



**Nombre de alumno:**

**Guadalupe Nájera López**

**Nombre del profesor:**

**Juan José Ojeda Trujillo**

**Nombre del trabajo:**

**Cuadro sinóptico**

**Materia:**

**Matemática administrativa**

**Grado:**

**2do cuatrimestre**

**Grupo:**

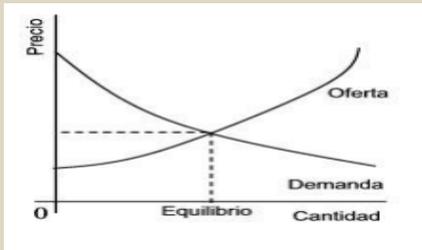
## Introducción

En este trabajo daré a conocer un poco sobre dos unidades de las matemáticas administrativas primero daré a conocer un poco sobre los modelos de equilibrio, Modelos para la determinación del precio de equilibrio de la oferta y la demanda y un poco sobre Modelo para la determinación del punto de equilibrio de las ventas y los gastos, algo también de Casos en que no se puede determinar o encontrar un punto de equilibrio, Criterios para aplicar un modelo de equilibrio adecuado, Repercusión de los costos en la obtención del punto de equilibrio, Efectos del punto de equilibrio en los informes administrativo-contables y en la otra unidad daré a conocer también de las operaciones de matrices, podremos leer algo sobre Adición y sustracción de matrices, Producto de matrices, Transpuesta de una matriz, Matrices particionadas, Determinantes de una matriz, Inversa de una matriz y Ecuaciones lineales es pero pueda darme a entender en este trabajo y sea de mucha utilidad y pueda darme a entender.

## Modelos de equilibrio

### Modelos para la determinación del precio de equilibrio de la oferta y la demanda.

En una situación normal, el mercado se encuentra equilibrado. Se oferta tanto como se demanda. Es decir que todo lo que hay para vender se vende (nadie demanda más ni menos de ese determinado bien o servicio de lo que está ofertado en el mercado)

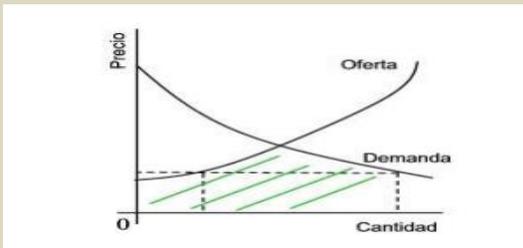


### Exceso de demanda

Si por ejemplo bajase mucho el precio de un bien, aumentaría su demanda (más interesados sobre el mismo) y al mismo tiempo también descendería la cantidad ofrecida (sería menos rentable y por lo tanto habría menos interesados en ofrecerlo).

Se produce entonces un exceso de demanda, es decir muchos compradores interesados en comprar y al mismo tiempo un mercado que ofrecerá menos cantidad.

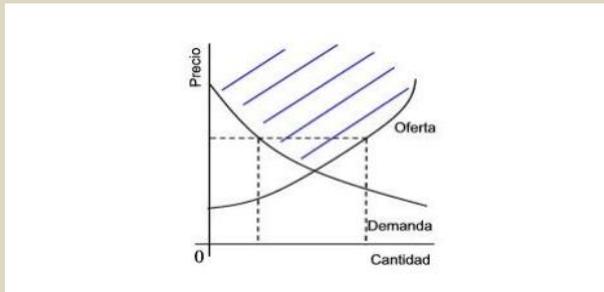
En ese caso no estará equilibrado hasta que se llegue a un nuevo punto de equilibrio del mercado.



### Exceso de oferta

Si el precio de un bien sube, nuevamente se deja el equilibrio. Habrá más vendedores interesados en vender (ya que la rentabilidad será mayor) pero al mismo tiempo menos compradores interesados en comprar (porque el precio es más alto). Esta situación se conoce como exceso de oferta.

De la misma manera que en el caso anterior el mercado no estará equilibrado hasta llegar a un nuevo punto de equilibrio en el que se oferte tanto como se demanda.



### **Modelo para la determinación del punto de equilibrio de las ventas y los gastos**

La determinación del punto de equilibrio es uno de los elementos centrales en cualquier tipo de negocio pues nos permite determinar el nivel de ventas necesarias para cubrir los costes totales o, en otras palabras, el nivel de ingresos que cubre los costes fijos y los costes variables. Este punto de equilibrio (o de apalancamiento cero), es una herramienta estratégica clave a la hora de determinar la solvencia de un negocio y su nivel de rentabilidad. Parte de esta importancia la daremos a conocer en el Concepto de Economía de esta semana.

Para comenzar, definiremos algunos aspectos básicos. Por Coste Fijo, denotaremos todos aquellos costes que son independientes a la operación o marcha del negocio. Aquellos costes en los que se debe incurrir independientemente de que el negocio funcione, por ejemplo alquileres, gastos fijos en agua, energía y telefonía; secretaria, vendedores, etc. Exista o no exista venta, hay siempre un coste asociado. Por costes variables, denotaremos todo aquello que implica el funcionamiento vivo del negocio, por ejemplo, la mercadería o las materias primas. A diferencia de los costes fijos, los costes variables cambian en proporción directa con los volúmenes de producción y ventas. Para que el negocio tenga sentido, el precio de venta debe ser mayor que el precio de compra. Esta diferencia es lo que se conoce como margen de contribución.

Como muestra la gráfica, los costos fijos (CF) tienen un importe constante en el tiempo (línea horizontal) dado que los factores involucrados en este ítem se han fijado por contrato: arriendos, salarios, depreciaciones, amortizaciones, etc. El coste variable (CV), se incrementa de acuerdo a la actividad del negocio (parte desde el origen y tiene pendiente positiva). La suma de ambos costos (CF + CV) corresponde a los Costos Totales (CT). Nótese que en el origen del diagrama cartesiano, tanto las ventas totales como los costos variables son iguales a cero. Sin embargo, para ese nivel de actividad igual a cero, tenemos la existencia de los Costos Fijos.

### **Modelo para la determinación del punto de equilibrio de las ventas y los gastos**

El punto de equilibrio es un indicador necesario para calcular no solo la eficiencia de las operaciones de una empresa, sino el volumen de ventas netas necesarias para que en un negocio no se gane ni se pierda.

Recordemos que el punto de equilibrio es considerado un indicador necesario para calcular no solo la eficiencia de las operaciones de una empresa, sino el volumen de ventas netas necesarias para que en un negocio no se gane ni se pierda. Con ello se puede fijar, por ejemplo, el margen de ganancia que tendrá el precio del producto o servicio ofrecido.

Gino administra Misouvenir.pe, un portal de ventas online de souvenirs tecnológicos que los oferta a S/ 50 cada uno. El manufacturar, promocionar, facturar (vía electrónica) y enviar por courier a los clientes estos souvenirs cuesta por unidad unos S/ 35 y durante el mes tiene costos fijos totales por (luz, Internet, agua, alquileres, sueldos de administrativos) gasta S/7,500. El mes pasado vendió 1,000 souvenirs con amplias expectativas de crecimiento. Calculemos el punto de equilibrio de la empresa de nuestro amigo.

- IT= Ingresos totales
- CT= Costos totales
- Pv = Precio de venta unitario
- Cv= Costo variable unitario
- CF= Costos fijos
- $X = CF / Pv - Cv =$  Punto de Equilibrio

## Casos en que no se puede determinar o encontrar un punto de equilibrio

### El punto de equilibrio

En términos de contabilidad de costos, es aquel punto de actividad (volumen de ventas) donde los ingresos totales son iguales a los costos totales, es decir, el punto de actividad donde no existe utilidad ni pérdida. Hallar el punto de equilibrio es hallar el número de unidades a vender, de modo que se cumpla con lo anterior (que las ventas sean iguales a los costos). Pasos para hallar el punto de equilibrio Veamos a continuación los pasos necesarios para hallar y analizar nuestro punto de equilibrio:

**1. Definir costos:** En primer lugar debemos definir nuestros costos, lo usual es considerar como costos a todos los desembolsos, incluyendo los gastos de administración y de ventas, pero sin incluir los gastos financieros ni a los impuestos.

**2. Clasificar los costos en Costos Variables (CV) y en Costos Fijos (CF):** Una vez que hemos determinados los costos que utilizaremos para hallar el punto de equilibrio, pasamos a clasificar o dividir éstos en Costos Variables y en Costos Fijos:

Costos Variables: Son los costos que varían de acuerdo con los cambios en los niveles de actividad, están relacionados con el número de unidades vendidas, volumen de producción o número de servicios realizado, por ejemplo, materia prima, combustible, salario por horas, etc.

Costos Fijos: Son costos que no están afectados por las variaciones en los niveles de actividad, por ejemplo, alquileres, depreciación, seguros, etc.

**3. Hallar el costo variable unitario:** En tercer lugar determinamos el Costo Variable Unitario (Cvu), el cual se obtiene al dividir los Costos Variables totales entre el número de unidades a producir (Q).

**4. Aplicar la fórmula del punto de equilibrio:** La fórmula para hallar el punto de equilibrio es:  $(P \times U) - (Cvu \times U) - CF = 0$  Dónde: P: precio de venta unitario. U: unidades del punto de equilibrio, es decir, unidades a vender de modo que los ingresos sean iguales a los costos.

Cvu: costo variable unitario.

CF: costos fijos.

El resultado de la fórmula será en unidades físicas, si queremos hallar el punto de equilibrio en unidades monetarias, simplemente multiplicamos el resultado por el precio de venta.

**5. Comprobar resultados:** Una vez hallado el punto de equilibrio, pasamos a comprobar el resultado a través del uso del Estado de Resultados.

**6. Analizar el punto de equilibrio:** Y, por último, una vez hallado el punto de equilibrio y comprobado a través del Estado de Resultados, pasamos a analizarlo, por ejemplo, para saber cuánto necesitamos vender para alcanzar el punto de equilibrio, cuánto debemos vender para lograr una determinada utilidad, cuál sería nuestra utilidad si vendiéramos una determinada cantidad de productos, etc.

### **Criterios para aplicar un modelo de equilibrio adecuado**

Toda empresa se desenvuelve entre dos mercados: de proveedores y de consumidores; se encarga de transformar insumos en productos, generando valor agregado que justifique la inversión realizada. La estructura de costos y gastos durante la operación de la empresa permite visualizar, en un mercado definido, el esfuerzo mínimo que es necesario desarrollar para cubrir dicho esfuerzo, de modo que toda producción adicional constituirá una ganancia monetaria. Dicho nivel mínimo es el punto de equilibrio, el cual depende del costo de los insumos y el precio de venta de los productos.

El efecto de la variación de los factores que determinan el punto de equilibrio no es uniforme, depende de la estructura de costos y gastos y del margen de contribución variable unitario, la sensibilidad del volumen de equilibrio facilita priorizar las decisiones que la empresa debe tomar en forma adecuada y oportuna.

### **Repercusión de los costos en la obtención del punto de equilibrio**

Según los datos de nuestro ejemplo, se puede observar que la utilidad del negocio depende del volumen de ventas que demande el mercado, pudiendo registrarse resultados positivos o negativos. A continuación, con los datos del ejemplo, se presenta una simulación de diferentes volúmenes de ventas, desde cero hasta la capacidad instalada:

Se tiene que para volúmenes menores de producción, los resultados netos son desfavorables, por ejemplo para producción de 100 unidades anuales el margen de pérdida representa el 67% de las ventas del período; pero, para mayores volúmenes, dichos resultados son satisfactorios, tal es el caso de operar a plena capacidad, en que la utilidad del año equivale al 30% de las ventas. Para alcanzar una utilidad nula, de modo que los ingresos totales cubran la totalidad de los costos, la producción anual debe superar a 200 unidades y según, los valores simulados, ser menor de 400 unidades; pero más cerca al primero de ellos.

### **Efectos del punto de equilibrio en los informes administrativo-contables**

O cálculo del punto de equilibrio es uno de los métodos más importantes para un buen control financiero de cualquier negocio. Con él es posible entender la cantidad de ventas que necesitan ser realizadas para que los ingresos igualen los costos y gastos, resultando en beneficio cero. Sin embargo, existen 3 variaciones del cálculo de punto de equilibrio que puede ser importante conocer. Vea abajo:

- Punto de equilibrio contable
- Punto de equilibrio financiero
- Punto de Equilibrio Económico

Para calcular estos 3 métodos, puede tomar en cuenta sus datos contables o gerenciales, de acuerdo con su realidad y disponibilidad de información.

Antes de entrar en las diferencias de cada uno, vale la pena recordar el concepto de margen de contribución, esencial para el cálculo de esas 3 variaciones punto de equilibrio, que es el precio de venta unitario menos los costes directos para la producción de un producto o la prestación de un servicio.

## **Operaciones de matrices**

### **Adición y sustracción de matrices Suma.**

Dadas dos matrices del mismo orden, A y B, se define su suma como otra matriz, C, del mismo orden que las matrices sumando cuyos elementos se obtienen sumando a cada elemento de la primera matriz, A, el correspondiente elemento de la segunda matriz sumando, B:

$$A = [a_{ij}]_{m \times n}; B = [b_{ij}]_{m \times n} \Rightarrow C = A + B = [c_{ij}]_{m \times n}$$

con  $c_{ij} = a_{ij} + b_{ij}, \forall i = 1, 2, \dots, m; \forall j = 1, 2, \dots, n.$

*Ejemplo:*

$$A = \begin{pmatrix} 7 & 3 & 0 \\ -1 & 2/3 & 3 \\ 0 & 3 & 4 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 0 & 1/3 & 5 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A + B = \begin{pmatrix} 7 & 3 & 0 \\ -1 & 2/3 & 3 \\ 0 & 3 & 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 0 & 1/3 & 5 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7+2 & 3+(-1) & 0+0 \\ -1+0 & (2/3)+(1/3) & 3+5 \\ 0+2 & 3+3 & 4+1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & 2 & 0 \\ -1 & 1 & 8 \\ 2 & 6 & 5 \end{pmatrix}$$

La resta de dos matrices del mismo orden A y B, se define como la suma de A más la matriz opuesta de B, por lo que resultará ser otra matriz del mismo orden, D, cuyos elementos se obtienen de restar a cada elemento de la primera matriz A (minuyendo) el elemento correspondiente de la matriz que resta, B (sustraendo). A.

### Producto de matrices

Dada una matriz  $A = [a_{ij}]_{m \times n}$  y número real  $\alpha \in \mathbb{R}$ , se define el producto de un número por esa matriz como otra matriz B del mismo orden cuyos elementos se obtienen de multiplicar cada uno de los elementos de A por el número  $\alpha$ :

$$\alpha \cdot A = B = [b_{ij}]_{m \times n}$$

$$b_{ij} = \alpha \cdot a_{ij} \quad \forall i = 1, 2, \dots, m; \forall j = 1, 2, \dots, m$$

$$A = \begin{pmatrix} 7 & 3 & 0 \\ -1 & 2/3 & 3 \\ 0 & 3 & 4 \end{pmatrix}; \alpha = -2$$

$$\alpha \cdot A = -2 \cdot \begin{pmatrix} 7 & 3 & 0 \\ -1 & 2/3 & 3 \\ 0 & 3 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (-2) \cdot 7 & (-2) \cdot 3 & (-2) \cdot 0 \\ (-2) \cdot (-1) & (-2) \cdot (2/3) & (-2) \cdot 3 \\ (-2) \cdot 0 & (-2) \cdot 3 & (-2) \cdot 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -14 & -6 & 0 \\ 2 & -4/3 & -6 \\ 0 & -6 & -8 \end{pmatrix}$$

Para poder multiplicar dos matrices A y B, (B A ·), el número de columnas de la matriz que Multiplica en primer lugar, A, debe ser igual al número de filas de la matriz que multiplica en segundo lugar, B. Así pues, dadas dos matrices  $A_{m \times n}$ ,  $B_{n \times p}$ , el resultado de multiplicar A por B,  $B A \cdot$ , es otra matriz  $C = B A \cdot$ , con tantas filas como la matriz que multiplica en primer lugar y tantas columnas como la matriz que aparece en el producto en segundo lugar,  $C_{m \times p}$ . Los elementos de la matriz C se obtienen de multiplicar las filas de la primera matriz por las columnas de la segunda matriz. Ese producto consiste en multiplicar un elemento de la fila por el correspondiente de la columna y sumar el resultado al resto de productos de elementos de esa fila por esa columna.

### Transpuesta de una matriz

A partir de conocer las operaciones básicas con matrices y el concepto de matriz traspuesta, está demostrado lo siguiente: 1.- La matriz traspuesta de la suma de dos matrices es igual a la suma de las matrices traspuestas de las matrices sumando:

$$(A + B)' = (A' + B')$$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 2 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$A + B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 2 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2-2 & 3+0 \\ 0+2 & 1-1 \\ 1+0 & 2+0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 2 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$(A + B)' = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 2 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}' = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \Rightarrow A' = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 2 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow B' = \begin{pmatrix} -2 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$A' + B' = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2-2 & 0+2 & 1+0 \\ 3+0 & 1-1 & 2+0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 3 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

## Matrices particionadas

Este capítulo consta de tres secciones. Las dos primeras versan sobre matrices particionadas. La tercera sección trata sobre la traza de una matriz. En este capítulo se consignarán los principales resultados sobre la traza de una matriz. Existen razones para querer particional una matriz A, algunas de ellas son:

(i) La partición puede simplificar la escritura de A. (ii) La partición puede exhibir detalles particulares e interesantes de A. (iii) La partición puede permitir simplificar cálculos que involucran la matriz A.

A veces es necesario considerar matrices que resultan de eliminar algunas filas y/o columnas de alguna matriz dada, como se hizo por ejemplo, al definir el menor correspondiente al elemento  $a_{ij}$  de una matriz  $A = [a_{ij}] m \times n$  (véase el apartado 1.1.3 del capítulo 1). 2.1. Definición. Sea A una matriz. Una submatriz de A es una matriz que se puede obtener al suprimir algunas filas y/o columnas de la matriz A.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 0 & -1 & -2 \end{bmatrix}$$

$S_1 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 9 & 0 & -2 \end{bmatrix}$  (suprimiendo en A la fila 2 y la columna 3)

$S_2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 9 & 0 & 7 & 8 \end{bmatrix}$  (suprimiendo en A la fila 3)

$S_3 = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 6 & 7 \end{bmatrix}$  (suprimiendo en A la fila 3 y las columnas 1 y 4). □

Dada una matriz  $A = [a_{ij}]_{m \times n}$ ; mediante un sistema de rectas horizontales o verticales se puede "particionarla" en submatrices de A (Matriz particionada), como se ilustra en el siguiente ejemplo:

$$\left[ \begin{array}{c|c|c|c} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ \hline a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ \hline a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \\ a_{51} & a_{52} & a_{53} & a_{54} \end{array} \right]$$

## Determinantes de una matriz

Cada matriz cuadrada  $A$  tiene asociado un número real llamado determinante de  $A$ , que representaremos por  $|A|$  o de  $A$ . No vamos a dar una definición explícita de determinante, sino que en su lugar daremos criterios para calcularlos en la práctica.

**Matrices  $1 \times 1$**  Simplemente,  $|a| = a$ . Por ejemplo,  $|-5| = -5$ .

**Matrices  $2 \times 2$**  La fórmula es

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc.$$

Por ejemplo,

$$\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} = 4.$$

**Matrices  $3 \times 3$**  La fórmula para calcular determinantes  $3 \times 3$  se conoce como *regla de Sarrus*:

$$\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} = aei + bfg + cdh - ceg - afh - bdi.$$

## Inversa de una matriz

Para algunas matrices se puede identificar otra matriz denominada matriz inversa multiplicativa, o más simplemente, la inversa. La relación entre una matriz  $A$  y su inversa (representada por  $A^{-1}$ ) es que el producto de  $A$  y  $A^{-1}$ , en cualquier orden, da como resultado la matriz identidad, es decir:

$$AA^{-1} = A^{-1}A = I$$

La inversa es similar al recíproco en el álgebra de los números reales. Multiplicar una cantidad  $b$  por su recíproco  $1/b$  da como resultado un producto igual a 1. En el álgebra matricial, multiplicar una matriz por su inversa da como resultado la matriz identidad.

Observaciones importantes acerca de la inversa

I Para que una matriz  $A$  tenga una inversa, ésta debe ser cuadrada.

II La inversa de  $A$  también será cuadrada y tendrá la misma dimensión que  $A$ .

III No todas las matrices cuadradas tienen una inversa.

Una matriz cuadrada tendrá una inversa siempre y cuando todas las filas o columnas sean linealmente independientes; es decir, ninguna fila (o columna) es una combinación lineal (múltiplo) de las filas (o columnas) restantes. Si cualquiera de las filas (o columnas) es linealmente dependiente [son combinaciones lineales (múltiplos) de otras filas (columnas)], la matriz no tendrá una inversa. Si una matriz tiene una inversa, se dice que es una matriz no singular. Si una matriz no tiene una inversa, se dice que es una matriz singular.

## Ecuaciones lineales

## Introducción

En esta unidad se aborda el estudio de sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas. Se analizan distintos métodos para resolverlos, lo que permite elegir el que resulte más conveniente en cada caso particular.

También se realiza la interpretación gráfica, considerando la importancia que tiene este recurso para facilitar la comprensión del problema e ilustrar las posibilidades que pueden presentarse al resolver un sistema de ecuaciones lineales.

## Sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas

Se desea determinar el valor de dos números reales  $x$  e  $y$ , que verifican la siguiente condición: “el doble del número  $x$ , más el número  $y$ , es igual a 7”.

La condición requerida establece que:

$$2x + y = 7$$

Se ha planteado una ecuación lineal con dos incógnitas.

Como ya se vio anteriormente el conjunto solución  $S_1$  de esta ecuación está formado por infinitos pares ordenados  $(x, y)$  que la verifican.

Simbólicamente:  $S_1 = \{(x; y) / 2x + y = 7\}$  o bien  $S_1 = \{(x; y) / y = 7 - 2x\}$

Para obtener algunos de estos pares que son solución de la ecuación planteada, se dan valores a  $x$  y se determinan los correspondientes para  $y$ , utilizando la expresión  $y = 7 - 2x$ .

Por ejemplo: si  $x = 1$ ,  $y = 5$ .

$(1, 5)$  es una de las soluciones de la ecuación, ya que  $2 \cdot 1 + 5 = 7$ .

También son soluciones:  $(0, 7)$ ,  $(2, 3)$ ,  $\dots$

La representación gráfica de la ecuación  $2x + y = 7$  es una recta. Los puntos que pertenecen a la recta verifican la ecuación y por lo tanto son las soluciones de la misma.

## Modelos de equilibrio

Modelos para la determinación del precio de equilibrio de la oferta y la demanda

En una situación normal, el mercado se encuentra equilibrado. Se oferta tanto como se demanda. Es decir que todo lo que hay para vender se vende (nadie demanda más ni menos de ese determinado bien o servicio de lo que se está ofertando en el mercado).

Modelos para la determinación del equilibrio de las ventas y los gastos

La determinación del punto de equilibrio es uno de los elementos centrales en cualquier tipo de negocio pues nos permite determinar el nivel de ventas necesarias para cubrir los costes totales o, en otras palabras, el nivel de ingresos que cubre los costes fijos y los costes variables.

Punto de equilibrio

En términos de contabilidad de costos, es aquel punto de actividad (volumen de ventas) donde los ingresos totales son iguales a los costos totales, es decir, el punto de actividad donde no existe utilidad ni pérdida

Criterios para agregar un modelo de equilibrio adecuado

Toda empresa se desenvuelve entre dos mercados: de proveedores y de consumidores; se encarga de transformar insumos en productos, generando valor agregado que justifique la inversión realizada. La estructura de costos y gastos durante la operación de la empresa permite visualizar, en un mercado definido

## Operaciones matrices

Adición y sustracción de matrices

**Suma.** Dadas dos matrices del mismo orden, A y B, se define su suma como otra matriz, C, del mismo orden que las matrices sumando cuyos elementos se obtienen sumando a cada elemento de la primera matriz, A, el correspondiente elemento de la segunda matriz sumando, B:

Producto de matrices

Dada una matriz  $A = [a_{ij}]$   $m \times n$  y número real  $\alpha \in \mathbb{R}$ , se define el producto de un número por esa matriz como otra matriz B del mismo orden cuyos elementos se obtienen de multiplicar cada uno de los elementos de A por el número  $\alpha$ :

Traspuesta de una matriz

A partir de conocer las operaciones básicas con matrices y el concepto de matriz traspuesta, está demostrado lo siguiente: 1.- La matriz traspuesta de la suma de dos matrices es igual a la suma de las matrices traspuestas de las matrices sumando:  $(A + B)' = (A' + B')$

Matrices particionadas

Este capítulo consta de tres secciones. Las dos primeras versan sobre matrices particionadas. La tercera sección trata sobre la traza de una matriz. En este capítulo se consignarán los principales resultados sobre la traza de una matriz. Existen razones para querer particional una matriz A.

Determinantes de una matriz

Cada matriz cuadrada A tiene asociado un número real llamado determinante de A, que representaremos por  $|A|$  o de A. No vamos a dar una definición explicita de determinante, sino que en su lugar daremos criterios para calcularlos en la práctica.

## Bibliografía

Marketing Centro de Diseño Industrial

Abramovich, S. y Leonov, G. (2008). Fibonacci numbers revisited: technology-motivated inquiry into a two-parametric difference equation. *International journal of mathematical education in science and technology*, 39(6), 746-766.

Juárez, M. A. (2010). Geometría analítica. En M. A. Juárez, Geometría analítica (págs. 47-56). México: Esfinge. Linares, I. S. (2011). Geometría Analítica. En I. S.

Linares, Geometría Analítica (págs. 48-52). México: Book Mart.

Camas, I., Fernández, S. y Núñez, J. (2007). Nancy Kopell: una vida dedicada a la Biomatemática. *Matematicalia: Revista digital de divulgación matemática de la Real Sociedad Matemática Española*, 3(2).

Cantoral, R. (1999). Approccio socioepistemologico alla ricerca in Matematica Educativa: un programma emergente. *La matematica e la sua didattica*, 3, 258 – 270.