Nombre del alumno: Karol Sherlyn Pérez Pérez.

Nombre del profesor: Juan José Ojeda.

Nombre del trabajo: Investigación de la unidad.

Materia: Matemáticas Administrativas.

Grado: 2º cuatrimestre.

Comitán de Domínguez Chiapas a 09 de abril del 2021.

Operaciones de matrices

Adición y sustracción de matrices

Para la suma de dos matrices del mismo orden, A y B, define la suma como otra matriz, C, mismo orden que las matrices sumando cuyos elementos se obtienen sumando a cada elemento de la primera matriz, A, el correspondiente elemento de la segunda matriz sumando, B:

$$A = \begin{pmatrix} 7 & 3 & 0 \\ -1 & 2/3 & 3 \\ 0 & 3 & 4 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 0 & 1/3 & 5 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A + B = \begin{pmatrix} 7 & 3 & 0 \\ -1 & 2/3 & 3 \\ 0 & 3 & 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 0 & 1/3 & 5 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7+2 & 3+(-1) & 0+0 \\ -1+0 & (2/3)+(1/3) & 3+5 \\ 0+2 & 3+3 & 4+1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & 2 & 0 \\ -1 & 1 & 8 \\ 2 & 6 & 5 \end{pmatrix}$$

La resta de dos matrices del mismo orden A y B, se define como la suma de A más la matriz opuesta de B, por lo que resultará ser otra matriz del mismo orden, D, cuyos elementos se obtienen derestar a cada elemento de la primera matriz A (minuendo) el elemento correspondiente de la matriz que resta, B (sustraendo).

$$A - B = \begin{pmatrix} 7 & 3 & 0 \\ -1 & 2/3 & 3 \\ 0 & 3 & 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 0 & 1/3 & 5 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7-2 & 3-(-1) & 0-0 \\ -1-0 & (2/3)-(1/3) & 3-5 \\ 0-2 & 3-3 & 4-1 \end{pmatrix} =$$
$$= \begin{pmatrix} 5 & 4 & 0 \\ -1 & 1/3 & -2 \\ -2 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

Producto de matrices

Dada la matriz A es la dimensión m x n y una matriz B de dimensión n x p, se define el producto A por B, como una tercer matriz C, con una dimensión m x p, cuyo elemento cij es producto escalar del i-esimo renglón por la jesima columna de matrices A y B respectivamente..

Conocer el concepto de la matriz transpuesta y estudiar las propiedades básicas de la

$$A = \begin{pmatrix} 7 & 3 & 0 \\ -1 & 2/3 & 3 \\ 0 & 3 & 4 \end{pmatrix}; \ \alpha = -2$$

$$\alpha \cdot A = -2 \cdot \begin{pmatrix} 7 & 3 & 0 \\ -1 & 2/3 & 3 \\ 0 & 3 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (-2)\cdot 7 & (-2)\cdot 3 & (-2)\cdot 0 \\ (-2)\cdot(-1) & (-2)\cdot(2/3) & (-2)\cdot 3 \\ (-2)\cdot 0 & (-2)\cdot 3 & (-2)\cdot 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -14 & -6 & 0 \\ 2 & -4/3 & -6 \\ 0 & -6 & -8 \end{pmatrix}$$

Transpuesta de una matriz

Operación A → A^t> que transforma cada matriz en su transpuesta, es la suma de dos matrices

$$A=\begin{pmatrix}2&3\\0&1\\1&2\end{pmatrix};\ B=\begin{pmatrix}-2&0\\2&-1\\0&0\end{pmatrix}$$

$$A+B=\begin{pmatrix}2&3\\0&1\\1&2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}-2&0\\2&-1\\0&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2-2&3+0\\0+2&1-1\\1+0&2+0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&3\\2&0\\1&2\end{pmatrix}$$

$$(A+B)^t=\begin{pmatrix}0&3\\2&0\\1&2\end{pmatrix}^t=\begin{pmatrix}0&2&1\\3&0&2\end{pmatrix}$$

$$A=\begin{pmatrix}2&3\\0&1\\1&2\end{pmatrix}\Rightarrow A^t=\begin{pmatrix}2&0&1\\3&1&2\end{pmatrix};B=\begin{pmatrix}-2&0\\2&-1\\0&0\end{pmatrix}\Rightarrow B^t=\begin{pmatrix}-2&2&0\\0&-1&0\end{pmatrix}$$

$$A^t+B^t=\begin{pmatrix}2&0&1\\3&1&2\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}-2&2&0\\0&-1&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2-2&0+2&1+0\\3+0&1-1&2+0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&2&1\\3&0&2\end{pmatrix}$$

Matrices particionadas

Una matriz particionada es una matriz de matrices, ésta puede representar divisiones reales o imaginarias dentro de una matriz.

$$A=\left(\begin{array}{ccc|cc|c}3&0&-1&5&9&-2\\-5&2&4&0&-3&1\\\hline-8&-6&3&1&7&-4\end{array}\right)=\left(\begin{array}{c|c|c}A_{11}&A_{12}&A_{13}\\\hline A_{21}&A_{22}&A_{23}\end{array}\right)$$

$A\in\mathcal{M}_{3x6}$

$A_{11}\in\mathcal{M}_{2x3},\quad A_{12}\in\mathcal{M}_{2x2},\quad A_{13}\in\mathcal{M}_{2x1}$

$A_{21}\in\mathcal{M}_{1x3},\quad A_{22}\in\mathcal{M}_{1x2},\quad A_{23}\in\mathcal{M}_{1x1}$

Determinante de una matriz

Dada la matriz A_{33} se define su determinante det (A) o IAI igual a un escalar, d ela siguiente forma:

$$\begin{vmatrix}a_{11}&a_{12}&a_{13}\\a_{21}&a_{22}&a_{23}\\a_{31}&a_{32}&a_{33}\end{vmatrix}=a_{11}a_{22}a_{33}-a_{11}a_{32}a_{23}+a_{21}a_{32}a_{13}-a_{21}a_{12}a_{33}+a_{31}a_{12}a_{23}-a_{31}a_{22}a_{13}$$

$$\text{Menor de } a_{23}=\begin{vmatrix}a_{11}&a_{12}\\a_{31}&a_{32}\end{vmatrix}\quad\begin{vmatrix}a_{11}&a_{12}&a_{13}\\a_{21}&a_{22}&a_{23}\\a_{31}&a_{32}&a_{33}\end{vmatrix}$$

Por lo general las eliminaciones se hacen mentalmente.

$$\text{Menor de } a_{32}=\begin{vmatrix}a_{11}&a_{13}\\a_{21}&a_{23}\end{vmatrix}\quad\begin{vmatrix}a_{11}&a_{12}&a_{13}\\a_{21}&a_{22}&a_{23}\\a_{31}&a_{32}&a_{33}\end{vmatrix}$$

$$\text{Cofactor de } a_{ij}=(-1)^{i+j}\,(\text{Menor de } a_{ij})$$

Ejemplo:

$$(A)\ \begin{vmatrix}2&-2&0\\-3&1&2\\1&-3&-1\end{vmatrix}=a_{11}\begin{pmatrix}\text{Cofactor}\\\text{de } a_{11}\end{pmatrix}+a_{12}\begin{pmatrix}\text{Cofactor}\\\text{de } a_{12}\end{pmatrix}+a_{13}\begin{pmatrix}\text{Cofactor}\\\text{de } a_{13}\end{pmatrix}$$

$$=2\left((-1)^{1+1}\begin{vmatrix}1&2\\-3&-1\end{vmatrix}\right)+(-2)\left((-1)^{1+2}\begin{vmatrix}-3&2\\1&-1\end{vmatrix}\right)+0$$

$$=(2)(1)[(1)(-1)-(-3)(2)]+(-2)(-1)[(-3)(-1)-(1)(2)]$$

$$=(2)(5)+(2)(1)=12$$

Inversa de una matriz

La matriz inversa de una matriz cuadrada es otra matriz cuyo producto por la primera es igual a la matriz unidad o identidad:

$$A \cdot A^{-1} = I$$

Para obtener la matriz inversa A^{-1} de una matriz A se utiliza la matriz adjunta:

$$A^{-1} = \frac{\mathrm{Adj}(A^t)}{|A|}$$

Ejemplo:

$$\overset{M}{\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}} \overset{M^{-1}}{\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}} = \overset{I}{\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}}$$

$$\begin{bmatrix} (2a+3b) & (2c+3d) \\ (a+2b) & (c+2d) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$2a + 3b = 1 \qquad 2c + 3d = 0$$

$$a + 2b = 0 \qquad c + 2d = 1$$

Resolviendo el sistema anterior tenemos: $a = 2, b = -1, c = -3$ y $d = 2.$

$$M^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

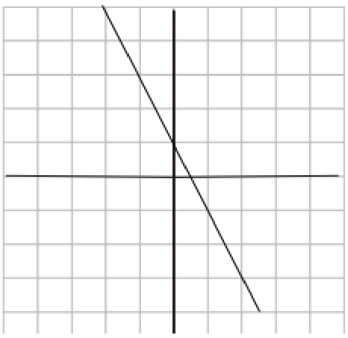
Ecuaciones lineales

ax + by = c donde a, b, y c son números (coeficientes) y las incógnitas son x e y. Gráficamente representa una recta en el plano.

Representa la recta 2x + y = 1 Para representar una recta en el plano 1º Despejamos y. y = -2x + 1 2º Hacemos una tabla de valores dando los valores que queramos a la x.

x	-2	-1	0	1	2
y	5	3	1	-1	-3

3º Representamos los puntos en el plano y los unimos.



Método de sustitución

1. Se despeja una incógnita de una ecuación (la que te parezca más fácil de despejar)
2. Se sustituye en la otra ecuación, quedando una ecuación de primer grado.
3. Se resuelve la ecuación.
4. El valor obtenido para la incógnita lo sustituyes en una de las ecuaciones y operando sacas la otra.

Ejemplo 1

$$\begin{cases} x + y = 2 \\ 2x + y = 5 \end{cases}$$

1º Despejo por ejemplo la x de la primera ecuación:	x = 2 – y
2º Sustituyo	2(2 - y) + y = 5
3º Resuelvo la ecuación	4 - 2y + y = 5 -y = 5 – 4 y = -1
4º Sustituyo el valor obtenido en una ecuación	x + (-1) = 2 x -1 = 2 x = 3
O bien sustituyes en la ecuación del primer paso	x = 2 – (-1) x = 3

$\boxed{\text{Solución} \quad (x = 3 ,\ y = -1)}$

Si quieres comprobar que la solución es correcta la sustituyes en las ecuaciones iniciales:
3-1 = 2 , 2 = 2 es correcto
2·3-1 = 5 , 6-1 = 5, 5 = 5 es correcto.

Gráficamente las dos rectas se cortan en el punto (3,-1)

Método de igualación

1. Se despeja la misma incógnita de las dos ecuaciones (la que te parezca más fácil de despejar)

2. Se igualan las expresiones quedando una ecuación con una incógnita

3. Se resuelve la ecuación.

4. El valor obtenido para la incógnita lo sustituyes en una de las ecuaciones y operando sacas la otra. También se puede sustituir en una de las dos ecuaciones obtenidas en el punto 1.

Ejemplo 1

$$\begin{cases} x + y = 2 \\ 2x + y = 5 \end{cases}$$

1º Despejo por ejemplo la y de las dos ecuaciones:	y = 2 – x y = 5 – 2x
2º Igualo	2 - x = 5 – 2x
3º Resuelvo la ecuación	- x + 2x = 5 - 2 x = 3
4º Sustituyo el valor obtenido en una ecuación	3 + y = 2 y = 2 - 3 y = -1
O bien sustituyes en la ecuación del primer paso	y = 2 – 3 y = -1

$\boxed{\text{Solución} \quad (x = 3 ,\ y = -1)}$