución alternativa del problema anterior se puede obtener utilizando la ecuación diferencial igualada a cero.

La evaluación de este determinante conduce a  $\sin(L) = 0$ , que es precisamente la condición dada por la ecuación. Este método es ventajoso en problemas con diferentes condiciones de contorno en que la fuerza axial y el producto. El permanecen constantes en toda la longitud de la columna. El método no se puede aplicar si la fuerza axial se extiende sólo sobre una parte de un miembro.

# LIMITACIÓN DE LA ECUACIÓN DE PANDEO ELÁSTICO

En las deducciones anteriores de las fórmulas de pandeo para columnas se supuso tácitamente que el material se comportaba de manera linealmente elástica. Para poner de manifiesto esta significativa limitación, la ecuación (9.26) puede escribirse en forma diferente. Por definición,  $I = Ar^2$ , donde  $A$  es el área de la sección transversal y  $r$  es su radio de giro.

Donde la tensión crítica,  $C$ , para una columna se define como un promedio en el área transversal  $A$  de la misma, debido a la carga crítica  $P_C$ . La longitud de la columna es  $L$  y  $r$  el radio de giro mínimo del área de la sección, puesto que la fórmula original de Euler se da en términos del valor mínimo de  $I$ . La relación  $L$  y  $r$  de la longitud de la columna al radio de giro mínimo de un área transversal se llama relación de esbeltez ( $\lambda$ ) de la columna. De la ecuación se puede concluir el límite de  $\lambda$  proporcionalidad del material es el límite superior de la tensión con la cual la columna pandeará elásticamente. La modificación necesaria de fórmula para incluir la respuesta inelástica del material se estudiará en la siguiente sección.

$$P_C = \frac{\pi^2 EI}{L^2} = \frac{\pi^2 E A r^2}{L^2}$$

$$\sigma_C = \frac{P_C}{A} = \frac{\pi^2 E}{(L/r)^2}$$

El máximo desplazamiento ocurre para  $x = L/2$ .  
Después de algunas simplificaciones se encuentra que es

$$v_{\max} = \frac{M_0}{P} \left[ \frac{\sin^2\left(\frac{\alpha L}{2}\right)}{\cos\left(\frac{\alpha L}{2}\right)} + \cos\left(\frac{\alpha L}{2}\right) - 1 \right] = \frac{M_0}{P} \left[ \sec\left(\frac{\alpha L}{2}\right) - 1 \right]$$

El mayor momento flector ocurre también en  $x = L/2$ .  
Su valor máximo absoluto es

$$M_{\max} = |-M_0 - P v_{\max}| = M_0 \sec\left(\frac{\alpha L}{2}\right)$$

Es importante observar que en miembros delgados los momentos flectores pueden aumentar substancialmente por la presencia de fuerzas axiales de compresión. Cuando existen tales fuerzas, aumentan los desplazamientos causados por la carga transversal. En el caso de fuerzas de tracción los desplazamientos disminuyen.

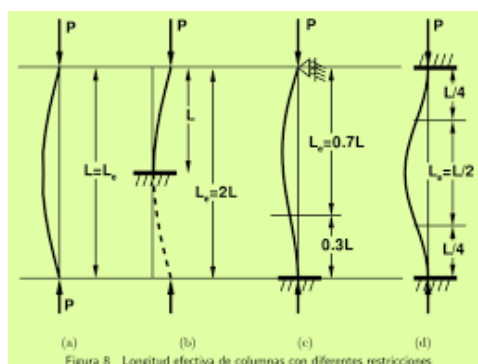


Figura 8 Longitud efectiva de columnas con diferentes restricciones