NOMBRE DEL ALUMNO:

MALEN DEL ROSARIO PASCACIO SANTIAGO.

NOMBRE DEL DOCENTE:

ING. CARLOS ALEJANDRO BARRIOS OCHOA.

CUATRIMESTRE:

5

INTRODUCCION

En esto unidad veremos la inestabilidad elástica ya sea presente en las columnas o en las vigas, determinando su pandeo o deformación por medio de ecuaciones que presentan ya sea por su modo de actuar.

La inestabilidad elástica se refiere a un conjunto de fenómenos de no linealidad geométrica que se manifiesta en que los desplazamientos en un elemento estructural no son proporcionales a las fuerzas aplicadas. Eso está relacionado con que dentro de cierto rango de desplazamientos y fuerzas las ecuaciones de gobierno de dicho elemento estructural presentan no linealidad.

Naturaleza del problema viga-columna

Comportamiento de vigas columnas reales se puede entender mejor considerando primer un ejemplo idealizado, que se muestra en la Figura 1.a. Aquí, para simplificar, una barra perfectamente rígida de longitud L se mantiene inicialmente en posición vertical por medio de un resorte en a que tiene una rigidez a la torsión k. Luego una fuerza vertical P y una horizontal F se aplican en el extremo superior. A diferencia del procedimiento seguido en todos los problemas anteriores, se deben escribir ahora las ecuaciones de equilibrio para la condición deformada. Teniendo presente que kθ es el momento resistente que desarrolla el resorte en A se obtiene:

$$\sum M_A = 0 \quad \circlearrowleft +, \qquad PL\,\mathrm{sen}\theta + FL\,\cos\theta - k\theta = 0$$

o sea

$$P = \frac{k\theta - FL\,\cos\theta}{L\,\mathrm{sen}\theta}$$

Para una fuerza aplicada verticalmente hacia arriba, indicada con un sentido contrario en la figura, el ángulo disminuirá cuando paumente. La solución expresada por la ecuación es para rotaciones arbitrariamente grandes. En problemas complejos es muy difícil alcanzar soluciones de tal generalidad. Además, en la mayoría de las aplicaciones no se pueden tolerar desplazamientos de gran magnitud. Por consiguiente, de ordinario es posible limitar el estudio del comportamiento de sistemas al caso de desplazamientos pequeños y moderadamente grandes. En este problema lo anteriores puede realizar poniendo senθ~= θ y cos θ= 1. De esta forma la ecuación se simplifica a

$$P = \frac{k\theta - FL}{L\,\theta} \qquad \text{o} \qquad \theta = \frac{FL}{k - PL}$$

Ecuaciones diferenciales para viga – columna

Para una más completa comprensión del problema de la viga columna resultainstructivo deducir varias relaciones diferenciales entre las variablesinvolucradas. Con ese objetivo consideremos un elemento diferencial de vigacolumna como se indica en la Figura 3. Notar especialmente que el elementose muestra en su posición deformada. Para vigas ordinarias (comportamientolineal) cargadas transversalmente esto no es necesario. Por otro lado losdesplazamientos que se tratan en este análisis son pequeños en relación conla luz de la viga columna, lo cual permite las siguientes simplificaciones

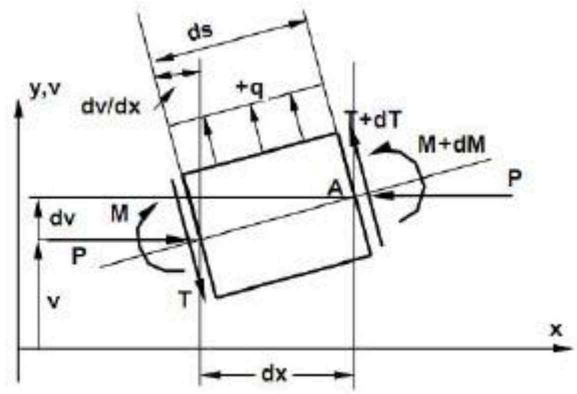

Figura 3 Elemento de una viga columna

dv/dx = tan 0 § 0 § sen0, cos 0 = 1 ds§ dx

Con esta base, las dos ecuaciones de equilibrio son

$$\sum F_y = 0 \quad \uparrow +, \qquad q dx - T + (T + dT) = 0$$

$$\sum M_A = 0 \quad \circlearrowleft +, \qquad -M + P dv + T dx + q dx \frac{dx}{2} + (M + dM) = 0$$

La primera de estas ecuaciones da:

$$\frac{dT}{dx} = -q$$

Que no cambia respecto a lo visto en el caso de plantear el equilibrio en laposición sin deformación.La segunda, despreciando infinitesimales de orden superior, da:

$$T = -\frac{dM}{dx} - P\frac{dv}{dx}$$

Por lo tanto, para vigas columnas, la fuerza cortante T, además de depender dela derivada del momento M como en la vigas, depende ahora de la magnitud dela fuerza axial y de la pendiente de la curva elástica. El último término es lacomponente de P a lo largo de las secciones inclinadas que se muestran en laFigura 3.En este desarrollo se puede utilizar la relación usual de la teoría de Àexión, v´ =M/ (EI).Substituyendo la ecuación (9.13) en la (9.12) y haciendo uso de la relaciónanterior, se obtienen dos ecuaciones diferenciales alternativas para vigas-columnas

$$\frac{d^2M}{dx^2} + \alpha^2 M = q$$

$$\frac{d^4v}{dx^2} + \alpha^2 \frac{d^2v}{dx^2} = \frac{q}{EI}$$