



Nombre del alumno: Jhoana Guadalupe Arreola Mayorga

Nombre del profesor: Sergio Jiménez Ruíz

Nombre del trabajo: Limites al infinito

Materia: Biomatemáticas

Grado: 2do semestre Medicina Humana

Cálculo de límites, con y sin indeterminaciones

El límite de una función nos ayuda a comprender el comportamiento de ésta, proporcionándonos información de la misma. Para comprender la resolución y cálculo de un límite es necesario definirlo previamente, se habla de una aproximación a un punto dado. Sea $f(x)$ una función y sea "a" un punto, el límite de $f(x)$ cuando "x" tiende a "a" es el valor al que se aproxima $f(x)$ cuando "x" se aproxima a "a". Aunque existen ocasiones en que el límite de $f(x)$ en $x=a$ no coincide con $f(a)$. Otro concepto que tendríamos que definir es la "indeterminación" o "forma indeterminada". Una indeterminación o forma indeterminada matemática se trata de una expresión algebraica que aparece en el cálculo de los límites y cuyo resultado tiende a ser impredecible. Son límites que no tienen lógica al sustituir x por cierto número, en pocas palabras, no tiene solución. En ellos se involucran el cero o el infinito y depende de la función del límite a calcular. Por ejemplo, se tiene una función que tiende a $5/\infty$ y su límite sería expresado como 0. Aunque no se sabe con certeza el límite de una función ∞/∞ (se tienen dudas sobre un valor finito o infinito), por ello se le señala como una indeterminación. Se ha hablado hasta este punto sobre los límites finitos, pero también pueden existir límites cuando una función crece o decrece infinitamente.

Tipos de indeterminaciones

De acuerdo con la indeterminación que se tenga, se tienen diferentes tipos de límite. Los cuales se muestran en los siguientes párrafos.

Infinito entre infinito ∞/∞

Al dividir x número entre infinito (∞) es igual a cero (0). Sin

embarco, al dividir infinito (∞) entre el mismo infinito (∞) la solución es inexistente, por ello se le considera como indeterminado.

Cero entre cero $0/0$

Esta indeterminación es muy similar a la anterior, se sabe que x número dividido entre cero (0) da como resultado cero (0). Pero al dividir cero entre cero el resultado no existe, es una forma indeterminada.

Un número entre cero. $n/0$

Cualquier número que sea dividido entre cero no tiene solución; por lo tanto se cataloga como una indeterminación. El resultado del límite cuando tenemos esta indeterminación puede ser infinito o menos infinito, pero a priori se desconoce.

Infinito menos infinito. $\infty - \infty$

El resultado de infinito (∞) menos infinito (∞) no es cero, ya que se desconoce el valor de cada infinito. El infinito es un concepto demasiado abstracto y no tiene un valor definido. Prueba de ello es que al elevar un infinito al cuadrado, sigue siendo infinito.

Cero por infinito. $0 \cdot \infty$

Al momento de multiplicar x número por cero el resultado será cero. Mientras que x número multiplicado por infinito será infinito. Por eso mismo, al multiplicar estos dos valores el resultado está indeterminado.

Cero elevado a cero. 0^0

Cualquier número elevado a cero da como resultado uno. Sin embargo al elevar cero a la cero el resultado no está definido.

Infinito elevado a cero.

Este caso es parecido al explicado anteriormente. El resultado es inexistente, por lo tanto es indeterminado.

Uno elevado a infinito. 1^∞

Se podría pensar que multiplicar 1 por 1 tantas veces como se pueda el resultado siempre va a ser uno. Sin embargo tampoco tiene solución.

Indeterminaciones y procedimientos

Como bien ya se ha mencionado, las siete indeterminaciones son las siguientes ∞/∞ , $0/0$, $0 \cdot \infty$, 1^∞ , ∞^0 , 0^0 , $\infty - \infty$. En el caso de una indeterminación, se debe aplicar ciertos razonamientos y procedimientos que nos permitan obtener el resultado del límite.

Cero entre cero $0/0$

Se puede hallar el límite de un cociente de polinomios cuando X tiende a una de sus raíces comunes. Basta con simplificar el cociente para evitar su forma indeterminada.

Infinito menos infinito $\infty - \infty$

Si esto ocurre para el límite de un polinomio, el resultado es prácticamente, inexistente, infinito. Su resultado evitando la indeterminación depende en mayor grado de un monomio. Sin embargo, si aparece en una resta de raíces se pueden aplicar las siguientes fórmulas:

$$a-b = \frac{a^2-b^2}{a+b}$$

$$a-b = \frac{a^3-b^3}{a^2+ab+b^3}$$

Si se encuentra en una resta de funciones como logaritmos, exponenciales o un polinomio, habría que centrarse en la función de mayor crecimiento.

1 elevado a infinito 1^∞

Si la función f tiende a 1 y la función g tiende a infinito, entonces:

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)g(x) = 1^\infty$. Para evitar la indeterminación se debe aplicar la siguiente fórmula: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)g(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} e^{g(x)}(f(x)-1)$

Cociente de infinitos ∞/∞

Pueden aparecer en polinomios, raíces, exponenciales, etc. En cada caso se resuelven de forma distinta. Si se encuentra como cociente con exponenciales, se divide entre la exponencial cuya base sea mayor. Si se presenta un cociente de raíces de polinomios, el orden de las raíces divide a los grados de los polinomios. Si se tiene un cociente con funciones muy distintas, como un polinomio entre una exponencial o un logaritmo, es suficiente comparar el crecimiento de dichas funciones. Como ejemplo, una exponencial crece más rápido que un polinomio, así que el límite de su cociente es infinito si la exponencial está en el numerador mientras que adopta el valor de cero si la exponencial está en el denominador.

Cero o infinito elevado a infinito 0^∞ o ∞^∞

Es de gran utilidad aplicar logaritmos y sus propiedades:

$$\lim A(x) = \lim e^{\ln(A(x))}$$

Referencias

Matesoacil. (s.f) Cálculo de límites, con y sin indeterminaciones. Recuperado de: <https://www.matesfacil.com/BAC/limites/ejercicios-resueltos-limites-1.html>

Matesoacil. (s.f). Indeterminaciones o forma indeterminada. Recuperado de: <https://www.matesfacil.com/BAC/limites/indeterminaciones/introduccion/indeterminacion-forma-indeterminada-infinito-partido-ejemplos-lhopital.html>

Ekuatio. (s.f.) Límites: Tipos de indeterminaciones. Qué es una indeterminación. Recuperado de: <https://ekuatio.com/limites-tipos-de-indeterminaciones-que-es-una-indeterminacion/>

Problemas e ecuaciones. (s.f.) Cálculo de límites. Recuperado de: <https://www.problemasyeecuaciones.com/limites/calculo-limites-explicados-metodos-reglas-procedimientos-indeterminaciones-grados-infinito-resueltos.html>