PASIÓN POR EDUCAR

Nombre del alumno: Maricruz Elizama Méndez Pérez

Nombre del profesor: Dr. Sergio Jiménez Ruiz

Nombre del trabajo: Control de lectura “Limites al infinito”

Materia: Biomatemáticas

Grado: 2

Comitán de Domínguez Chiapas a 02 de Marzo del 2021

El límite de una función nos proporciona información sobre su comportamiento. Por ejemplo, sobre su continuidad y las posibles asíntotas.
Esta página vamos a ver las reglas básicas para operar con infinitos, las indeterminaciones y algunos procedimientos para evitar las indeterminaciones.
Es importante destacar el de indeterminación o forma indeterminada:
Una indeterminación o forma indeterminada es una expresión algebraica que a veces aparece en el cálculo de límites y cuyo valor no se puede predecir, depende de la función del límite a calcular.
Por ejemplo: si una función tiende a $5/\infty$, entonces su límite es 0. Sin embargo, no sabemos de antemano el límite de una función que tiende ∞/∞ (podría ser infinito o un valor finito). Por esta razón, decimos que ∞/∞ es una indeterminación.
Recordar que:
- el límite de $f(x)$ cuando x tiende a a es $f(a)$ si existe $f(a)$.
- El límite cuando x tiende a a existe si y sólo si existen los límites laterales por la izquierda y la derecha de a y coinciden.

Finalmente, comentamos que existen métodos más sencillos y rápidos de calcular límites y evitar las indeterminaciones, como son la regla de L'Hôpital (cálculo diferencial) y los Infinetesimos equivalentes.
Operaciones con infinitos
Reglas para sumar, restar, multiplicar, dividir o elevar con infinitos. Estas son las operaciones cuyo resultado se puede predecir (al contrario que las indeterminaciones).
Sea K un número real distinto de 0.

Sumas: $(+\infty) + k = +\infty$ $\quad (+\infty) + (+\infty) = +\infty$
$(-\infty) + k = -\infty$ $\quad (-\infty) + (-\infty) = -\infty$

La resta es análoga. Por ejemplo: $k - \infty = -\infty$
$k - (-\infty) = +\infty$

Productos: $-(+\infty) = -\infty$ $\quad k \cdot (+\infty) = +\infty, (k > 0)$
$-(-\infty) = +\infty$ $\quad k \cdot (+\infty) = -\infty, (k < 0)$
$(+\infty) \cdot (+\infty) = +\infty$ $\quad k \cdot (-\infty) = -\infty, (k < 0)$
$(-\infty) \cdot (-\infty) = +\infty$ $\quad k \cdot (-\infty) = +\infty, (k > 0)$
$(-\infty) \cdot (+\infty) = -\infty$

observad que el Producto de infinitos o el producto de infinito por una constante ($k \neq 0$) es infinito. El signo del resultado depende de la regla de los signos.

Indeterminaciones y procedimientos

Las siete indeterminaciones que existen son las siguientes: $\frac{\infty}{\infty}$, $\frac{0}{0}$, $0 \cdot \infty$, 1^{∞}, ∞^{0}, 0^{0}, $\infty - \infty$

Cuando aparece una indeterminación, tenemos que aplicar determinados razonamientos o procedimientos que permitan hallar el resultado del límite. A continuación, enumeramos algunos de los procedimientos:

Cero partido cero, $0/0$:

Suele aparecer en el límite de un cociente de polinomios cuando x tiende a una de sus raíces comunes. En este caso, se puede simplificar el cociente y evitar así la indeterminación.

Infinito menos infinito, $\infty - \infty$:

- Si aparece en el límite de un polinomio, el resultado es infinito. Su signo depende del coeficiente del monomio con mayor grado.
- Si aparece en una resta de raíces, pueden ayudarnos

las siguientes fórmulas: $a-b=\frac{a^2-b^2}{a+b}$, $a-b=\frac{a^3-b^3}{a^2+ab+b^2}$

• Si aparece en una resta de funciones muy distintas (por ejemplo, un logaritmo y una exponencial o un polinomio), hay que fijarse en la función cuyo crecimiento es mayor.

1 elevado a infinito, 1^∞:

Si la función f tiende a 1 y la función g tiede a infinito, entonces $\lim_{x\to+\infty} f(x)^{g(x)} = 1^\infty$

Para evitar esta indeterminación, aplicamos la siguiente fórmula:

$$\lim_{x\to\infty} f(x)^{g(x)} = 1^\infty \to \lim_{x\to\infty} f(x)^{g(x)} = \lim_{x\to\infty} e^{g(x)(f(x)-1)}$$

Nota 1: la fórmula funciona también con $x\to-\infty$ ó x tendiendo a un número finito.

Nota 2: Es habitual escribir una exponencial $e^{h(x)}$ como $\exp\{h(x)\}$ (es una cuestión de notación). Así,

$$1^\infty = \lim_{x\to\infty} \exp\{g(x)(f(x)-1)\}$$

Cociente de infinitos, ∞/∞:

Puede aparecer en cocientes muy variados: polinomios, raices, exponenciales... En cada caso se procederá de forma distinta.

• Si tenemos un cociente con exponenciales, dividimos entre la exponencial cuya base sea mayor.

• Si tenemos un cociente de raíces de polinomios, aplicamos el criterio anterior, anque el orden de las raíces divide a los grados de los polinomios.

• Si tenemos un cociente con función muy distintas, como puede ser un polinomio entre una exponencial o un logaritmo, es suficiente comparar el crecimiento.

Bibliografía

Cálculo de límites paso a paso, con y sin indeterminaciones - © matesfacil.com

https://www.matesfacil.com/BAC/limites/ejercicios-resueltos-limites-1.html