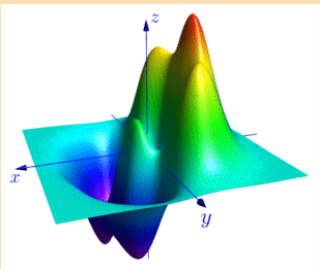


Ecuaciones Diferenciales

Significado - Aplicaciones - Tipos - Resolución

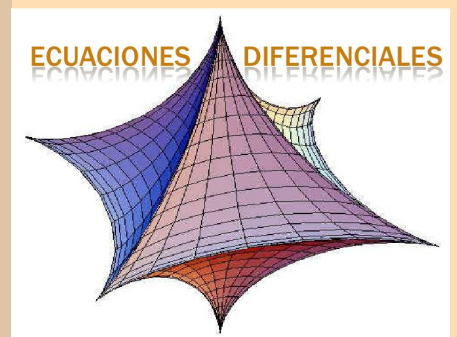


Es toda igualdad que relaciona a una función desconocida o variable dependiente con sus variables independientes y sus derivadas se le conoce como ecuación diferencial.

Características de las ecuaciones diferenciales

Significado

Las ecuaciones diferenciales tienen una relación con fenómenos físicos, químicos, eléctricos, etcétera, los cuales han requerido una explicación de forma matemática.



Aplicaciones

Las ecuaciones diferenciales tienen muchísimas aplicaciones en física, química, economía, biología e ingeniería. Un ejemplo sería como resolver ejercicios relacionados con el crecimiento de poblaciones en una nación..



Tipos

Ecuaciones diferenciales ordinarias: aquellas que contienen derivadas respecto a una sola variable independiente.
Ecuaciones en derivadas parciales: aquellas que contienen derivadas respecto a dos o más variables.

- $\frac{dy}{dx} = \cos x$
- $\frac{d^2 y}{dx^2} + k^2 y = 0$
- $(x^2 + y^2) dx - 2xy dy = 0$
- $\frac{\partial V}{\partial X} + \frac{\partial T}{\partial t} + 4 = 0$
- $\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} = 0$

Resolución

Como la solución general de una ecuación diferencial de orden n tiene constantes se acostumbra llamarla familia n-paramétrica de soluciones y se denota por $y = y(x, C_1, C_2, \dots, C_n)$. Esto quiere decir que una ecuación diferencial tiene una cantidad infinita de soluciones que corresponden a la elección ilimitada de esos parámetros.

Tipos de Soluciones de una Ecuación Diferencial Ordinaria

Cálculo de la Solución particular de $y''' + y'' = 0$ con las condiciones iniciales o de borde $x=0, y=0$; $x=0, y'=1$; $x=0, y''=-2$

$y''' + y'' = 0 \rightarrow$ Solución General: $y = C_1 + C_2 x + C_3 e^{-x}$

$y' = C_2 - C_3 e^{-x}$; $y'' = C_3 e^{-x}$

$$\begin{cases} C_1 + C_2(0) + C_3 e^0 = 0 \\ C_2 - C_3 e^0 = 1 \\ C_3 e^0 = -2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} C_1 + C_3 = 0 \\ C_2 - C_3 = 1 \\ C_3 = -2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} C_1 = 2 \\ C_2 = 1 - 2 = -1 \\ C_3 = -2 \end{cases} \rightarrow y = 2 - x - 2e^{-x}$$

Solución de Ec. Diferenciales

The Euler method can be used to solve ordinary differential equations (ODEs). Although not as accurate nor as efficient as other methods, it is useful for understanding numerical methods for ODEs.

$\frac{dy}{dx} = f(x, y)$; $\frac{dy}{dx} = 3x^2 y$

I.c. $x = x_0, y = y_0$; $I.c. x = 1, y = 2$

$y_{n+1} = y_n + (x_{n+1} - x_n) f(x_n, y_n) = y_n + h f(x_n, y_n)$

Método Euler