PASIÓN POR EDUCAR

Nombre del alumno: Jhoana Guadalupe Arreola Mayorga

Nombre del profesor: Sergio Jiménez Ruíz

Nombre del trabajo: Limites al infinito

Materia: Biomatemáticas

Grado: 2do semestre Medicina Humana

Comitán de Domínguez Chiapas a 23 de marzo del 2021

Límites de funciones: Límite en el infinito

Como bien ya sabemos, los límites en las matemáticas se ven como una "división" que marca una separación entre dos regiones o tramo de una función. Es una aproximación a un valor tanto como es posible. Por otro lado, un valor infinito (∞) se refiere a un número demasiado grande que no se puede llegar a contar, como el número de estrellas que hay en el universo o la cantidad de granos de arena que existe en todo el mundo; o simplemente un número muy grande como la población total mundial.

Un límite al infinito es aquel al que tiende $f(x)$ cuando la variable x se hace tan grande tanto en positivo como en negativo, como queramos. La idea principal de lo anterior en que si x se hace muy grande (o muy pequeño) $f(x)$ se acerca a b. ($\lim_{x \to +\infty} f(x) = b$).

Se puede considerar que si b es el límite de $f(x)$ cuando x tiende a más infinito, se asegura que sin importar el valor del número positivo ε, siempre es posible encontrar un número mayor que se acerca aún más a b haciendo la distancia entre $f(x)$ y b menor que ε.

Lo anteriormente mencionado nos lleva a la siguiente definición: diremos que b es el límite de la función $f(x)$ cuando x tiende a más infinito, cuando sea cual sea el valor del número positivo ε, es posible encontrar un número real, K, tal que si x es mayor que K, entonces la distancia entre $f(x)$ y b es menor que ε; representada simbólicamente de las siguientes maneras:

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = b \Leftrightarrow \forall \varepsilon > 0 \; \exists K \in R / x > K \Rightarrow |f(x) - b| < \varepsilon$$

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = b \Leftrightarrow \forall \varepsilon > 0 \; \exists K \in R / x > K \Rightarrow f(x) \in (b - \varepsilon, b + \varepsilon).$$

Límite infinito (+).

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty \qquad \lim_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$$

Esta situación nos indica que cuando X se hace muy grande o muy pequeño, f (x) va creciendo indefinidamente, es decir, se puede hacer que f(x) crezca infinitamente al hacer que X crezca o decrezca de manera infinita. En conclusión de lo anterior: Si el límite de f(x) cuando X tiende a más infinito es más infinito, se cumple que sea cual sea el valor del número real K, es posible encontrar otro número real L, tal que si x es mayor que L, entonces f (x) es mayor que K. Cuando X se hace grande, f(x) también lo hace; en otras palabras, si se desea que f(x) aumente, se tiene que elevar el valor de X.

El límite de la función f(x) cuando X tiende a más infinito, cuando sea cual sea el valor del número real K, es posible encontrar otro número real L, tal que si X es mayor que L, entonces f(x) es mayor que K. Representado de la siguiente manera

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty \Leftrightarrow \forall K \in \mathbb{R} \, \exists L \in \mathbb{R} / x > L \Rightarrow f(x) > K$$

Límite infinito (-).

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = -\infty \qquad \lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$$

Aquí indica que cuando X se hace muy grande o muy pequeña, f(x) decrece de manera infinita, es decir si se pretende hacer que f(x) sea tan pequeño como uno quiera lo único que se debe hacer es que X crezca o decrezca tanto como se desee. Entonces si el límite de f(x) cuando X tiende a más infinito, se cumple que sea cual sea el valor del número real K, es posible encontrar otro número real L, tal que si X es mayor que L, entonces f(x) es menor que K. Al hacerse grande X, f(x) se hace pequeño, caso contrario al límite infinito anterior; si se desea que f(x) disminuya su valor, es necesario que X aumente lo suficiente. Esto lleva a lo siguiente: el límite de la función f(x) cuando X tiende a más infinito es menos infinito, cuando sea cual sea el valor del número real K, es posible encontrar otro número real L, tal que si X es mayor que L entonces f(x) es menor que K. Puede expresarse en lenguaje algebraico de la siguiente manera:

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = -\infty \Leftrightarrow \forall K \in R \; \exists L \in R / x > L \Rightarrow f(x) < K$$

Existen varios tipos de límites infinitos, a continuación se presentan algunos ejemplos:

1.- $\lim_{x \to \infty} x = \infty$ 2.- $\lim_{x \to \infty} 3x = \infty$ 3.- $\lim_{x \to \infty} x + 10 = \infty$

4.- $\lim_{x \to \infty} x^3 + x^5 = \infty$ 5.- $\lim_{x \to \infty} -2x = -\infty$

6.- $\lim_{x \to \infty} \frac{1}{\infty} = 0$ 7.- $\lim_{x \to \infty} \frac{10}{x} = 0$ 8.- $\lim_{x \to \infty} \frac{x}{5} =$

9.- $\lim_{x \to \infty} \frac{2x}{7} = \infty$

En el siguiente gemplo, $\lim_{x \to 0} \frac{1}{x^2}$, al graficar una tabla de valores se obtiene lo siguiente:

Por la izquierda:

x	$f(x)$
-1	1
-0.5	4
-0.1	100
-0.01	10000
-0.001	1000000

Por la derecha:

x	$f(x)$
1	1
0.5	4
0.1	100
0.01	10000
0.001	1000000

Para que el límite exista, los valores deben acercarse a un valor real cuando X se acerca a cero y en este caso las X crecen sin límite por lo que se dice que el límite no existe. Tiende a infinito cuando X tiende a cero $\therefore$

$$\lim_{x \to 0} \frac{1}{x^2} = \infty$$

Por otro lado, al establecer $\lim_{x \to -1} \frac{x^2}{x+1}$ y empleando el método de tabulación ocurre lo siguiente:

Por la izquierda:

x	$f(x)$
-2	-4
-1.5	-4.5
-1.1	-12.1
-1.01	-102.01
-1.001	-1002.001

Por la derecha

x	$f(x)$
0	0
-0.5	0.5
-0.9	8.1
-0.99	98.01
-0.999	998.001

En base a lo anterior, se puede observar que al acercarse a -1 por la izquierda, los valores decre en sin límite. Mientras que si lo hacemos por la derecha, los valores crecen infinitamente. $\therefore$

a) $\lim_{x \to -1^-} \frac{x^2}{x+1} = -\infty$ b) $\lim_{x \to -1^+} \frac{x^2}{x+1} = \infty$

Norma

Referencias

CANAL Matemáticas profe Alex. (s.f.) Límites al infinito. Introducción. [Archivo de video] Recuperado de: https://www.youtube.com/watch?v=mFFOqukc-wU

Alonso Borrego J. L (2001) Límites de funciones: Límite en el infinito (definiciones). Ministerio de Educación, Cultura y Deporte. Descartes 2D. Recuperado de: http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/Limites_de_funciones/def2.htm

Anónimo. (s.f.) Límites infinitos, ejercicios resueltos. Mate móvil. Recuperado de: https://matemovil.com/limites-infinitos-ejercicios-resueltos/