



**Nombre de alumno: Dulce Alejandrina
García**

**Nombre del profesor: Juan José
Ojeda**

Nombre del trabajo: Ensayo

Materia: Matemática Aplicada

PASIÓN POR EDUCAR

Grado: 5 semestre

Grupo: A

(INTRODUCCION)

Se elaborara un ensayo para tener un mejor entendimientos de los temas visto en foros de plataforma uds los siguientes puntos vistos son anti-derivadas , integral indefinida, método de cambio de variable, área bajo una curva, sumas de rieman, integral definida , teorema fundamental del calculo.

Aremos una mejor comprecion con estos temas usando desarrollos en cada de esos puntos y también como conclucciones para mejor entendimiento para hacer el ensayo correctamente utilizare algunas formalas coo ejemplos si existen en esos temas se utilizaran imágenes de algún problema matemático para un mejor entendimiento y haci ayudar mejor el entendimiento de los temas que vamos aver, se ordenara de forma adecuada los temas como puntos 1.1 , 1,2 y haci sucesivamente para tener un orden adecuado en el ensayo

- 1.1.....anti-derivada
- 1.2..... integral indefinida
- 1.3.....método de cambio de variable
- 1.4.....área bajo una curva
- 1.5.....sumas de rieman
- 1.6.....integral definida
- 1.7.....teorema fundamental del calculo

1.1 ANTI-DERIVADAS

DESARROLLO

Una antiderivada es una función matemática que se obtiene del proceso opuesto a la derivación. la idea de antiderivada. Se denomina antiderivada de una función $f(x)$ a la función $F(x)+C$, donde C se constituye como una constante. De este modo, al derivar $F(x)+C$, obtenemos $f(x)$. Por eso la función $F(x)$ es antiderivada de la función $f(x)$,

CONCLUSION

El proceso que se lleva a cabo para descubrir las antiderivadas (también conocidas como primitivas) recibe el nombre de integración. Por otro lado, las integrales indefinidas componen la familia de funciones obtenidas a través de este proceso. Cabe destacar que, cuando una función f permite una antiderivada sobre un intervalo, admite una infinidad con una diferencia constante entre sí

EJEMPLOS EN IMAGEN

En el ejemplo.

Si $y = x^2$ entonces $y' = 2x$

Si $y = x^2 - 3$ entonces $y' = 2x - 0$

Si $y = x^2 + 5$ entonces $y' = 2x + 0$

Si $y = x^2 + C$ entonces $y' = 2x + 0$

Podemos concluir que $y' = 2x$ es la derivada de $y = x^2 + C$; donde C es cualquier número real.

1.2 INTEGRAL INDEFINIDA

DESARROLLO

La integral indefinida es el conjunto de las infinitas primitivas que puede tener una función, La integral de una suma de funciones es igual a la suma de las integrales de esas funciones, La integral del producto de una constante por una función es igual a la constante por la integral de la función. Se representa por $\int f(x) dx$.

Se lee : integral de f de x diferencial de x .

\int es el signo de integración. $f(x)$ es el integrando o función a integrar.

dx es diferencial de x , e indica cuál es la variable de la función que se integra. C es la constante de integración y puede tomar cualquier valor numérico real. Si $F(x)$ es una primitiva de $f(x)$ entonces: $\int f(x) dx = F(x) + C$ Para comprobar que la primitiva de una función es correcta basta con derivar

CONCLUSION

El objetivo es analizar las técnicas del manejo de problemas de integración más complejas, a saber, por medio de la manipulación algebraica y por ajuste del integrando a una forma conocida. Cuando se tiene que integrar fracciones, es necesario a veces efectuar una división previa para obtener formas de integración conocidas; Ejemplo. Encontrar $\int dx$ Solución: Podemos descomponer el integrando en fracciones, dividiendo cada término del numerador entre el denominador.

EJEMPLOS EN IMAGEN

La Integral Indefinida

Notación de las primitivas

Al resolver la ecuación diferencial $\frac{dy}{dx} = f(x)$ conviene expresarla

La operación de hallar todas las soluciones de esta ecuación se llama integral indefinida o antiderivación y se denota por el símbolo de la integral: \int

$dy = f(x)dx$

La solución general se denota por:

$$y = \int f(x)dx = F(x) + C$$

1.3 METODO DE CAMBIO DE VARIABLE

DESARROLLO

El método de integración por sustitución o cambio de variable se basa en la derivada de la función compuesta. Para cambiar de variable identificamos una parte de lo que se va a integrar con una nueva variable t , de modo que se obtenga una integral más sencilla

CONCLUSION

El método consiste en sustituir el integrando o parte de éste por otra función para que la expresión resultante sea más fácil de integrar. Si escogemos un cambio de variable de modo que al aplicarlo obtenemos en el integrando una función multiplicada por su derivada, la integral será inmediata. Pero en ocasiones un cambio mal escogido puede complicar más la integral.

EJEMPLO EN IMAGEN

$$\int \frac{5 dx}{(3x-4)^2} = \frac{5}{3} \int \frac{\frac{3}{5} \cdot 5 dx}{(3x-4)^2} = \frac{5}{3} \int \frac{3 dx}{(3x-4)^2} = \frac{5}{3} \int \frac{du}{u^2} = \frac{5}{3} \cdot \frac{u^{-2+1}}{-2+1} + C$$
$$= \frac{5}{3} \cdot \frac{u^{-1}}{-1} + C = -\frac{5}{3u} + C = -\frac{5}{3(3x-4)} + C$$

$$u = 3x - 4$$
$$du = 3 dx$$

1.4 AREA BAJO UNA CURVA

DESARROLLO

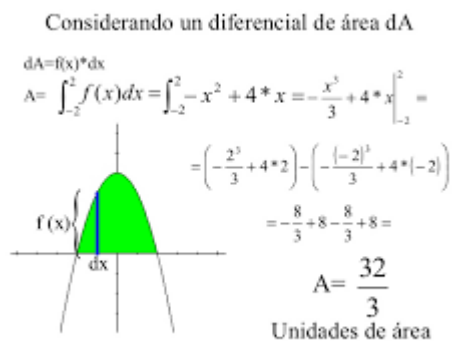
El área bajo la curva formada por el trazo de la función $f(x)$ y el eje x se puede obtener aproximadamente, dibujando rectángulos de anchura finita y altura f igual al valor de la función en el centro del intervalo, La aproximación al valor del área bajo una curva puede mejorarse tomando rectángulos de aproximación mas estrechos. La idea de la integral es incrementar el número de rectángulos N hacia el infinito, tomando el límite cuando el

ancho del rectángulo tiende a cero, Cualquier variable física continua puede ser "troceada" en incrementos infinitesimales (elementos diferenciales) de modo que, la suma del producto de ese "ancho" por el valor de la función se acerca a una suma infinita. La integral es una herramienta poderosa para modelar problemas físicos que impliquen cantidades que varíen continuamente

CONCLUSION

Gracias al aporte del prestigio matemático alemán bernard Riemann podemos hallar el área bajo la curva de una función determinada o diferenciar del área bajo la curva de una función determinada o diferenciar de área entre la curva y el eje x en un intervalo determinado

EJEMPLO EN IMAGEN



1.5 SUMAS DE RIEMAN

DESARROLLO

Una suma de Riemann es una aproximación del área bajo la curva, al dividirla en varias formas simples (tales como rectángulos o trapecios). En una suma de Riemann derecha la altura de cada rectángulo es igual al valor de la función en el extremo derecho de su base.

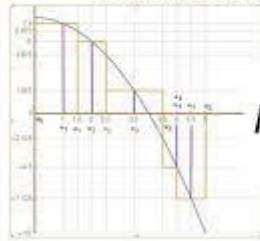
En una suma de Riemann de punto medio la altura de cada rectángulo es igual al valor de la función en el punto medio de su base. Podemos también usar trapecios para aproximar el área (esto se llama regla del trapecio). En este caso, cada trapecio toca la curva en sus dos vértices superiores. Para cada tipo de aproximación, mientras más formas usemos más cercana será la aproximación al área real.

CONCLUSION

Las referencias difieren en este punto, pero nosotros llamamos suma de Riemann a cualquier aproximación que use rectángulos y suma trapezoidal a cualquier aproximación que use trapecios.

EJEMPLO EN IMAGEN

Explicación y Ejemplo Sumas de Riemann



$$R_P = \sum_{k=1}^n f(w_k) \Delta x_k$$

1.6 INTEGRAL DEFINIDA

DESARROLLO

La integral definida es un concepto utilizado para determinar el valor de las áreas limitadas por curvas y rectas. La integral definida es un número que no depende de x . Se puede utilizar cualquier letra en lugar de x sin que cambie el valor de la integral.

Aunque esta definición básicamente tiene su motivación en el problema de cálculo de áreas, se aplica para muchas otras situaciones. La definición de la integral definida es válida aún cuando $f(x)$ tome valores negativos (es decir cuando la gráfica se encuentre debajo del eje x). Sin embargo, en este caso el número resultante no es el área entre la gráfica y el eje x .

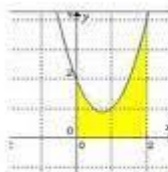
CONCLUSION

De lo expuesto anteriormente se concluye para cualquier curva, el área comprendida entre ella, el eje x y las rectas levantadas sobre los puntos a y b del eje x , con la condición de que para cualquier otro punto x situado entre a y b sea del mismo signo, es la Integral Definida entre los puntos a y b .

EJEMPLO EN IMAGEN

Integral Como Área debajo de una curva:

$$\text{Sea: } f(x) = x^2 - 3x + 2$$



Integrando:

$$\int_0^2 (x^2 - 3x + 2) dx =$$

Por el teorema Fundamental del Cálculo:

$$\left[\frac{2x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + 2x \right]_0^2 =$$

$$= \left(\frac{16}{3} - \frac{12}{2} + 4 \right) - (0 - 0 + 0) = \frac{10}{3}$$

1.7 TEOREMA FUNDAMENTE DEL CALCULO

DESARROLLO

El teorema fundamental del cálculo consiste (intuitivamente) en la afirmación de que la derivación e integración de una función son operaciones inversas. Esto significa que toda función continua integrable verifica que la integral de su derivada es igual a ella misma

El Teorema Fundamental del Cálculo Integral nos muestra que $F(x)$ es precisamente el área limitada por la gráfica de una función continua $f(x)$. A cada punto c en $[a, b]$ se le hace corresponder el área T_c El Teorema Fundamental afirma que ambos procesos son inversos el uno del otro

CONCLUSION

El teorema fundamental del cálculo consiste (intuitivamente) en la afirmación de que la derivación e integración de una función son operaciones inversas. Esto significa que toda función continua integrable verifica que la derivada de su integral es igual a ella misma

EJEMPLO EN IMAGEN

EJERCICIOS DEL TEOREMA FUNDAMENTAL DEL CÁLCULO

$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a) \rightarrow$$
$$\int_2^5 3x^2 dx = x^3 \Big|_2^5 = F(5) - F(2) = (5)^3 - (2)^3 = 125 - 8 = 117 U^2$$
$$\int_{-2}^2 (2x^4 + 3) dx = F(2) - F(-2) = \left[\frac{2}{5}x^5 + 3x \right]_{-2}^2 =$$
$$\frac{2}{5}2^5 + 3 \cdot 2 - \left(\frac{2}{5}(-2)^5 + 3 \cdot (-2) \right) = \frac{64}{5} + 6 + \frac{64}{5} + 6 = \frac{128}{5} U^2$$

BIBLIOGRAFIA

Para la redacción de este artículo se consultó la monografía señalada al inicio; así como una propuesta metodológica de I.

SUVOROV, publicada en su obra CURSO DE MATEMATICAS SUPERIORES.

Atentamente,

Autor:

Gustavo Yanes Yanes