

Nombre del profesor: Juan José Ojeda
Trujillo

Nombre del alumno: Esthela Nahomy
Álvarez Cruz

Grado: 3

Materia: geometría analítica

Fecha: 03/05/2021

Nombre del trabajo: ensayo



- Antecedentes Históricos

Los primeros trabajos sobre la geometría se remontan a la época de los cavernícolas cuando se descubrió obtusos triángulos en el antiguo valle del Indo (Harappan), y en la antigua Babilonia alrededor del 3000 AC. Los principios de la geometría eran una colección de principios empíricamente descubiertos en la relación con las longitudes, ángulos, áreas y volúmenes y que fueron desarrollados para satisfacer algunas necesidades en la agrimensura, la construcción, la astronomía y diversas artesanías. Entre estos principios, en el siglo XVII con la geometría analítica nace la matemática moderna, en el siglo de Descartes, Galileo, Newton, Leibniz y Fermat. El álgebra y la trigonometría adquieren cierta madurez, condiciones particularmente favorables para la ciencia matemática obtenga una fecundidad maravillosa.

La geometría analítica es la rama de la geometría en la que las líneas rectas, las curvas y las figuras geométricas se representan mediante expresiones algebraicas y numéricas usando un conjunto de ejes y coordenadas. Cualquier punto del plano se puede localizar con respecto a un par de ejes perpendiculares dando las distancias del punto a cada uno de los ejes. La geometría analítica fue inventada por René Descartes (1596-1650) trabaja problemas geométricos a base de un sistema de coordenadas y su transformación a problemas algebraicos se subdivide en geometría analítica plana, para ecuaciones con dos variables, y geometría analítica sólida, para ecuaciones con tres variables.

La geometría analítica también se conoce también con el nombre de geometría cartesiana.

- Referencia bibliográfica: Swokowski, E. ((1991)). Introducción al Cálculo con Geometría Analítica. 03/05/2021, de divulgación recreativa Sitio web: https://www.cva.itesm.mx/biblioteca/pagina_con_formato_version_oct/apaweb.html

- 1.2 Sistema de coordenadas cartesianas

El sistema de coordenadas cartesianas en el plano está constituido por dos rectas perpendiculares que se intersectan en un punto “O” al que se llama “el origen”.

Una de las rectas se acostumbra representarla en posición horizontal y se le da el nombre de eje X o eje de las abscisas; a la otra recta, vertical se le denomina eje y o eje de las ordenadas, y ambas constituyen los dos ejes coordenadas rectangulares, los cuales dividen el plano en cuatro partes llamadas cuadrantes.

El nombre de “cartesiano” es en honor del filósofo francés René Descartes (1596-1650) ya que fue él quien planteó de manera formal la idea de resolver problemas geométricos por medio del álgebra, a partir de un sistema de coordenadas rectangulares.

La distancia de un punto al eje Y se le llama abscisa del punto, la distancia de un punto al eje X se le llama ordenada del punto.

Las abscisas (valores de x) son positivas en el primero y en el cuarto cuadrante, en tanto que son negativas en el segundo y en el tercer cuadrante.

Las ordenadas (valores de y) son positivas en el primero y en el segundo cuadrante, en tanto que son negativas en el tercero y en el cuarto cuadrante.

Las abscisas son nulas () $x = 0$ para todos los puntos contenidos en el eje Y. Las ordenadas son nulas () $y = 0$ para todos los puntos contenidos en el eje X. Para representar puntos de coordenadas conocidas se trazan los ejes de coordenadas y se establece una escala adecuada sobre cada uno de ellos. Dichas escalas pueden ser iguales o distintas.

Ejemplo: calcular la distancia del punto A (1: - 2) al punto B (4: -2).

Resolución: recordando la fórmula.

$$PQ = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$AB = \sqrt{1 - 4^2 + (-2) - (-2)^2}$$

$$AB = \sqrt{(1-4)^2 + (-2+2)^2}$$

$$AB = 9$$

$$AB = 3$$

Referencia bibliografica: Weisstein, Eric W. «Sistema de coordenadas». En Weisstein, Eric W, ed. MathWorld (en inglés). Wolfram Research.

- 1.3 Localización de un punto en el plano

Las coordenadas se forman asociando un valor del eje de las equis a uno de las yes, respectivamente, esto indica que un punto (P) se puede ubicar en el plano cartesiano tomando como base sus coordenadas, lo cual se representa como: P (x, y)

Para localizar puntos en el plano cartesiano se debe llevar a cabo el siguiente procedimiento:

1.- Para localizar la abscisa o valor de x, se cuentan las unidades correspondientes hacia la derecha si son positivas o hacia la izquierda si son negativas, a partir del punto de origen, en este caso el cero.

2.- Desde donde se localiza el valor de x, se cuentan las unidades correspondientes (en el eje de las ordenadas) hacia arriba si son positivas o hacia abajo, si son negativas y de esta forma se localiza cualquier punto dadas ambas coordenadas.

Para determinar las coordenadas de un punto o localizarlo en el plano cartesiano, se encuentran unidades correspondientes en el eje de las x hacia la derecha o hacia la izquierda y luego las unidades del eje de las y hacia arriba o hacia abajo, según sean positivas o negativas, respectivamente.

Ejemplo: encontrar la distancia entre los puntos A (2,1) y B (6,4)

Solucion: $AB = (2-6)^2 + (1-4)^2$

$$AB = (-4)^2 + (-3)^2$$

$$16 + 9$$

$$= 25$$

$$AB = 5$$

- Referencia bibliografica: Mark de Berg, Otfried Cheong, Marc van Kreveld and Mark Overmars. Computational Geometry: Algorithms and Applications. Springer, 3rd edition (April 16, 2008), ISBN-10: 3540779736.

- 1.4 Distancia entre dos puntos

Cuando los puntos se encuentran ubicados sobre el eje x o en una recta paralela a este eje, la distancia entre los puntos corresponde al valor absoluto de la diferencia de sus abscisas.

Ejemplo: La distancia entre los puntos (-4,0) y (5,0) es $4 + 5 = 9$ unidades.

Cuando los puntos se encuentran ubicados sobre el eje y o en una recta paralela a este eje, la distancia entre los puntos corresponde al valor absoluto de la diferencia de sus ordenadas.

Ahora si los puntos se encuentran en cualquier lugar del sistema de coordenadas, la distancia queda determinada por la relación: Para demostrar esta relación se deben ubicar los puntos $A(x_1, y_1)$ y $B(x_2, y_2)$ en el sistema de coordenadas, luego formar un triángulo rectángulo de hipotenusa AB y emplear el teorema de pitágoras.

Ejemplo: Demostrar que los puntos : $A(3, 8)$; $B(-11, 3)$ y $C(-8, -2)$ son vértices de un triángulo isósceles.

$$d_{ab} = \sqrt{3+11}^2 + (8-3)^2 = 227$$

$$d_{bc} = \sqrt{(-11+8)^2 + (3+2)^2} = 34$$

$$d_{ac} = \sqrt{(3+8)^2 + (8+2)^2} = 221$$

Como $AB = AC$ es diferente de BC; el triángulo es isósceles.

- 1.5 División de un segmento en una razón dada

Dividir un segmento AB en una relación dada r es determinar un punto P de la recta que contiene al segmento AB, de modo que las dos partes, PA y PB, estén en la relación r: nos vamos a encontrar con un método interesante para poder calcular las coordenadas de un punto P (o sea un punto cualquiera que llamamos "P"), que está dividido por un segmento cuyas extremidades son el P1 (x1, y1) y P2 (x2, y2).

- Ejemplo: ¿Qué puntos P y Q dividen al segmento de extremos A(-1, -3) y B(5, 6) en tres partes iguales?

Solucion: $AP = \frac{1}{3} AB$

$$C y p + 1 = 2 x p = 1$$

$$Xp + 3 = 3 y p = 0$$

$$AQ = 2 AP$$

$$(Xq + 1 y Q + 3) = 2 (2, 3)$$

$$Xp + 1 = 4 Xp = 3$$

$$Xp + 3 = 6 y p = 3 \quad Q (3, 3)$$

