NOMBRE DEL ALUMNO: Juan Carlos López Gómez

NOMBRE DEL PROFESOR: Sergio Jiménez Ruiz

NOMBRE DEL TRABAJO: Cálculo de límites, con y sin indeterminaciones

MATERIA: biomatemáticas

GRADO: Segundo semestre grupo A

Comitán de Domínguez Chiapas a 03 de Marzo de 2021

Cálculo de límites, con y sin indeterminaciones.

El límite de una función nos proporciona información sobre su comportamiento, por ejemplo, sobre su continuidad y las posibles asíntotas.
Es importante destacar el concepto de indeterminación o forma indeterminada, es una expresión algebraica que a veces aparece en el cálculo de límites y cuyo valor no se puede predecir, depende de la función del límite a calcular.
Por ejemplo, si una función tiende a $5/\infty$, entonces su límite es 0, sin embargo, no sabemos de antemano el límite de una función que tiende a ∞/∞, podría ser infinito o un valor finito.
Por esta razón, decimos que ∞/∞ es una indeterminación, recordad que el límite de $f(x)$ cuando x tiende a es $f(a)$ si existe $f(a)$.
El límite cuando x tiende a existe si y sólo si existen los límites laterales por la izquierda y la desecha de a y coinciden.
Reglas para sumar, restar, multiplicar, dividir o elevar con infinitos, estas son las operaciones cuyo resultado se puede predecir.
Sea K un número real distinto de 0.

Sumas: $(+\infty)+k=+\infty$ — La resta análoga

$(-\infty)+k=-\infty$ — $K-\infty=-\infty$

$(+\infty)+(+\infty)=+\infty$ — $K-(-\infty)=+\infty$

$(-\infty)+(-\infty)=-\infty$

Productos: $-(+\infty)=-\infty$ — $-(-\infty)=+\infty$

$(+\infty)*(+\infty)=+\infty$ — $(-\infty)*(-\infty)=+\infty$

$(-\infty) * (+\infty) = -\infty \qquad k * (+\infty) = +\infty, \ (k > 0)$

$k * (+\infty) = -\infty, \ (k < 0) \qquad k \cdot (-\infty) = -\infty \ (k > 0)$

Se observa que el producto de infinitos o el producto de infinito por una constante ($k \neq 0$) es infinito, el signo del resultado depende la regla de los signos, sin embargo, infinito por cero ($\infty \cdot 0$) es una indeterminación.

Cocientes:

$$\frac{k}{+\infty} = 0 \qquad \frac{k}{-\infty} = 0$$

$$\frac{k}{0} = \pm\infty \qquad \frac{-\infty}{0} = -\infty$$

$$\frac{\infty}{0} = \infty \qquad \frac{+\infty}{0} = +\infty$$

$$\frac{+\infty}{k} = +\infty, \ (k > 0)$$

$$\frac{-\infty}{k} = -\infty, \ (k > 0)$$

El cociente de ceros y el de infinitos es indeterminado.

Potencias:

$$(+\infty)^{+\infty} = +\infty, \ (+\infty)^{-\infty} = 0$$

$$(+\infty)^{k} = +\infty, \ (k > 0)$$

$$(+\infty)^{k} = 0, \ (k < 0)$$

$$k^{+\infty} = +\infty, \ (k > 1)$$

$$k^{-\infty} = 0, \ (k > 1)$$

$$k^{+\infty} = 0, \ (0 < k < 1)$$

$$k^{-\infty} = +\infty, \ (0 < k < 1)$$

Las potencias ∞^0, 0^0 y 1^∞ son indeterminaciones.

Las siete indeterminaciones que existen son las siguientes:

Cero partido cero, $0/0$: suele aparecer en el límite de un cociente de polinomios cuando x tiende a una de sus raíces comunes, se puede simplificar el cociente.

Infinito menos infinito, $\infty - \infty$: si aparece en el límite de un polinomio, el resultado es infinito, su signo depende del coeficiente del monomio con mayor grado, si aparece en una resta de raíces, pueden ayudarnos las siguientes fórmulas: $a-b = \frac{a^2-b^2}{a+b}$ $a-b = \frac{a^3-b^3}{a^2+ab+b^2}$

Si aparece en una resta de funciones muy distintas, hay que fijarse en la función cuyo crecimiento es mayor.

1 elevado a infinito, 1^∞: si la función f tiende a 1 y la función g tiende a infinito $\lim_{x \to +\infty} f(x)^{g(x)} = 1^\infty$, para evitar la indeterminación $\rightarrow \lim_{x \to +\infty} f(x)^{g(x)} = \lim_{x \to +\infty} e^{g(x)(f(x)-1)}$

Conciente de infinitos ∞/∞:

Si tenemos un cociente con exponenciales dividimos entre la exponencial cuya base sea mayor, si tenemos un cociente de polinomios $P(x)/Q(x)$ siendo p y ap el grado y el coeficiente principal de $P(x)$ y q y bq los de $Q(x)$, el límite x tiende a $+\infty$.

Si tenemos un cociente de raíces de polinomios, aplicamos el criterio anterior, aunque el orden de las raíces divide a los grados de los polinomios, si tenemos un cociente con funciones muy distintas, como puede ser un polinomio entre una exponencial o un logaritmo es suficiente comparar el crecimiento.

Cero o infinito elevado a cero, 0^∞ ó ∞^∞: Normalmente, es útil aplicar logaritmos y sus propiedades, $\lim A(x) = \lim e^{\ln(A(x))}$

Límites resueltos: $\lim_{x \to +\infty} \frac{5x^3+2x^2-1}{2x+3}$ tenemos la indeterminación infinito/infinito.

Como grado del polinomio del numerador es mayor que el del denominador: $\lim_{x \to +\infty} \frac{5x^3+2x^2-1}{2x+3} = = \text{signo}\left(\frac{5}{2}\right) \cdot \infty = +\infty$

El infinito es positivo porque cociente es positivo.

Bibliografía

MATESFACIL. (s.f.). *Cálculo de límites, con y sin indeterminaciones*. Recuperado el 2021 de Marzo de 02, de https://www.matesfacil.com/BAC/limites/ejercicios-resueltos-limites-1.html