ENSAYO

MATEMATICAS APLICADA

12 DE MARZO DE 2021

JUAN JOSE OJEDA TRUJILLO
CITLALI LOPEZ JIMENEZ

INTRODUCCION

EN ESTE ENSAYO SE ELABORA PARA TENER UN MEJOR CONOCIEMIENTO ALO QUE SE DA DE ENTENDER EN CADA UNO DE LOS TEMAS

EN MATEMATICAS, LA DERIVADA DE UNA FUNCION ES UNA MEDIDA DE LA RAPIDEZ CON LA QUE CAMBIA EL VALOR DE DICHA FUNCION MATEMATICA.LA DERIVADA DE UNA FUNCION ES UN CONCEPTO LOCAL, OSEA QUE SE CALCULA COMO EL LIMITE DE LA RAPIDEZ DE CAMBIO DE LA FUNCION EN UN CIERTO I NTERVALO.

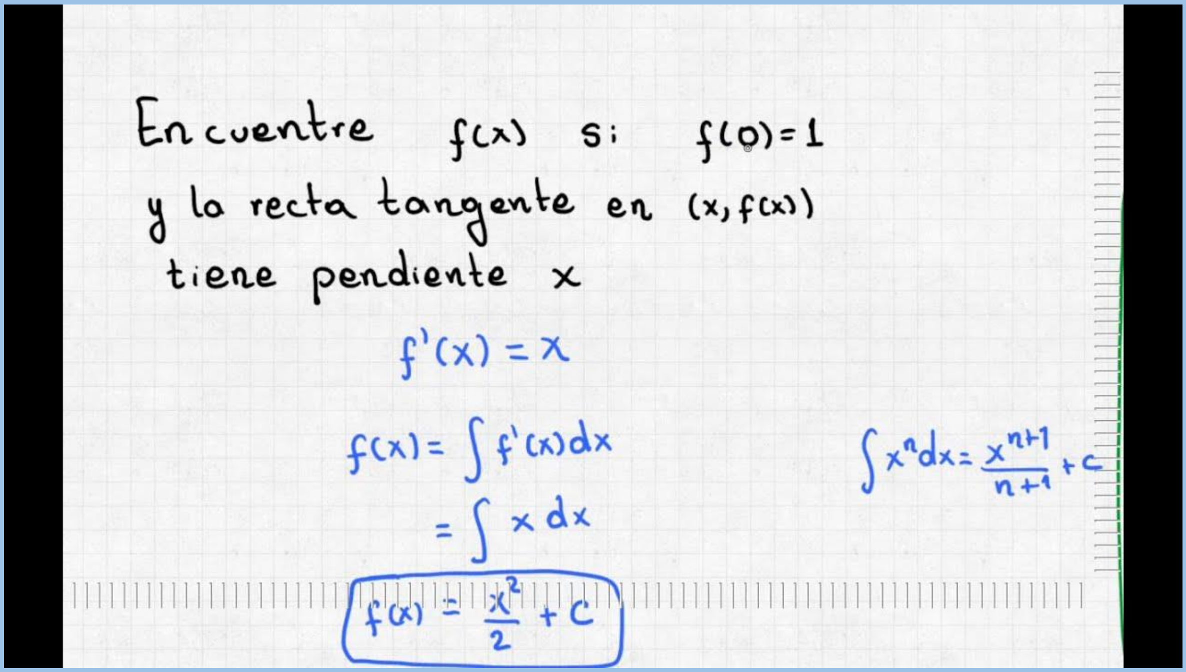
LA DERIVADA DE UNA FUNCION (F) EN UN PUNTO (X) SE DENOTA COMO F'(X). FUNCION CUYO VALOR EN CADA PUNTO (X) EN ESTA FUNCION ES LA LLAMADA FUNCION DERIVADA DE (F) DENOTADA POR (F'(X)).

1.1 ANTIDERIVADAS

Una antiderivada es una función matemática que se obtiene del proceso opuesto a la derivación. la idea de antiderivada. Se denomina antiderivada de una función f(x) a la función F(x)+C, donde C se constituye como una constante. De este modo, al derivar F(x)+C, obtenemos f(x). Por eso la función F(x) es antiderivada de la función f(x),

En cálculo , una antiderivada , derivada inversa , función primitiva , integral primitiva o integral indefinida de una función es una función diferenciable F cuya derivada es igual a la función original f . Esto puede expresarse simbólicamente como F ' = f . El proceso de resolución de antiderivadas se llama antidiferenciación (o integración indefinida), y su operación opuesta se llama diferenciación , que es el proceso de encontrar una derivada. Antiderivadas a menudo se denotan por capitales letras romanas tales como F y G . las antiderivadas se relacionan con integrales definidas a través del teorema fundamental del cálculo : la integral definida de una función sobre un intervalo es igual a la diferencia entre los valores de una antiderivada evaluada en los puntos finales del intervalo.

EJEMPLOS



1.2.- INTEGRAL INDEFINIDA

La integral indefinida es el conjunto de las infinitas primitivas que puede tener una función, La integral de una suma de funciones es igual a la suma de las integrales de esas funciones, La integral del producto de una constante por una función es igual a la constante por la integral de la función. Se representa por \int f(x) dx .

Se lee : integral de f de x diferencial de x.

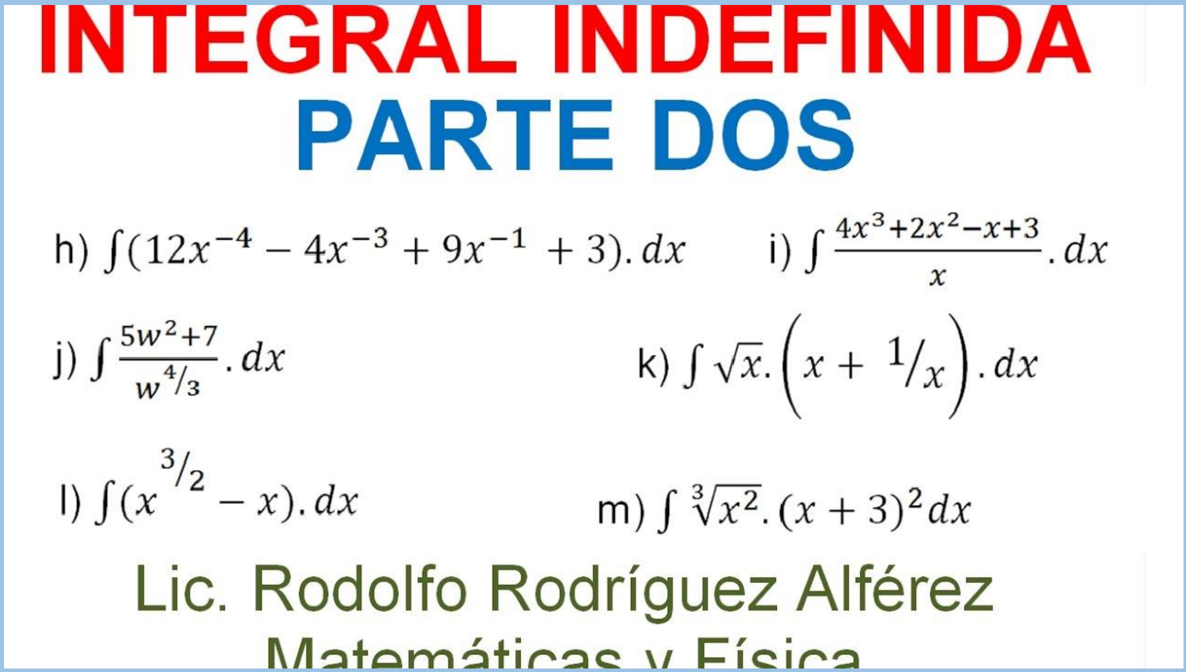
\int es el signo de integración.f(x) es el integrando o función a integrar.

dx es diferencial de x, e indica cuál es la variable de la función que se integra.C es la constante de integración y puede tomar cualquier valor numérico real.Si F(x) es una primitiva de f(x) entonces: \int f(x)dx=F(x)+C Para comprobar que la primitiva de una función es correcta basta con derivar

integrar es el proceso recíproco de derivar, es decir, dada una función f(x), busca aquellas funciones F(x) que al ser derivadas conducen a f(x).

Se dice, entonces, que F(x) es una primitiva o antiderivada de f(x); dicho de otro modo las primitivas de f(x) son las funciones derivables F(x) tales

EJEMPLO



1.3.- MÉTODO DE CAMBIO DE VARIABLE

El método de integración por sustitución o cambio de variable se basa en la derivada de la función compuesta.

Para cambiar de variable identificamos una parte de lo que se va a integrar con una nueva variable t, de modo que se obtenga una integral más sencilla.

El método de integración por sustitución o cambio de variable se basa en la derivada de la función compuesta. Para cambiar de variable identificamos una parte de lo que se va a integrar con una nueva variable t, de modo que se obtenga una integral más sencilla

El método consiste en sustituir el integrando o parte de éste por otra función para que la expresión resultante sea más fácil de integrar. Si escogemos un cambio de variable de modo que al aplicarlo obtenemos en el integrando una función multiplicada por su derivada, la integral será inmediata. Pero en ocasiones un cambio mal escogido puede complicar más la integral.

EJEMPLO

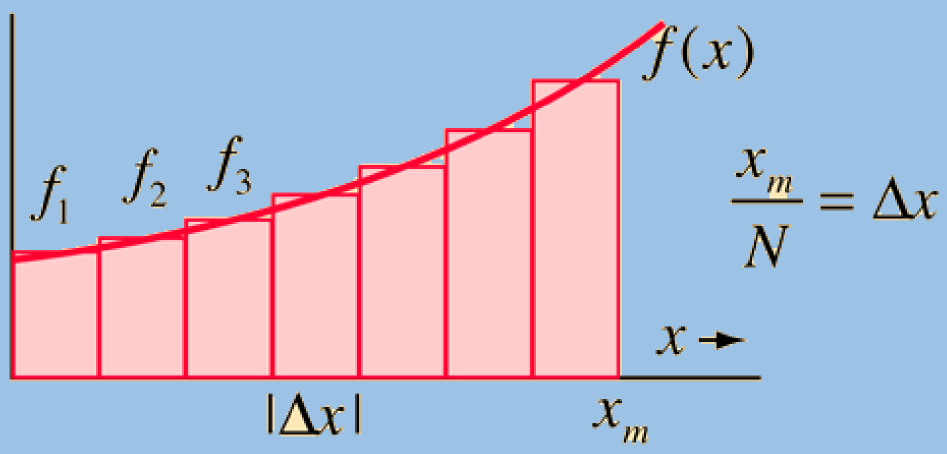
$$\int \frac{\cos(x)}{2-3\sin(x)}\,dx =$$

$$= \int \frac{\sqrt{1-z^2}}{2-3z} \cdot \frac{1}{\sqrt{1-z^2}}\,dz =$$

$$= \int \frac{1}{2-3z}\,dz$$

1.4.- ÁREA BAJO UNA CURVA

La formulación del área bajo una curva es el primer paso para desarrollar el concepto de integral. El área bajo la curva formada por el trazo de la función f(x) y el eje x se puede obtener aproximadamente, dibujando rectángulos de anchura finita y altura f igual al valor de la función en el centro del intervalo.



El área bajo la curva formada por el trazo de la función f(x) y el eje x se puede obtener aproximadamente, dibujando rectángulos de anchura finita y altura f igual al valor de la función en el centro del intervalo, La aproximación al valor del área bajo una curva puede mejorarse tomando rectángulos de aproximación mas estrechos. La idea de la integral es incrementar el número de rectángulos N hacia el infinito, tomando el límite cuando el ancho del rectángulo tiende a cero, Cualquier variable física continua puede ser "troceada" en incrementos infinitesimales (elementos diferenciales) de modo que, la suma del producto de ese "ancho" por el valor de la función se acerca a una suma infinita. La integral es una herramienta poderosa para modelar problemas físicos que impliquen cantidades que varíen continuamente

Por esta razón, cuando no distinguimos cuando $f(x)$ cambia de signo en un intervalo, hablamos del *área con signo.*

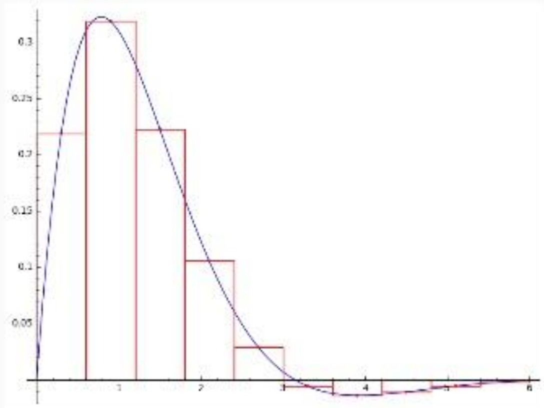


Figura 1.3: Aproximación de área bajo la curva

UNIVERSIDAD PANAMERICANA

15

1.5.- SUMAS DE RIEMANN

Una suma de Riemann es una aproximación del área bajo la curva, al dividirla en varias formas simples (tales como rectángulos o trapecios).

En una suma de Riemann izquierda aproximamos el área con rectángulos (normalmente de ancho igual), donde la altura de cada rectángulo es igual al valor de la función en el extremo izquierdo de su base.

En una suma de Riemann derecha la altura de cada rectángulo es igual al valor de la función en el extremo derecho de su base.

En una suma de Riemann de punto medio la altura de cada rectángulo es igual al valor de la función en el punto medio de su base.

En la gráfica de la función, la región por abajo de la curva está dividida en 4 rectángulos con el mismo ancho que tocan la curva en los puntos medios de los lados superiores.

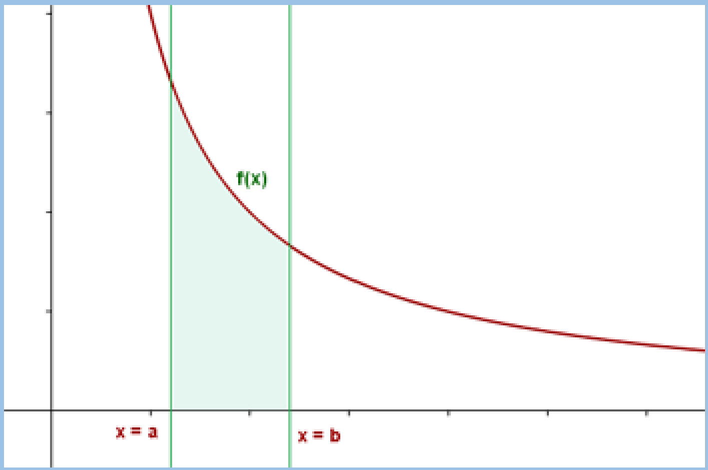
- Cuando es una constante $C\sum_{k=1}^{n} 1 = Cn$
- Cuando es k $\sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2}$
- Cuando es k^2 $\sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$
- Cuando es k^3 $\sum_{k=1}^{n} k^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$
- Cuando es k^4 $\sum_{k=1}^{n} k^4 = \frac{n(n+1)(6n^3+9n^2+n-1)}{30}$

1.6.- INTEGRAL DEFINIDA

La integral definida es un concepto utilizado para determinar el valor de las áreas limitadas por curvas y rectas. La integral definida es un número que no depende de x. Se puede utilizar cualquier letra en lugar de x sin que cambie el valor de la integral.

Aunque esta definición básicamente tiene su motivación en el problema de cálculo de áreas, se aplica para muchas otras situaciones. La definición de la integral definida es válida aún cuando f(x) tome valores negativos (es decir cuando la gráfica se encuentre debajo del eje x). Sin embargo, en este caso el número resultante no es el área entre la gráfica y el eje x.

Dada una función f(x) y un intervalo \left [a,b \right], la integral definida es igual al área limitada entre la gráfica de f(x), el eje de abscisas, y las rectas verticales x = a y x = b.

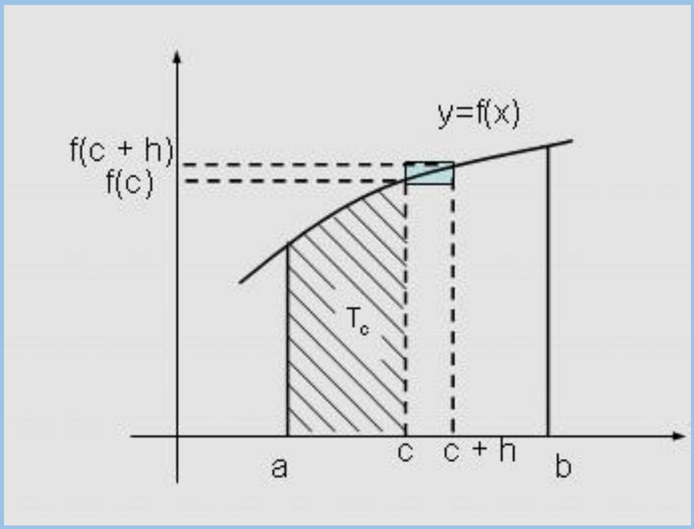


La integral definida se representa por f /x/ dx

1.7.- TEOREMA FUNDAMENTAL DEL CÁLCULO

El teorema fundamental del cálculo consiste (intuitivamente) en la afirmación de que la derivación e integración de una función son operaciones inversas. Esto significa que toda función continua integrable verifica que la derivada de su integral es igual a ella misma. Este teorema es central en la rama de las matemáticas denominada análisis matemático o cálculo.

El Teorema Fundamental del Cálculo proporciona un método abreviado para calcular integrales definidas, sin necesidad de tener que calcular los límites de las sumas de Riemann.



BIBLIOGRAFIA

Para la redacción de este artículo se consultó la monografía señalada al inicio; así como una propuesta metodológica de I.

SUVOROV, publicada en su obra CURSO DE MATEMATICAS SUPERIORES.

Atentamente,

Autor:

Gustavo Yanes