Nombre del alumno: Jessica Damaris Alcázar Pinto.

Nombre del profesor: Ing. Carlos Barrios Ochoa.

Licenciatura: Arquitectura.

Materia: Análisis de estructura.

Métodos energéticos.

En esta sección se presenta un enfoque diferente al cálculo de deformaciones basado en consideraciones energéticas: en la energía que se requiere para deformar un miembro estructural y en la energía interna que desarrolla dentro de un miembro al deformarse. Los métodos energéticos se basan en el Principio de la Conservación de la Energía. Para el caso de cuerpos sólidos constituidos por un material elástico, este principio establece que el trabajo externo desarrollado por fuerzas que actúan sobre un cuerpo se transforma en trabajo interno o energía de deformación elástica.

La denominación métodos energéticos recoge una serie de modos de calcular estructuras (vigas, arcos, pórticos) estáticamente indeterminados mediante la aplicación de teoremas muy utilizados y que tienen como punto de partida el empleo de entidades no tangibles, tales como la energía de deformación o el trabajo elástico.

Trabajo real.

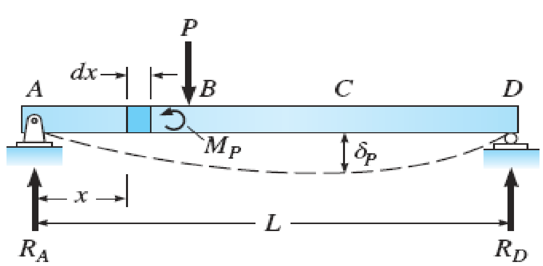
Método de trabajo real: Este método utiliza el principio de conservación de energía, que genera el trabajo externo, el cual debe ser igual al trabajo interno de deformación producto por los esfuerzos causadas por las cargas.

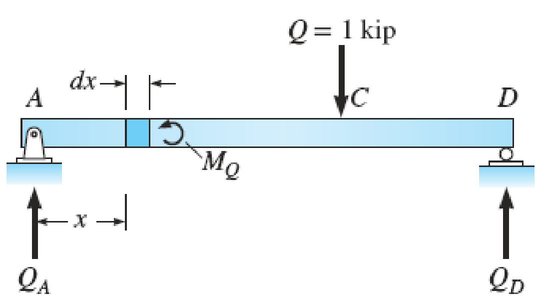
Recordando de los cursos de Física que el trabajo realizado por una fuerza que se desplaza a lo largo de un eje es igual a la magnitud de la fuerza por la distancia recorrida, el trabajo realizado para producir un alargamiento diferencial dx es igual Fdx.

Aplicación a vigas, marcos, armaduras.

Vigas y Marcos

El procedimiento para calcular la deflexión de una viga por el trabajo virtual es similar al de una armadura, excepto que la expresión de energía de deformación es obviamente diferente. El analista aplica una carga virtual Q en el punto donde desee evaluar la deflexión.

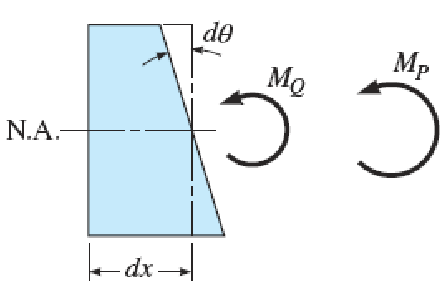




Para calcular la deflexión en el punto C de esta viga, se aplica una carga virtual de 1 kip en ese mismo lugar. La carga virtual genera un momento M_Q en un elemento típico infinitesimal de longitud dx de viga.

Con la carga (virtual) en posición, se aplican las cargas reales (sistema P) en la viga. Los momentos M_P doblan a laviga hacia su posición de equilibrio.

También se muestra un corto segmento de la viga obtenido del miembro sin esforzar, delimitado por dos planos verticales separados una distancia d_x . El elemento se posiciona a una distancia x desde el apoyo A. Así como las fuerzas del sistema P aumentan, los lados del elemento rotan un ángulo $d\theta$ debido a los momentos M_P . Despreciando las deformaciones de cortante (que son bajasen vigas de bajo peralte), asumimos que las secciones



planas *antes* de la flexión permanecen planas *después* de la flexión, y por lo tanto, las deformaciones longitudinales en el elemento varían linealmente desde el eje neutro de la sección transversal. Podemos expresar $d\theta$ como:

$$d\theta = M_P \frac{dx}{EI}$$

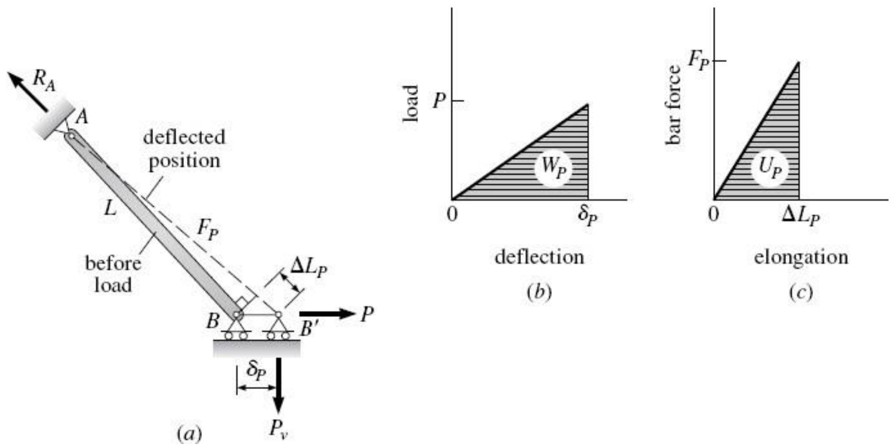
Conforme la viga se deflexiona, trabajo virtual externo W_Q se

efectúa por la carga virtual Q que se mueve una distancia igual al
desplazamiento real δ_P en la dirección de la carga virtual y podemos escribir:

$$W_Q = \Sigma Q \delta_P$$

Armaduras

Apliquemos el método del trabajo virtual a una armadura conformada por sólo una barra.



Queremos obtener el desplazamiento **horizontal** del rodillo en B.

La barra, que únicamente soporta carga axial tiene un área de sección transversal A, y un módulo elástico E.

En la figura se muestra la elongación de la barra ΔL_P debida a la fuerza real F_P así como el desplazamiento horizontal δ_P.

La barra se elonga:

$$\Delta L_P = \frac{F_P L}{AE}$$

Podemos expresar el trabajo real como:

$$W_P = \frac{1}{2} P \delta_P$$

Aunque la reacción vertical P_v existe en B, no hace trabajo al desplazarse el rodillo porque actúa perpendicularmente al desplazamiento horizontal del nodo B. Si graficamos la curva $P - \delta_P$, él área debajo de ella es el trabajo real. Como resultado del trabajo real hecho por P, una energía de deformación U_P de igual magnitud se almacena en la barra AB.

Como habíamos dicho:

$$U = \frac{F}{2} \Delta L$$

Y entonces podemos expresar la energía de deformación como:

$$U_P = \frac{1}{2} F_P \Delta L_P$$

Por la conservación de la energía:

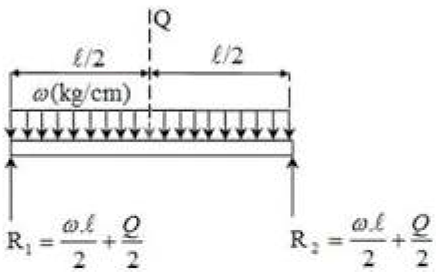
$$W_P = U_P$$

$$\frac{1}{2} P \delta_P = \frac{1}{2} F_P \Delta L_P$$

Método de castigliano.

El primer teorema, establece lo siguiente: “La primera derivada parcial de la energía total de deformación de una estructura con respecto a un desplazamiento de los puntos en los que actúan las acciones exteriores es igual a la componente de la acción que sobre dicho punto actúan en dirección de este desplazamiento”

¿Que nos indica el primer teorema de Castigliano?



El **teorema** de Catigliano, establece que cuando actúan fuerzas sobre sistemas elásticos, el desplazamiento correspondiente a cualquier fuerza, puede encontrarse obteniendo la derivada parcial de la energía de deformación respecto a esta fuerza.