PASIÓN POR EDUCAR

Nombre del alumno: Maricruz Elizama Méndez Pérez

Nombre del profesor: Dr. Sergio Jiménez Ruiz

Nombre del trabajo: Control de lectura “Limites”

Materia: Biomatemáticas

Grado: 2

Comitán de Domínguez Chiapas a 23 de Febrero del 2021

Concepto de límite de una función

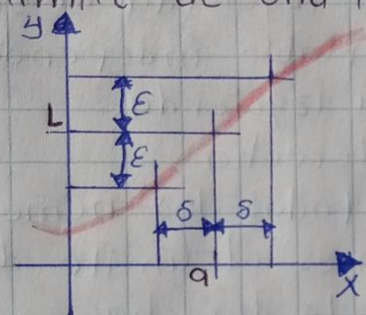
Se dice que el límite de una función $f(x)$ es L cuando x tiende a P, y se escribe: $\lim_{x \to a} f(x) = L$

Si se puede encontrar un x suficientemente cerca de tal que el valor de $f(x)$ sea próximo a L. Finalmente P utilizando términos lógico-matemáticos:

$f(x) \to L \iff \forall \varepsilon > 0$

$\delta > 0 : 0 < |x - P| < \delta \Rightarrow |f(x) - L| < \varepsilon$

El límite de una función $f(x)$, cuando x tiende a P, es L



Teorema:

Sea a un punto de un intervalo abierto, sea f una función definida en todo el intervalo, excepto posiblemente en a, entonces:

$$\lim_{x \to a} f(x) = L \iff \lim_{x \to a} f(x) = L = \lim_{x \to a} f(x)$$

Sea a un punto de un intervalo abierto, sea f una función definida en todo el intervalo, excepto posiblemente en a y sea L un numero real.

$\lim_{x \to a} f(x) = L$ significa que $\forall \varepsilon > 0$ existe $\delta > 0$ tal que:

$0 < |x - a| < \delta \Rightarrow |f(x) - L| < \varepsilon$

Límites unilaterales

Hay casos en que las funciones no están definidas (en los Reales), a la derecha o izquierda de un número determinado por lo que el límite de la función cuando

x tiende a dicho número, se supone que existe un intervalo abierto que contiene al número, no tiene sentido.
Por ejemplo; $f(x)=\sqrt{x}$ no está definida para los valores menores que 0; por lo que $\lim_{x \to 0} \sqrt{x}$ no tiene sentido; no obstante, se pueden tomar valores suficientemente cercanos a 0 pero mayores que 0. En este caso x se aproxima a 0 por la derecha el cual permite definir el límite unilateral por la derecha. Para el límite por la izquierda la situación es similar, en este caso la variable independiente se aproxima al número por la izquierda.

Límites unilaterales por la derecha

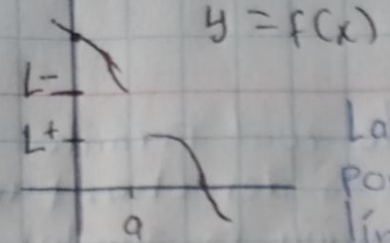
Sea f una función definida en todas los números del intervalo abierto (d, a). Entonces el límite de $f(x)$, cuando x se aproxima a a por la derecha es L y se escribe: $\lim_{x \to a} f(x)=L$
Si para cualquier $\varepsilon>0$ sin importar cuán pequeña sea, existe una $\delta>0$ tal que; $0<|x-a|<\delta \Rightarrow |f(x)-L|<\varepsilon$

Límites unilaterales por la izquierda

Sea f una función definida en todos los números del intervalo abierto (d, a). Entonces el límite de $f(x)$, cuando x se aproxima a a por la izquierda es L y se escribe: $\lim_{x \to a} f(x)=L$
Si para cualquier $\varepsilon>0$ sin importar cuán pequeña sea, existe una $\delta>0$ tal que; $0<|x-a|<\delta \Rightarrow |f(x)-L|<\varepsilon$.

Límites laterales

Existen funciones que en un cierto punto $x=x_0$ poseen una discontinuidad, sufriendo su gráfica de un "salto", tal como se muestra en la figura de abajo.



La función $y = f(x)$ tiene como límite $L+$ por la derecha del punto $x=a$, y el límite $L-$ por la izquierda del punto $x=a$.

Para la función $y=f(x)$ del gráfico de arriba, no está definido el valor $f(a)$, y se dice que el límite de $f(x)$ "por la derecha" del punto $x=a$ (expresando así: $x \to a+\varepsilon$) es $L+$, lo cual en simbología matemático es: $\lim_{x \to a+\varepsilon} f(x) = L+$

Por otra parte se dice que el límite de $f(x)$ "por la izquierda" del punto $x=a$ (expresando así: $x \to a-\varepsilon$) es $L+$, que en simbología matemática es: $\lim_{x \to a-\varepsilon} f(x) = L-$

(En cálculo infinitesimal suelen emplearse letras griegas tales como: $\varepsilon, \delta, \ldots$ para referirnos a valores numéricos muy pequeños.)

Por otra parte, para que podamos hablar verdaderamente del límite de $f(x)$ en el punto $x=a$ los límites laterales deben ser iguales, es decir, debe cumplirse: $\lim_{x \to a+} f(x) = \lim_{x \to a-} f(x)$

Límites unilaterales

Hay casos en que las funciones no están definidas (en los reales) a la izquierda o a la derecha de un determinado, por lo que el límite de la función cuándo x tiende a dicho número, que supone que existe un intervalo abierto que contiene al número, no tiene sentido.

Ejemplo

$f(x)=\sqrt{x}$: f no está definida para valores menores que 0; por lo que $\lim_{x \to 0} \sqrt{x}$ no tiene sentido; no obstante, se pueden tomar valores suficientemente cercanos a 0 pero mayores que 0. En este caso x se aproxima a 0 por la derecha, lo cual permite definir el límite unilateral por la derecha. Para el límite por la izquierda la situación es similar, en ese caso la variable independiente.

Bibliografía

Instituto de GeoGebra, Unidad 3 : Límites y continuidad, 3.1 Concepto de limite de una función, Limites y continuidad
https://sites.google.com/site/calculofesacatlan/unidad-3/3-1-concepto-de-limite-de-una-funcion

3.3 LÍMITES UNILATERALES

https://sites.google.com/site/calculofesacatlan/unidad-3/3-3-limites-unilaterales

NOCIONES PRELIMINARES DE MATEMÁTICAS, 2. LIMITES DE FUNCIONES, **2. 2 Limites laterales.**

http://www.ehu.eus/juancarlos.gorostizaga/apoyo/limites.htm

Límites unilaterales
https://www.calculo.jcbmat.com/id296.htm