Nombre del alumno: Jhoana Guadalupe Arreola Mayorga

Nombre del profesor: Sergio Jiménez Ruíz

Nombre del trabajo: Derivadas de una función

Materia: Biomatemáticas

Grado: 2do semestre Medicina Humana

Comitán de Domínguez Chiapas a 19 de abril del 2021

Derivadas

En varios problemas prácticos, nos interesa saber la razón de cambio de una variable, que puede ser función de otras variables de lo que se pretende estudiar. En una función se puede evaluar la razón promedio de cambio en un intervalo dado de valores de la variable independiente (x y $x + Dx$), como la pendiente de la secante que pasa por los dos puntos en los que evaluamos la función:

$$rpc: \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{(x+\Delta x) - x}$$

La derivada se define como un valor de un límite que determina la razón a la que cambia esa función con respecto a su variable. La derivada de una función calcula el coeficiente de variación de una función en especifica. Provee la noción matemática del coeficiente de cambio al indicar que tan rápido puede crecer o decrecer la función dada en un cierto punto. La derivade de una función se representa gráficamente, eligiendo un punto en específico, como el valor de la pendiente de la recta tangente en ese punto. Las derivadas, en sí, son una manera más de encontrar respuestas a problemas matemáticos, frecuentemente se emplean para averiguar un valor en un punto específico de una función matemática. Su utilidad es muy extensa ya que tiene aplicaciones en múltiples campos, la expresión matemática de una derivada es la siguiente:

$$\frac{d}{dx} f(x) = \frac{d}{dx} y(x) = D\,f(x)$$

Donde se sabe que la función a la cual se le está sacando la derivada es $f(x)$ con respecto a la variable X. y donde precisamente,

$\frac{d}{dx}f(x)$ o también representado como $f'(x)$, que designa a la pendiente de la recta y a la razón instantánea de cambio dela función que sería la derivada de la función en tal punto, siempre y cuando exista su límite. Existe una relación entre derivabilidad y continuidad. En lo cual, puede mencionarse que si cierta función es deribable en un punto, será continua en ese punto. Y esto nos da literalmente la definición de la derivada como la razon instantanea de cambio de una función en un valor dado dela variable independiente.
Al obtenerse la derivada de la función, se sustituye la variable X con el valor del punto específico en donde se pretende calcular la derivada y así, obteniendo el valor. Existen más de una manera para calcular las derivadas; Sin embargo, para una mayor rapidéz, se emplean la Tabla de derivadas y Tabla de fórmulas de derivadas junto con las reglas de derivación que implican. La notación de la derivada tiene otras formas además de la vista:

$$f'(x) = D(f(x)) = \frac{d}{dx} f(x)$$

Siendo esta última la notación de Leibnitz. Para calcular la derivada de una función basada en la interpretación geométrica se procede con los siguientes pasos:

1.- Dar un incremento Dx a la variable X, corresponderá un incremento Dy a la función y
2.- Réstese la función dada la incrementada
3.- Divídase el resultado anterior entre el incremento de la variable (Dx)
4.- Paso al límite, haciendo que Dx tienda a cero.

El límite del 2do miembro es la derivada, como se observa en el siguiente ejemplo.

Hallar la derivada de $f(x) = x^2$

$$f(x+\Delta x) = (x+\Delta x)^2 = x^2 + 2x\Delta x + (\Delta x)^2$$

$$f(x+\Delta x) - f(x) = x^2 + 2x\Delta x + (\Delta x)^2 - x^2 = 2x\Delta x + (\Delta x)^2$$

$$\frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x} = 2x + \Delta x$$

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} (2x + \Delta x) = 2x$$

Que coincide con la fórmula para calcular la derivada de una función elevada a una constante: $y = [f(x)]^n \rightarrow y' = n \cdot f'(x) \cdot [f(x)]^{n-1}$, que al obtener el resultado quedaría de la siguiente manera

y ó $f(x) = x^2$

$f'(x) = 2 \cdot x^{2-1}$

$f'(x) = 2x$

Como se ha visto, las reglas de derivación ofrecen un resultado más rápido y de la misma calidad

Reglas de derivación

Derivada de la suma/resta de dos funciones. $(f \pm g)' = f' \pm g'$

La derivada de una suma/resta de funciones el la suma/resta de las derivadas de las funciones.

ej. $f(x) = -2x + 2$

$f'(x) = -2 + 0$

$f'(x) = -2$

Derivada del producto de dos funciones $(f \times g)' = f' \times g + f \times g'$

La derivada del producto de dos funciones, se calcula de la suma del producto de la derivada de la primera función por la segunda función sin ser derivada, más el producto de la primera función y la derivada de la segunda

$f(x) = (5x^2-3)\cdot(x^2+x+4)$

$f'(x) = 10x\,(x^2+x+4) + (5x^2-3)(2x+1)$

$f'(x) = (10x^3+10x^2+40x) + (10x^3+5x^2-6x-3)$

$f'(x) = 10x^3+10x^2+40x+10x^3+5x^2-6x-3$

$f'(x) = 20x^3+15x^2+34x-3$

Derivada del cociente de dos funciones $(f/g)' = \dfrac{f'\cdot g - f\cdot g'}{g^2}$

La derivada del cociente de dos funciones es igual a la derivada del numerador por el denominador sin derivar, menos el numerador sin derivar por la derivada del denominador, todo dividido entre el denominador al cuadrado.

$f(x) = 3x/3x^2$

$f'(x) = 3/26x$

Derivada del producto de una constante a por una función $(a\cdot f)' = a\cdot f'$

Igual al producto de la constante por la derivada de la función.

$f(x) = 5\,(4x^3-3x^2)$

$f'(x) = 5\,[12x^2-6x]$

$f'(x) = 60x^2-30x$

Derivada de una constante $f(x)=7 \rightarrow f'(x)=0$

Siempre la derivada de una constante es cero.

$f(x)=5 \qquad f'(x)=0$

Derivada de una potencia entera positiva $f(x)=x^5 \longrightarrow f'(x)=5x^4$

La derivada de x^n es igual a nx^{n-1}

$f(x) = 6x^3 \qquad f'(x) = 18x^2$

Derivadas de las funciones trigonométricas

Se establecen de la siguiente manera:

$f(x) = \text{sen}(x) \rightarrow f'(x) = \cos(x)$

$f(x) = \cos(x) \longrightarrow f'(x) = -\operatorname{sen}(x)$

$f(x) = \tan(x) = \operatorname{sen}(x)/\cos(x) \longrightarrow f'(x) = \sec^2(x)$

$f(x) = \cot(x) = \cos(x)/\operatorname{sen}(x) \longrightarrow f'(x) = -\csc^2(x)$

$f(x) = \sec(x) \longrightarrow f'(x) = \sec(x)\tan(x)$

$f(x) = \csc(x) \longrightarrow f'(x) = -[\csc(x)\cot(x)]$

Regla de la cadena $[g(f(x))]'$

Las reglas que se han mencionado no permiten identificar la derivada de una función compuesta, a menos que se desarrollen los binomios y exponentes para volverlos más sencillos. La regla de la cadena permite averiguar la derivada de este tipo de funciones: $[g(f(x))]' = g'(f(x)) \cdot f'(x)$

Referencias

Navarro. (s.f.) Derivación: conceptos básicos. Recuperado de: https://navarrof.orgfree.com/Docencia/MatematicasII/M2UT3/derivada_conceptos.htm

Márquez F. (Agosto 2015) Derivadas. Física y mates. Recuperado de: https://fisicaymates.com/derivadas/

Páez Murillo R. E., Barkovich M. A., y Murillo Torres J. R. (2012) Matemáticas 5 para preuniversitarios. Grupo editorial Esfinge. (2ª ed).

Anónimo. (2021) ¿Qué son las derivadas? Explicaciones, ejercicios y tablas. derivadas.es. Recuperado de: https://www.derivadas.es/

Matemáticas en movimiento. (s.f.) Reglas de derivación. Recuperado de: http://www3.uacj.mx/CGTI/CDTE/JPM/Documents/IIT/sterraza/mate2016/derivada/der_reg.html