

**Nombre del alumno: Julián
Santiago Lopez**

**Nombre del profesor: Sergio Jiménez
Ruiz**

**Nombre del trabajo: Reporte de
lectura “La integral como función
primitiva o antiderivada”**

PASIÓN POR EDUCAR

Materia: Biomatemáticas

Grado: Segundo semestre grupo “B”

Facultad de Medicina

La integral como función primitiva o antiderivada.

► Objetivo:

- Obtener de forma inmediata la función primitiva o antiderivada de una función algebraica
- Obtener la integral indefinida inmediata de una función algebraica.

► Conceptos básicos.

La función primitiva o antiderivada de una función $f(x)$ es una función tal que al ser derivada nos generará la misma $f(x)$. Así pues, $F(x)$ será una antiderivada de:

$$f(x) \text{ si } F'(x) = f(x).$$

En notación de integral, $F'(x) = f(x)$ se puede expresar como: $\int f(x) dx = F(x)$.

Por otra parte, recordemos que una función algebraica es aquella que puede expresarse mediante un número finito de términos usando las operaciones básicas de adición, sustracción, multiplicación, división, potenciación y de raíz. Un ejemplo de una función algebraica es:

$$f(x) = 3x^3 - 2x^2 + 4x - 2.$$

► Procedimiento.

Observa las funciones: $f(x) = ax^n$ y $g(x) = \frac{a}{n+1} x^{n+1}$. ¿Qué obtenemos de derivar $g(x)$?

Al resolver la derivada, tenemos que $\frac{d}{dx} g(x) = (n+1) \frac{a}{n+1} x^n = ax^n = f(x)$

Efectivamente, al derivar $g(x)$ se obtiene $f(x)$. De tal forma que $g(x)$ satisface la definición dada en los conceptos básicos y, por lo tanto, es una derivada de $f(x)$.

Cabe notar que el proceso seguido para encontrar la primitiva de una función se le conoce como integración indefinida. Es por la relación expuesta anteriormente que a la integración se le conoce como lo contrario de derivada.

La integral comparte, al ser inversa de la derivada, muchas propiedades con ésta, como por ejemplo:

a) La integral de una suma de funciones es la suma de las integrales de cada una de ellas. Por ejemplo:

$$\int (8x^2 - 3x^3) dx = \int 8x^2 dx - \int 3x^3 dx.$$

b) La integral del producto de una constante por una función es igual a la constante por la integral de la función. Ejemplo:

$$\int 8x^2 dx = 8 \int x^2 dx.$$

Cabe hacer una observación importante. Una vez que se cuenta con una antiderivada o primitiva de una función original, a ésta se le puede sumar cualquier constante. Al derivar cualquier antiderivada más cualquier constante elegida la derivada será siempre igual, esto es, la función original. Por ello, es importante notar que hay todo un conjunto de funciones que difieren entre sí por la constante, pero que todas son antiderivadas de la función original. A este conjunto se le conoce como integral indefinida. Ejemplo:

1. Considera la siguiente función algebraica:

$$f(x) = 10.3x^{-0.65} + 0.8x^{3.1} + 3.5x^{2.65} + 0.9x^{-1.4}$$

• Primer término: $y(x) = 10.3x^{-0.65}$

• Dividimos por $-0.65 + 1$ y lo usamos como nuevo exponente:

$$y(x) = \frac{10.3}{-0.65+1} x^{-0.65+1} = 29.43 x^{0.35}$$

• Segundo término: $y(x) = 0.8x^{3.1}$

• Dividimos por $3.1 + 1$ y lo usamos como nuevo exponente

$$y(x) = \frac{0.8}{3.1+1} x^{3.1+1} = 0.2x^{4.1}$$

• Tercer término: $y(x) = 3.5x^{2.65}$

- Dividimos por $2.65+1$ y lo usamos como nuevo exponente:

$$Y(x) = \frac{3.5}{2.65+1} X^{2.65+1} = 0.96 X^{3.65}$$

- Cuarto termino: $Y(x) = 0.9 X^{-1.4}$

- Dividimos por $-1.4+1$ y lo usamos como nuevo exponente:

$$Y(x) = \frac{0.9}{-1.4+1} X^{-1.4+1} = 2.25 X^{-0.4}$$

- Aplicando la propiedad de que la integral de una suma de las integrales de cada sumando, el valor de esta integral sería:

$$F(x) = 29.43 X^{0.35} + 0.2 X^{4.1} + 0.96 X^{3.65} - 2.25 X^{-0.4}$$

• Ejercicio

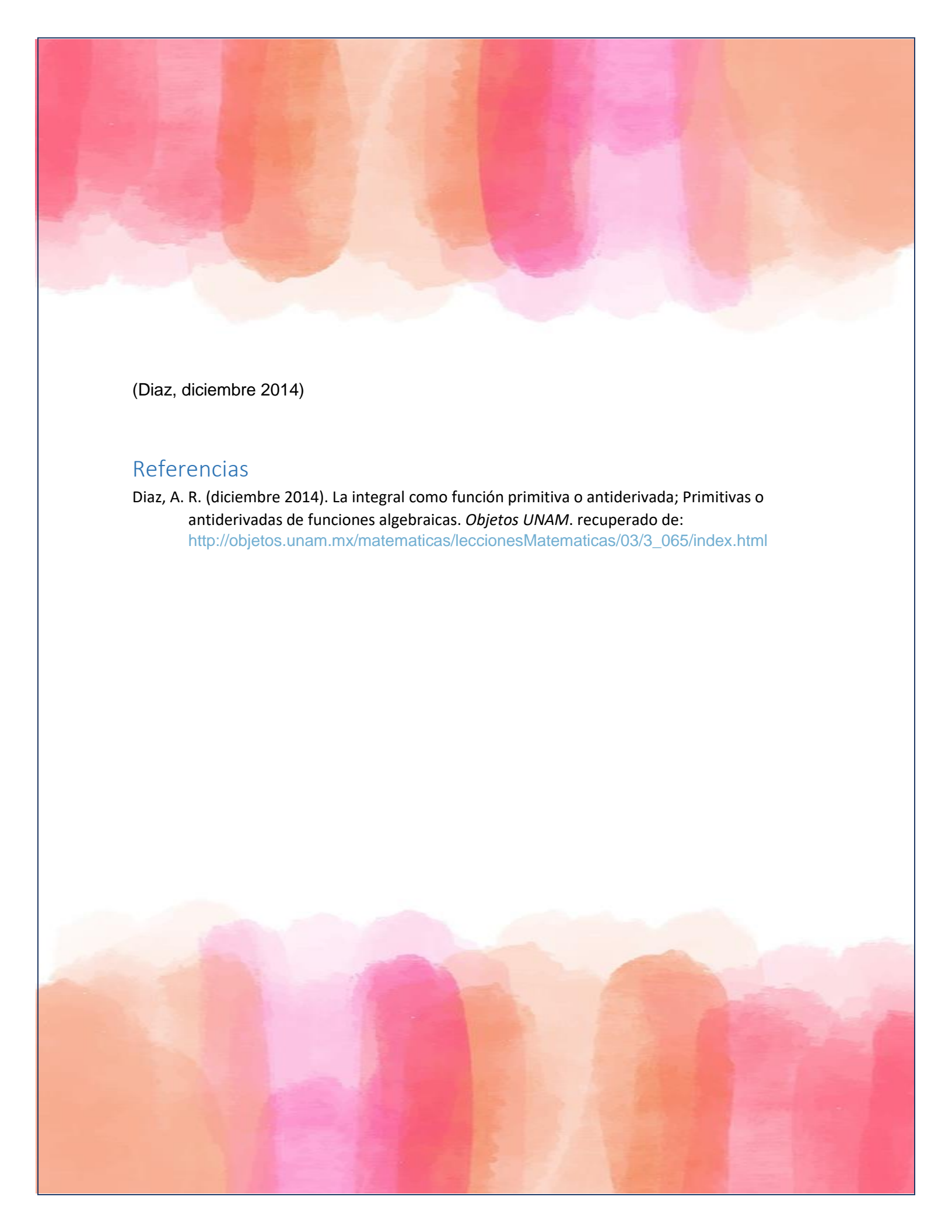
Se tiene la función $f(x) = 10 \sqrt[6]{X^{-8}} - 1.5 X^{-8/8} - 4 X^4$ y se busca su antiderivada, que es de la forma $F(x) = Ax^a + Bx^b + Cx^c$ expresada en forma decimal.

- Primer termino: $Y(x) = 10 \sqrt[6]{X^{-8}}$
 $A = \frac{10}{-1.33+1} \quad a = -0.33$

- Segundo termino: $Y(x) = -1.5 X^{-8/8}$
 $B = \frac{-1.5}{1+1} \quad b = 2$

- Tercer termino: $Y(x) = -4 X^4$
 $C = \frac{-4}{4+1} \quad c = 5$

- Por lo que la antiderivada es: $F(x) = -30 X^{-0.33} - 0.75 X^2 - 0.8 X^5$
 Como se mencionó antes, aunque aquí en los resultados de las derivadas no se exprese explícitamente, siempre puede haber una constante sumada a la antiderivada. Ella no se expresa de forma explícita pues se trata de la constante de integración.



(Díaz, diciembre 2014)

Referencias

Díaz, A. R. (diciembre 2014). La integral como función primitiva o antiderivada; Primitivas o antiderivadas de funciones algebraicas. *Objetos UNAM*. recuperado de:
http://objetos.unam.mx/matematicas/leccionesMatematicas/03/3_065/index.html