Nombre del alumno: Arguello Tovar Avilene del Rocío

Nombre del profesor: Jiménez Sergio

Nombre del trabajo: "Introducción al Cálculo"

Materia: Biomatemáticas

Grado: 2do "B"

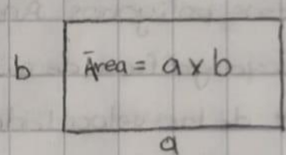
Comitán de Domínguez Chiapas a 03 de junio del 2021

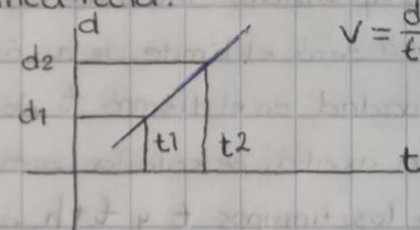
Introducción al Cálculo

La integral, la derivada y el teorema fundamental del Cálculo

¿Qué es el cálculo?

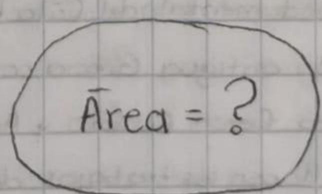
Para encontrar el área de una figura rectangular, basta medir dos de sus lados y multiplicar los valores obtenidos. Para encontrar la velocidad de un cuerpo que se mueve con velocidad uniforme, basta medir la distancia que recorre en un tiempo determinado y dividirla entre el tiempo. Esto último equivale a calcular la pendiente de gráfica de la posición del cuerpo con respecto al tiempo, que es una línea recta.

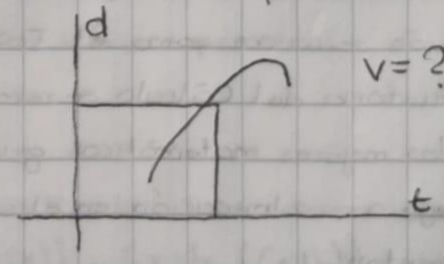




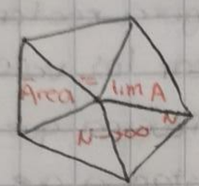
$$v = \frac{d_2 - d_1}{t_2 - t_1}$$

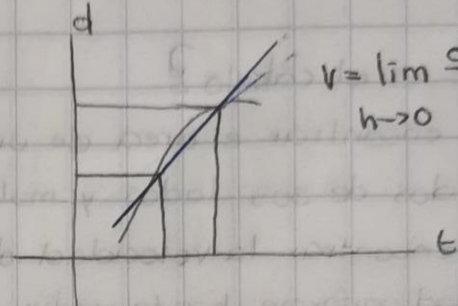
Pero el área de una figura delimitada por curvas o la velocidad instantánea de un cuerpo que se mueve con velocidad variable, no se pueden obtener con procedimientos tan simples.





Esto requiere de realizar aproximaciones cada vez más parecidas a lo que se requiere calcular, mediante construcciones que podamos manejar, lo cual lleve a considerar no uno sino muchos cálculos, y además algo más complejo que es la obtención de un valor límite, aquel que se acercan cada vez más los valores aproximados





$$v = \lim_{h \to 0} \frac{d(t+h) - d(t)}{h}$$

Por ejemplo, el área de la figura con frontera curva ilustrada arriba puede aproximarse mediante el área de polígonos de N lados. El área de la figura será el límite de las áreas de esos polígonos. Analógamente, la velocidad en el tiempo t del cuerpo cuya gráfica de movimiento se ilustra arriba, se calcula como el límite de las velocidades medias entre los tiempos t y $t+h$, cuando h tiende a cero.

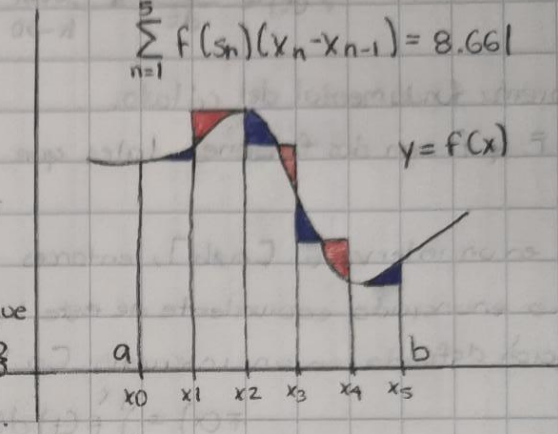
El cálculo (llamado también Cálculo diferencial e integral o Cálculo infinitesimal es la rama de las matemáticas que surge al considerar estos problemas. Para su desarrollo el Cálculo necesita crear los conceptos de límite, integral y derivada, y establecer la profunda relación que existe entre ellos. Dicha relación se conoce como el Teorema fundamental del Cálculo.

La Historia del Cálculo se remonta a la antigua Grecia con trabajos de los mejores matemáticos griegos como fueron Eudoxo y Arquímedes, y llega a su culminación en el siglo XVIII con los trabajos de Leibniz y Newton.

La integral

La integral de una función $f(x)$ en un intervalo $[a,b]$ se define de manera que corresponda al área bajo la gráfica de la función entre los puntos a y b del eje horizontal y se denota por:

$$\int_a^b f(x)\,dx.$$



La definición formal se hace a través de un límite. Se considera una participacion del intervalo $[a,b]$ que consiste de puntos $\{x_0, x_1, x_2, \dots x_N\}$ tales que $a = x_0 < x_1 < x_2 < \dots < x_N = b$. En cada intervalo $[x_{n-1}, x_n]$ se escoge un punto s_n. La integral se define como el límite de las sumas de los productos de los valores $f(s_n)$ y las longitudes $x_n - x_{n-1}$ de los intervalos $[n_{n-1}, x_n]$, cuando la participaciónse hace cada vez más fina, es decir, cuando el máximo de las longitudes $x_n - x_{n-1}$ tiende a cero. En símbolos,

$$\int_a^b f(x)\,dx = \lim_{\|P\| \to 0} \sum_{n=1}^{N} f(s_n)(x_n - x_{n-1})$$

La derivada

La derivada de una función $f(x)$ en un punto x se define de manera que coincida con la pendiente de la recta tangente a la gráfica de f en x y se denota por

$$\frac{df}{dx} \text{ o por } f'(x)$$

La definición formal se hace a través de un límite. Se consideran todas las rectas que pasan por los puntos $(x, f(x))$ y $(x+h, f(x+h))$ donde h es un # distinto de 0. Se trata de rectas secantes a la gráfica de f. La recta tangente a la gráfica de f en eh punto $(x, f(x))$ es la que pasa por ese punto y tiene como pendiente a:

$$\frac{df}{dx} = f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

La velocidad instantánea de un cuerpo en movimiento se define como la derivada de la posición $x(t)$ del cuerpo como función del tiempo.

$$v(t) = \frac{dx}{dt} = \lim_{h \to 0} \frac{x(t+h) - x(t)}{h}$$

Teorema fundamental del cálculo.

Si F y f son dos funciones tales que $f(x) = \frac{dF}{dx}(x)$ para toda x en un intervalo $[a,b]$, entonces $\int_a^b f(x)\,dx = F(b) - F(a)$.

Otro enunciado equivalente de este teorema dice que si f es una función definida en un intervalo $[a,b]$ y se define

$$F(x) = \int_a^x f(t)\,dt$$

entonces $\frac{dF}{dx} = f(x)$ para x en $[a,b]$.

El teorema dice que, en cierto sentido, la integración y la derivación son operaciones inversas.

Gracias a este teorema, el Cálculo permite obtener resultados importantes. Por ejemplo, si conocemos la velocidad de un cuerpo en todo momento, y su posición inicial, podemos saber su posición en todo momento.

También podemos calcular fácilmente el área bajo la gráfica de una función $f(x)$ si encontramos una función $F(x)$ cuya derivada sea f.

Bibliografía

León, J. L. (s.f.). *Objetos UNAM*. Recuperado el 03 de junio de 2021, de Introducción al Cálculo: http://objetos.unam.mx/matematicas/leccionesMatematicas/03/3_000/index.html