

Ecuaciones

Una ecuación en matemática se define como una igualdad establecida entre dos expresiones, en la cual puede haber una o más incógnitas que deben ser resueltas.

Las ecuaciones sirven para resolver diferentes problemas matemáticos, geométricos, químicos, físicos o de cualquier otra índole, que tienen aplicaciones tanto en la vida cotidiana como en la investigación y desarrollo de proyectos científicos.

Las ecuaciones pueden tener una o más incógnitas, y también puede darse el caso de que no tengan ninguna solución o de que sea posible más de una solución.

Partes de una ecuación:

Las ecuaciones están formadas por diferentes elementos. Veamos cada uno de ellos. Cada ecuación tiene dos miembros, y estos se separan mediante el uso del signo igual (=).

Cada miembro está conformado por términos, que corresponden a cada uno de los monomios.

Los valores de cada monomio de la ecuación pueden ser de diferente tenor. Por ejemplo:

- Constantes
- Coeficientes
- Variables
- Funciones
- Vectores

Tipos de ecuaciones:

Existen diferentes tipos de ecuaciones de acuerdo a su función. Conozcamos cuáles son:

1. Ecuaciones algebraicas

Las ecuaciones algebraicas, que son las fundamentales, se clasifican o subdividen en los diversos tipos que se describen a continuación.

a. Ecuaciones de primer grado o ecuaciones lineales

Son las que involucran una o más variables a la primera potencia y no presenta producto entre variables.

Por ejemplo: $ax + b = 0$

b. Ecuaciones de segundo grado o ecuaciones cuadráticas

En este tipo de ecuaciones, el término desconocido está elevado al cuadrado.

Por ejemplo: $ax^2 + bx + c = 0$

c. Ecuaciones de tercer grado o ecuaciones cúbicas

En este tipo de ecuaciones, el término desconocido está elevado al cubo.

Por ejemplo: $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$

d. Ecuaciones de cuarto grado.

Aquellas en las que a, b, c y d son números que forman parte de un cuerpo que puede ser \mathbb{R} o \mathbb{C} .

Por ejemplo: $ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e = 0$

2. Ecuaciones trascendentes

Son un tipo de ecuación que no se puede resolver solo mediante operaciones algebraicas, es decir, cuando incluye al menos una función no algebraica.

Por ejemplo:

1. $xe^x = 1$
2. $7^{t+1} = 49^{t-2} + 343^{t-3}$
3. $3 \log_{11}(5y - 1) + \log_{11}(8y - 7) = 1$
4. $\cos^2 x = \sin x + \frac{1}{3}$
5. $2 \sinh t = 5 \cosh t + 7$
6. $\arcsin x^2 = \frac{\pi}{4}$
7. $re^{-8r} = 2r + 1$
8. $\pi x = \frac{1}{2} \tan x^3$

3. Ecuaciones funcionales

Son aquellas cuya incógnita son una función de una variable.

Por ejemplo:

$$\zeta(s) = 2^s \pi^{s-1} \sin\left(\frac{\pi s}{2}\right) \Gamma(1-s) \zeta(1-s)$$

4. Ecuaciones integrales

Aquella en que la función incógnita se encuentra en el integrando.

$$f(x) = \int_a^b K(x, t) \varphi(t) dt.$$

5. Ecuaciones diferenciales

Aquellas que ponen en relación una función con sus derivadas.

$$\frac{dy}{dx} = f(x) \quad \frac{dy}{dx} = f(x, y)$$
$$x_1 \frac{\partial y}{\partial x_1} + x_2 \frac{\partial y}{\partial x_2} = y$$

Ecuaciones Resueltas.

1. $x+2=4$
 $x+2=4$
 $x=4-2$
 $x=2$

2. $x^2+3x+2=0$
 $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a}$
 $= \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2}}{2 \cdot 1}$
 $= \frac{-3 \pm \sqrt{9 - 8}}{2}$
 $= \frac{-3 \pm \sqrt{1}}{2}$
 $= \frac{-3 \pm 1}{2} = \begin{cases} \frac{-3+1}{2} = -1 \\ \frac{-3-1}{2} = -2 \end{cases}$

3. $x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2}}{2 \cdot 1} = \frac{-1 \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{-1 \pm 3}{2}$
 $x_1 = \frac{-1+3}{2} = 1$
 $x_2 = \frac{-1-3}{2} = -2$

4. $t = \frac{+5 \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4}}{2 \cdot 1} =$
 $\frac{+5 \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{+5 \pm 3}{2}$

$$t_1 = \frac{+5+3}{2} = 4$$

$$t_2 = \frac{+5-3}{2} = 1$$

5. $\int \frac{2x^2+1}{3x+2} dx = 2 \int \frac{1}{3x+2} dx =$
 $= \frac{2}{3} \int \frac{3}{3x+2} dx =$
 $= \frac{2}{3} \int \frac{1}{3x+2} \cdot 3 dx =$
 $= \frac{2}{3} \ln |3x+2| + C$