NOMBRE DEL ALUMNO: Juan Carlos López Gómez

NOMBRE DEL PROFESOR: Sergio Jiménez Ruiz

NOMBRE DEL TRABAJO: Límites

MATERIA: biomatemáticas

GRADO: Segundo semestre grupo A

Comitán de Domínguez Chiapas a 24 de Febrero de 2021

Límites

Se dice que el límite de una función se describe:
$\lim_{x \to a} f(x) = L$ si se puede encontrar un x sobre el valor de $f(x)$ sea próximo a L lógico-matemáticos:
$f(x) \to L \Leftrightarrow \forall \varepsilon > 0 \quad \delta > 0 : 0 < |x-p| < \delta \Rightarrow |f(x) - L$
El límite de una función $f(x)$ sea a un punto de un intervalo ida en todo el intervalo, excepto $\lim f(x) = L \Leftrightarrow \lim$ sea a un punto de un intervalo ida en todo el intervalo excepto número real $\lim f(x) = L$ significa que $\forall \varepsilon \; 0 < |x-a| < \delta \Rightarrow |f(x)$.
El límite de la función f cuando x se aproxima a es igual a L, $\lim_{x \to a} f(x) = L$ si para todo número $\varepsilon > 0$ existe un número $\delta > 0$ tal que $f(x) - L| < \varepsilon$ para todo x en el dominio de f que satisface la desigualdad $0 < |x-a| < \delta$.
Ejemplo: dado el límite $\lim (2x-5) = 1$, encontrar δ tal que $|f(x) - L| = |(2x-5) - 1| < 0.01$ siempre que $0 < |x-3| < \delta$.
Solución, en este problema, estamos trabajando con un valor dado de ε, ciertamente $\varepsilon = 0.01$ para encontrar un valor apropiado de δ trataremos de establecer una conexión entre los valores $|(2x-5)-1|$ y $|x-3|$, simplificando el primer valor absoluto y obtenemos $|(2x-5)-1| < 0.01$ es equivalente a $2|x-3| < 0.01$ y tenemos $|x-3| < \frac{0.01}{2} = 0.005$, así, seleccionamos $\delta = 0.005$, esta selección trabaja porque $0 < |x-3| < 0.005$ implica que $|(2x-5)-1| = |2x-6| = 2|x-3| < 2(0.005) = 0.01$.

Ejemplo 2: Utilizar la definición ε-δ para probar que $\lim_{x \to 2} x^2 = 4$.
Solución: debemos de demostrar que para toda $\varepsilon > 0$, existe una $\delta > 0$ tal que $|x^2 - 4| < \varepsilon$ siempre que $0 < |x-2| < \delta$, empezamos reescribiendo $|x^2 - 4| = |x-2||x+2|$ para toda x en el intervalo (1.3), sabemos que $|x-2| < \delta$, porque $-5 < x+2 < 5$ o $-7 < x < 3$.

De esta manera se tiene que $|x^2-4| = |x-2||x+2| < 3\delta$ por lo tanto si tomamos a δ como el mínimo de ε/δ y 1, se sigue que siempre que $0 < |x-2| < \delta$ tendremos $|x^2-4| = |x-2||x+2| < (\frac{\varepsilon}{\delta})(\delta) = \varepsilon$.

Límites Unilaterales.

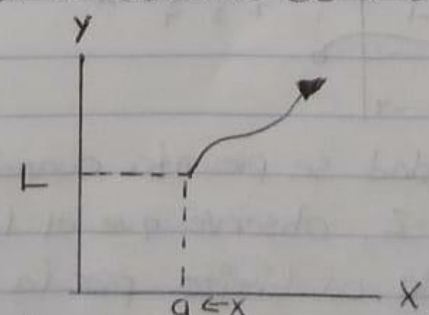
Hay casos en que las funciones no están definidas en los reales número determinado por lo que el límite de la función cuando x tiene que existe un intervalo abierto que contiene al número.

Por ejemplo: $f(x) = \sqrt{x}$ no está definida para los valores menores, no obstante, se pueden tomar valores suficiente cerca, este caso x se aproxima a 0 por la derecha el cual permite definir el numero de la derecha, para el límite por la izquierda la situación es similar.

Límites Unilaterales por la derecha.

Sea f una función definida en todos los números del intervalo abierto $f(x)$, cuando x se aproxima a por la derecha es L, si para cualquier $\varepsilon > 0$ sin importar cuán pequeña sea $0 < |x-a| < \delta \Rightarrow |f(x) - L| < \varepsilon$.

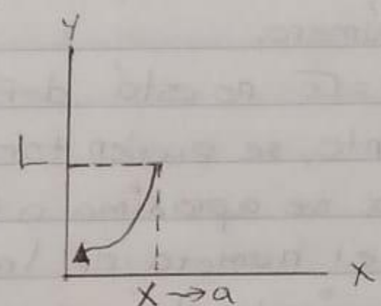
Se dice que $\lim_{x \to a^+} f(x) = L$ si y solo si para cada $\varepsilon > 0$ existe $\delta > 0$ tal que si $0 < x-a < \delta$ entonces $|f(x) - L| < \varepsilon$ L es el límite por la derecha de $f(x)$ en "a"



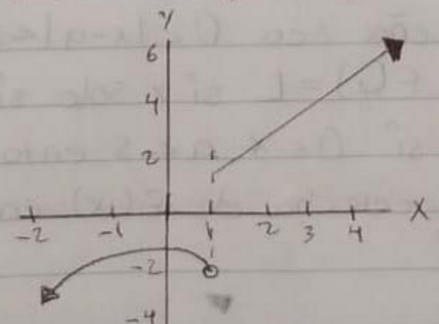
Observe que no hay barras de valor absoluto $x-a$ es mayor de 0 $x > a$.

Límite unilateral por la izquierda.

Sea f una función definida en todos los números de (d, a), entonces, el límite de $f(x)$ cuando x se aproxima a por la izquierda es L, y se describe $\lim_{x \to a^-} f(x) = L$.
Si para cualquier $\varepsilon > 0$, sin importar cuán pequeña sea, existe una $\delta > 0$ tal que $0 < a - x < \delta \Rightarrow |f(x) - L| < \varepsilon$.
Se dice que $\lim_{x \to a^-} f(x) = R$ si y solo si para cada $\varepsilon > 0$ existe $\delta > 0$ tal que si $0 < a - x < \delta$ entonces $|f(x) - R| < \varepsilon$ R es el límite por la izquierda de $f(x)$ en "a".



Note que la expresión $a - x$ es mayor que cero, pues $x \to a^-$ por lo que $x < a$.
Ejemplo: determinar los límites, en los puntos de discontinuidad, de la función f definida por $f(x) = \begin{cases} x + 2 & \text{si } x \geq 1 \\ -x^2 - 1 & \text{si } x < 1 \end{cases}$



El punto de discontinuidad se presenta cuando $x = 1$ luego $\lim_{x \to 1^+} f(x) = 3$ y $\lim_{x \to 1^-} f(x) = -2$, observe que el límite por la derecha (3), es diferente al límite por la izquierda (2).

Bibliografía

García, L. Á. (s.f.). *Límites y continuidad - Matemáticas.* Recuperado el 2021 de Febrero de 22, de https://www.apuntesmareaverde.org.es/grupos/mat/Bachillerato/BS1%2004%20Limites.pdf

Instituto de GeoGebra en la U.N.A.M. (s.f.). *Calculo 1.* Recuperado el 2021 de Febrero de 22, de https://sites.google.com/site/calculofesacatlan/unidad-3/3-1-concepto-de-limite-de-una-funcion