Nombre del alumno: Jhoana Guadalupe Arreola Mayorga

Nombre del profesor: Sergio Jiménez Ruíz

Nombre del trabajo: Límites

Materia: Biomatemáticas

Grado: 2do semestre Medicina Humana

Comitán de Domínguez Chiapas a 23 de febrero del 2021

Límites

Sin duda, cuando escuchamos la palabra "límite" comprendemos que se trata de un borde o una frontera de algo. En las matemáticas no es algo del todo diferente, se trata de una "división" que marca una separación entre dos regiones o tramos de una función. Tambien suele emplearse para nombrar una restricción o limitación, al extremo que se puede alcanzar desde el aspecto físico y al extremo a que llega un periodo temporal. La idea del límite como aproximación es una idea intuitiva e imprecisa, se habla no sólo de una aproximación al valor, sino de que nos acercamos tanto como podemos.
Para las matemáticas, un límite es una magnitud a la que se acercan progresivamente los términos de una secuencia infinita de magnitudes. Por lo tanto, un límite matemático expresa la tendencia de una función o de una sucesión mientras sus parámetros se aproximan a un cierto valor. En general, el límite de una función, dada la función $f(x)$, es cuando x tiende al valor "a" es "l". Así que evaluando los valores cercanos a "a" por ambos lados, mayores y menores, podemos hacer que la función $f(x)$ tome valores tan cercanos como queramos al valor "l". Esto puede ser representado matemáticamente de la siguiente manera: $\lim_{x \to a} f(x) = l$
Lo anterior ocurre cuando la serie de valores obtenidos tienden a centrarse en un sólo punto, si esto no ocurre, es decir, que si los valores en vez de reunirse en un punto en específico marcan valores muy variantes y no tienen la tendencia a converger, se marca que dicha función no tiene un límite matemático. Duhamel (1841) proporciona la siguiente definición de límite: "Se dice lími-

te de una cantidad variable, una cantidad fija, a la cual (aquella) se aproxima indefinidamente". En conclusión de lo anterior, el límite existe si y solo si los dos límites laterales existen y son iguales. De igual manera, si dos funciones ($f(x)$ y $g(x)$, tienen los mismos valores para X cercanos a "a" entonces se expresaría: $\lim_{x \to a} f(x) = \lim_{x \to a} g(x) = 1$, ya que ambas se comportan de la misma manera.

Las primeras definiciones rigurosas de las nociones del límite y de continuidad fueron proporcionadas por Bolzano. La noción de límite, en la mayor parte de las matemáticas, era definida anteriormente en términos de cantidad, como un término que se podía aproximar tanto como quisieramos. En la actualidad, el límite ya es definido de una manera distinta, gracias Cantor que ha revolucionado las matemáticas y ahora el orden tiene una gran importancia en cuanto a los límites.

Otra definición del límite es dada por Serret alrededor de 1894: "En tanto los valores sucesivos de una variable X se acercan más y más al valor de una constante a, de manera que el valor absoluto de la diferencia $X - a$ pueda llegar y permanecer constantemente inferior a una cantidad cualquiera, se dice que la variable x tiene por límite a la constante a. Es necesario hacer notar que la variable puede ser inferior o superior a su límite; puede llegar a suceder que ella sea tanto menor que el límite".

No obstante, además del límite citado, se debe tomar en cuenta de que existen otros dentro de las matemáticas. Como los límites de una sucesión existente o único y divergente, de esta manera tambien existe otra serie de límites ma-

temáticos tales como el límite de una sucesión de conjuntos o el de espacios topológicos. Por último, tambien se encuentra el "Límite de Banach", una pieza fundamental dentro del análisis funcional, se refiere al espacio donde están funciones que cuentan con una dimensión infinita.
Como otros tipos de conceptos matemáticos, los límites ayudan a simplificar los cálculos. Se vincula con la diversidad de valores que toman las funciones con una aproximación. Esto es útil para comprender su comportamiento.

Límites unilaterales

Existen algunos casos en los cuales las funciones no estan definidas, por lo que el límite de la función cuando X tiende a un intervalo abierto, no tiene sentido.
Por ejemplo; $f(x)=\sqrt{x}$ no está definido para los valores menores de 0, sin embargo, se puede tomar valores suficientemente cercanos a este digito para que X se aproxime a 0 por la derecha que permite definir el límite de la función por la derecha. Para el límite por la izquierda, la metodología es prácticamente similar, en este caso el límite se aproxima al número por la izquierda.

Límites laterales

Existen funciones que en cierto punto se hallan discontinuas de tal modo que pareciera que fueran dos distintas. Para este tipo de funciones existen límites retomados desde otra perspectiva. Ya que es una misma función con un "salto" no existe un límite en común donde se encuentra la discontinuidad, pero si para cada lado de la función, se retomaría la terminación del trazo que forma la función por la izquierda como el límite izquierdo del valor X. ($\lim_{x \to a^-} f(x)$). De igual manera, el inicio del trazo por la derecha sería el límite derecho ($\lim_{x \to a^+} f(x)$).

Es decir, si en $X = 2$ existe una discontinuidad de la función $y = f(x)$, donde el trazo de esta termina en 5 por la izquierda y empieza en 3 por la derecha sobre el eje y; no se tendría un límite en común de $x = 2$ pero sí se tendría uno del lado izquierdo representado de la siguiente manera: $\lim_{x \to 2^-} f(x) = 5$, y uno del lado derecho representado a continuación: $\lim_{x \to 2^+} f(x) = 3$

Límite en un punto finito

Se dice que el límite de $f(x)$ cuando X tiende al punto "a" es "l" si la función toma valores cada vez más cercanos a "l" cuando X toma valores cada vez más cercanos al punto "a". ($\lim_{x \to a} f(x) = l$).

Límite en un punto infinito

Decimos que el límite de $f(x)$ cuando X tiende a más infinito ($+\infty$) es L si la función toma valores cada vez más cercanos a L cuando X crece infinitamente. ($\lim_{x \to +\infty} f(x) = L$).

Por el contrario, el límite de $f(x)$ cuando X tiende a menos infinito ($-\infty$) es L si la función toma valores mas cercanos a L cuando X decrece infinitamente. ($\lim_{x \to -\infty} f(x) = L$).

Referencias

Instituto de GeoGebra. (s.f.) Límites unilaterales. Recuperado de: https://sites.google.com/site/calculofesacatlan/unidad-3/3-3-limites-unilaterales

Instituto de GeoGebra. (s.f.) Concepto de límite de una función. Recuperado de: https://sites.google.com/site/calculofesacatlan/unidad-3/3-1-concepto-de-limite-de-una-funcion

Pérez Porto J., y Merina M. (2012) Límites matemáticos. Definición. Recuperado de: https://definicion.de/limites-matematicos/

Matemáticas fáciles. (s.f.) Concepto de límite. Recuperado de: https://blogs.ua.es/matesfacil/calculo-de-limites/concepto-de-limite/

Páez Murillo R. E., Barkovich M. A., y Murillo Torres J. R. (2012) Matemáticas 5 para preuniversitarios. Editorial Esfinge.