Nombre del alumno: Juan Bernardo Hernández López

Nombre del profesor: Jiménez Ruiz Sergio

Nombre del trabajo: 3er Control de lectura

Materia: Biomatematicas

Grado: 2do Gupo: “B”

Comitán de Domínguez Chiapas a 03 de Marzo del 2021

3ro

02/03/2021

Calculo De Limites Con Y Sin Indeterminaciones

El limite de una función nos proporciona información sobre su comportamiento. Por ejemplo, sobre su continuidad y las posibles asíntotas. Es importante destacar el concepto de indeterminación o forma indeterminada

Una indeterminación o una forma indeterminada es una expresión algebraica que a veces aparece en el cálculo de limites y cuyo valor no se puede predecir, depende de la función del limite al calcular por ejemplo, si una función tiene a $5/\infty$, entonces su limite es 0, sin embargo, no sabemos de antemano el limite de una función que tiene a ∞/∞ (podria ser infinito o un valor finito). Por esta razón, decimos que ∞/∞ es una indeterminación.

- El limite de $f(x)$ cuando x tiene a a es $f(a)$ si existe $f(a)$
- El limite cuando x tiende a a existe si y sólo si existen los limites laterales por la izquierda y la derecha de a y coinciden.

→ Existen métodos más sencillos y rápidos de calcular limites ←
→ y evitar las intermediaciones, como son la regla de L'Hopital ←
→ (calculo diferencial) y los infinitésimos equivalentes ←

Operaciones con infinitos: Reglas para sumar, restar, multiplicar, dividir o elevar con infinitos. Estas son las operaciones cuyo resultado se puede predecir (al contrario que las indeterminaciones)

Sumas:
$$(+\infty) + K = +\infty$$
$$(-\infty) + K = -\infty$$
$$(+\infty) + (+\infty) = +\infty$$
$$(-\infty) + (-\infty) = -\infty$$

La resta es análoga por ejemplo: $K - \infty = -\infty$

$K - (-\infty) = +\infty$

Productos: $-(+\infty) = -\infty$

$-(-\infty) = +\infty$

$(+\infty) \cdot (+\infty) = +\infty$

$(-\infty) \cdot (-\infty) = -\infty$

$K \cdot (+\infty) = +\infty, \ (K > 0)$

$K \cdot (+\infty) = -\infty, \ (K < 0)$

$K \cdot (-\infty) = -\infty, \ (K > 0)$

$K \cdot (-\infty) = +\infty, \ (K < 0)$

Observad que el producto de infinitos por una constante ($K \neq 0$) es infinto. El signo del resultado depende de la regla de los signos. Sin embargo, infinito por cero ($\infty \cdot 0$) es una indeterminación.

Cocientes: $\dfrac{K}{+\infty} = 0 \quad \dfrac{K}{-\infty} = 0$

$\dfrac{K}{0} = \pm\infty \quad \dfrac{-\infty}{0} = -\infty$

$\dfrac{\infty}{0} = \infty \quad \dfrac{+\infty}{0} = +\infty$

$\dfrac{+\infty}{K} = +\infty, \ (K > 0)$

$\dfrac{-\infty}{K} = -\infty, \ (K > 0)$

- El cociente de ceros y el de infinitos es indeterminado.

Potencias: $(+\infty)^{+\infty} = +\infty, \ (+\infty)^{-\infty} = 0$

$(+\infty)^{K} = +\infty, \ (K > 0)$

$(+\infty)^{K} = 0, \ (K < 0)$

$K^{+\infty} = +\infty, \ (K > 1)$

$K^{-\infty} = 0, \ (K > 1)$

$K^{+\infty} = 0, \ (0 < K < 1)$

$K^{-\infty} = +\infty, \ (0 < K < 1)$

Las potencias ∞^0, 0^0 y 1^∞ son indeterminaciones

3 Indeterminaciones y procedimientos:

Las 7 indeterminaciones que existen son las siguientes

$\frac{\infty}{\infty}$	$\frac{0}{0}$	$0 \cdot \infty$	1^{∞}
∞^0	0^0	$\infty - \infty$	

Cuando aparece una indeterminación, tenemos que aplicar determinados razonamientos o procedimientos que permitan hallar el resultado del límite

Cero partido Cero; 0/0: Suele aparecer en el límite de un cociente de polinomios cuando x tiende a una de sus raíces comunes. Se puede simplificar el cociente y evitar así la indeterminación.

Infinito menos infinito; $\infty - \infty$:

* Si aparece en el límite de un polinomio, el resultado es infinito. Su signo depende del coeficiente del monomio con mayor grado.
* Si aparece en una resta de raíces, pueden ayudarnos las siguientes fórmulas

$$a-b = \frac{a^2-b^2}{a+b}$$

$$a-b = \frac{a^3-b^3}{a^2+ab+b^2}$$

* Si aparece en una resta de funciones muy distintas (por ejemplo un logaritmo y una expotencial o un polinomio), hay que fijarse en la función cuyo crecimiento es mayor.

1 Elevado al infinito, 1^{∞}: Si la función f tiende a 1 y la función g tiende a infinito, entonces $\lim_{x \to +\infty} f(x)^{g(x)} = 1^{\infty}$

para evitar esta indeterminación, aplicamos la siguiente formula:

$$\lim_{x \to \infty} f(x)^{g(x)} = 1^{\infty}$$

$$\lim_{x \to +\infty} f(x)^{g(x)} = \lim_{x \to +\infty} e^{g(x)(f(x)-1)}$$

Nota 1: La fórmula funciona también con $x \to -\infty$ ó x tendiendo a un número finito.

Nota 2: Es habitual escribir una exponencial $e^{h(x)}$ como $\exp\{h(x)\}$ (es una cuestión de notación). Así $1^{\infty} = \lim_{x \to +\infty} \exp\{g(x)(f(x)-1)\}$

Cociente de infinitos; ∞/∞:

puede aparecer en cocientes muy variados $\Rightarrow$ Polinomios, raíces, exponenciales ... En caso se procederá de forma distinta:

* Si tenemos un cociente con exponenciales, dividimos entre la exponencial cuya base sea mayor.
* Si tenemos un cociente de polinomios $P(x)/Q(x)$ siendo P y a_p el grado y el coeficiente principal de $P(x)$ y q y b_q los de $Q(x)$, entonces el límite cuando x tiene a $+\infty$ es

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{P(x)}{Q(x)} = \begin{cases} \text{signo}\left(\frac{a_p}{b_q}\right) \cdot \infty, & \text{si } p > q \\ 0, & \text{si } p < q \\ \frac{a_p}{b_q}, & \text{si } p = q \end{cases}$$

Observar que el resultado del primer caso es infinito, pero multiplicamos por el signo cociente de los coeficientes principales de los polinomios para saber el signo (positivo o negativo) del infinito).

Nota: En el caso del límite tendiendo a $-\infty$, se aplica el mismo criterio, aunque es más complicado calcular el signo en el primer caso porque depende también de si los grados de los polinomios son ambos pares (o impares) o uno es par y el otro es impar.

* Si tenemos un cociente de raíces de polinomios, aplicamos el criterio anterior, aunque el orden de las raíces ÷ a los grados del polinomio. ó de los polinomios.
* Si tenemos un cociente con funciones muy distintas, como puede ser un polinomio entre una exponencial o un logaritmo, es suficiente comparar el crecimiento de dichas funciones
  * Infinito, si la exponencial está en el numerador
  * Cero, si la exponencial está en el denominador

Cero o infinito elevado a cero, 0^{∞} ó ∞^{∞}:

Normalmente, es útil aplicar logaritmos y sus propiedades:

$$\lim A(x) = \lim e^{\ln(A(x))}$$

Bibliografía

Cálculo de límites, con y sin indeterminaciones. (s. f.). https://www.matesfacil.com/BAC/limites/ejercicios-resueltos-limites-1.html. Recuperado 2 de marzo de 2021, de https://www.matesfacil.com/BAC/limites/ejercicios-resueltos-limites-1.html