



**NOMBRE DEL ALUMNO:** Edman Uriel  
Morales Aguilar

**NOMBRE DEL PROFESOR:** Sergio  
Jiménez Ruiz

**NOMBRE DEL TRABAJO:** Concepto de  
límite y límites unilaterales

**MATERIA:** Biomatemáticas

**GRADO:** Segundo semestre grupo A

# Conceptos de límite y límites unilaterales.

Un límite es una línea imaginaria que marca el fin de una superficie o la separación de dos entidades.

Un cálculo, básicamente está fundamentado en los límites, por tanto este tema es de gran importancia. Ciertas funciones de variable real presentan un comportamiento un tanto singular en la cercanía de un punto, precisar sus características es nuestra intención y el estudio de los límites va a permitir esto.

valuando la función por ciertos valores de  $x$ , cada vez más próximos a 1, tenemos:

$x$	$y = \frac{x^2 + 5x - 6}{x - 1}$
0.90	6.90
0.95	6.95
0.99	6.99
...	...
1.01	7.01
1.05	7.05
1.10	7.10

Una función  $f$  tiene  $L$  en un punto  $x_0$  si  $f$  se aproxima a tomar el valor  $L$  cada vez que su variable independiente  $x$  se aproxima a tomar el valor  $x_0$ . - Lo que se nota como:  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$

Si suponemos que se plantea el problema de mostrar que  $\lim_{x \rightarrow 1} 2x + 1 = 5$  o que  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 5x - 6}{x - 1} = 7$ . para esto debemos garantizar formalmente el acercamiento que tiene la función a su correspondiente valor cada vez que su variable independiente se aproxima al valor especificado. Ya la tabla de valores ya no nos sirve, el echo que se cumpla para algunos valores no indica que se cumpla para todo los valores próximos al punto.



Para un lenguaje formal, decir que  $x$  toma valores próximos a un punto  $x_0$ , bastará considerarla perteneciente a un intervalo o vecindad, centrado en  $x_0$  de semiapertura muy pequeña, lo cual pondremos con la letra griega  $\delta$  (delta). Para decir que  $f$  está próxima a  $L$  expresamos que pertenece a un intervalo centrado en  $L$  de semiapertura muy pequeña, la cual se expresará con una letra griega  $\epsilon$  (epsilon). Respecto a lo anterior podemos definir realmente el límite de una función en un punto. Sea  $f$  una función de variable real y sean  $\epsilon$  y  $\delta$  cantidades positivas muy pequeñas. Supongamos que  $f$  se aproxima a  $L$  cuando  $x$  se aproxima a  $x_0$  denotado por  $\lim f(x) = L$ . Significa que para toda proximidad  $\epsilon$  que se desee estar con  $f$  en torno a  $L$ , deberá poderse definir un intervalo a torno a  $x$ , en el cual tomar  $x$ , sin que necesariamente  $x = x_0$ , que nos garantice el acercamiento. En si la definición indica que para asegurar que una función tiene límite deberíamos establecer una relación entre  $\delta$  y  $\epsilon$ .

En el cálculo de límites, la aplicación del teorema de sustitución puede bastar.

$$\text{Calcular } \lim (x - \lceil x \rceil)$$

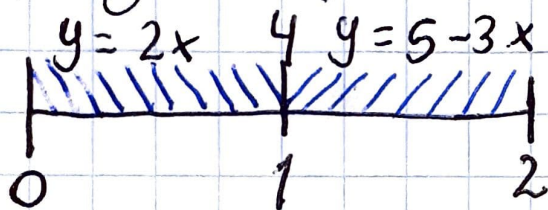
Aplicando el teorema de sustitución

$$\lim (x - \lceil x \rceil) = 1 - \lceil 1^+ \rceil = 1 - 1 = 0 \text{ (el entero mayor de número ligeramente mayores que 1 es igual a 1).}$$



Ejemplo:  
 Consideremos la función  $g(x) = \begin{cases} 2x & \text{si } 0 \leq x \leq 1 \\ 4 & \text{si } x = 1 \\ 5 - 3x & \text{si } 1 < x < 2 \\ x < 2 \end{cases}$   
 $\lim g(x)$  existe.

Hay que notar que  $g(1) = 4$ . Esta es una función por partes  $g$  con dominio partido, la distribución del dominio lo muestra la figura siguiente:



para determinar el límite de  $g(x)$  cuando  $x$  tiende a 1 primero investigaremos la conducta de  $g(x)$  para valores muy cerca de 1, pero mayores de 1, por consiguiente las imágenes  $g(x)$  las calculamos con la función  $y = 5 - 3x$  que le corresponde a este intervalo  $(1, 2)$ . Esto se muestra en la siguiente tabla

$x$	1.2	1.1	1.01	1.001
$g(x) = 5 - 3x$	1.4	1.7	1.97	1.997

Parece que  $f(x)$  tiende a 2 cuando  $x$  tiende a 1, con valores de  $x > 1$ , pero muy cerca de 1. Esto se llama el límite por la derecha y se expresa:  $\lim g(x) = \lim 5 - 3x = 5 - 3(1) = 2$ .

De la misma manera nos acercamos al uno con valores menores que 1 y por consiguiente los valores de  $g(x)$  los calculamos con la expresión  $g(x) = 2x$ .

# BIBLIOGRAFÍA

*Instituto de GeoGebra Cálculo 1* . (s.f.). Obtenido de <https://sites.google.com/site/calculofesacatlan/unidad-3/3-1-concepto-de-limite-de-una-funcion>

Muñoz, V. (s.f.). *limite de funciones de una variable real* . Obtenido de <http://blog.espol.edu.ec/raroman/files/2015/11/CALCULO-DIFERENCIAL-VILLENA1.pdf>