2021

INVESTIGACION

Mi Universidad

Ana Xasill Morales Hernande

FISICA

07/04/2021

¿Qué es el Principio de Pascal?

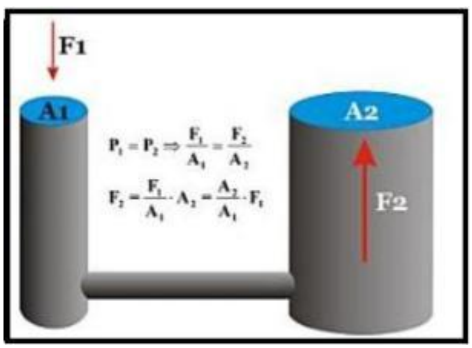
Es una ley enunciada por el físico y matemático francés Blaise Pascal (1623–1662) que se resume en la frase:

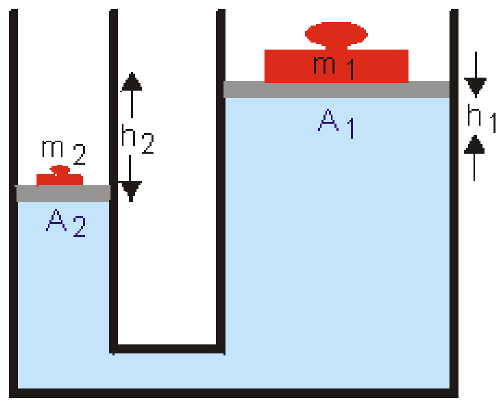
*La **presión** ejercida sobre un **fluido** poco compresible y en equilibrio dentro de un recipiente de paredes indeformables se transmite con igual intensidad en todas las direcciones y en todos los puntos del fluido.*

El principio de Pascal puede comprobarse utilizando una esfera hueca, perforada en diferentes lugares y provista de un émbolo. Al llenar la esfera con agua y ejercer presión sobre ella mediante el émbolo, se observa que el agua sale por todos los agujeros con la misma velocidad y por lo tanto con la misma presión.

La prensa hidráulica es una máquina compleja que permite amplificar las fuerzas y constituye el fundamento de elevadores, prensas hidráulicas, frenos y muchos otros dispositivos hidráulicos.

La prensa hidráulica constituye la aplicación fundamental del principio de Pascal y también un dispositivo que permite entender mejor su significado. Consiste, en esencia, en dos cilindros de diferente sección comunicados entre sí, y cuyo interior está completamente lleno de un líquido que puede ser **agua** o **aceite**. Dos **émbolos** de secciones diferentes se ajustan, respectivamente, en cada uno de los dos cilindros, de modo que estén en contacto con el líquido. Cuando sobre el émbolo de menor sección A_1 se ejerce una fuerza F_1 la presión p_1 que se origina en el líquido en contacto con él se transmite íntegramente y de forma casi instantánea a todo el resto del líquido. Por el principio de Pascal esta presión será igual a la presión p_2 que ejerce el fluido en la sección A_2, es decir:





Presión

La presión es la magnitud escalar que relaciona la fuerza con la superficie sobre la cual actúa, es decir, equivale a la fuerza que actúa sobre la superficie. Cuando sobre una superficie plana de área *A* se aplica una fuerza normal *F* de manera uniforme, la presión *P* viene dada de la siguiente forma:

$$p = \frac{F}{A}$$

En un caso general donde la fuerza puede tener cualquier dirección y no estar distribuida uniformemente en cada punto la presión se define como:

$$p = \frac{d\mathbf{F}_A}{dA} \cdot \mathbf{n}$$

Donde **n** es un vector unitario y normal a la superficie en el punto donde se pretende medir la presión. La definición anterior puede escribirse también como:

$$p = \frac{d}{dA}\int_S \mathbf{f}\cdot\mathbf{n}\, dS$$

donde:

- , es la fuerza por unidad de superficie.
- , es el vector normal a la superficie.
- , es el área total de la superficie *S*.

Presión absoluta y relativa

En determinadas aplicaciones la presión se mide no como la presión absoluta sino como la presión por encima de la presión atmosférica, denominándose **presión relativa**, **presión normal**, **presión de gauge** o **presión manométrica**.

Consecuentemente, la presión absoluta es la presión atmosférica (P_a) más la presión manométrica (P_m) (presión que se mide con el manómetro).

$$P_{ab} = P_a + P_m$$

Presión hidrostática e hidrodinámica

En un fluido en movimiento la presión hidrostática puede diferir de la llamada presión hidrodinámica por lo que debe especificarse a cual de las dos se está refiriendo una cierta medida de presión.

Presión de un gas

En el marco de la teoría cinética la presión de un gas es explicada como el resultado macroscópico de las fuerzas implicadas por las colisiones de las moléculas del gas con las paredes del contenedor. La presión puede definirse por lo tanto haciendo referencia a las propiedades microscópicas del gas:

Para un gas ideal con *N* moléculas, cada una de masa *m* y moviéndose con una velocidad aleatoria promedio $\mathbf{v}_{rms}$ contenido en un volumen cúbico *V* las partículas del gas impactan con las paredes del recipiente de una manera que puede calcularse de manera estadística intercambiando momento lineal con las paredes en cada choque y efectuando una fuerza neta por unidad de área que es la presión ejercida por el gas sobre la superficie sólida.

La presión puede calcularse entonces como

formula para un gas ideal

$$P = \frac{Nmv_{rms}^2}{3V}$$

Este resultado es interesante y significativo no sólo por ofrecer una forma de calcular la presión de un gas sino porque relaciona una variable macroscópica observable, la presión, con la energía cinética promedio por molécula, $1/2\ mv_{rms}^2$, que es una magnitud microscópica no observable directamente. Nótese que el producto de la presión por el volumen del recipiente es dos tercios de la energía cinética total de las moléculas de gas contenidas

Propiedades de la presión en un medio fluido

Manómetro.

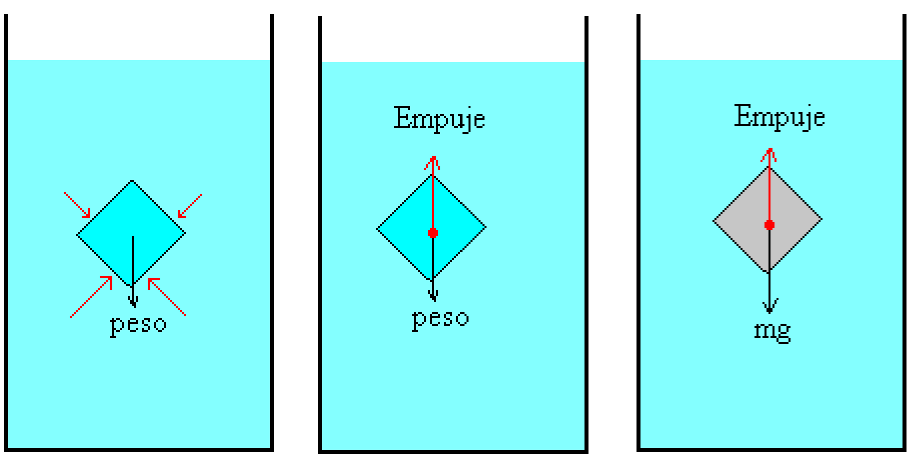
1. La fuerza asociada a la presión en un fluido ordinario en reposo se dirige siempre hacia el exterior del fluido, por lo que debido al principio de acción y reacción, resulta en una compresión para el fluido, jamás una tracción.
2. La superficie libre de un líquido en reposo (y situado en un campo gravitatorio constante) es siempre horizontal. Eso es cierto sólo en la superficie de la Tierra y a simple vista, debido a la acción de la gravedad constante. Si no hay acciones gravitatorias, la superficie de un fluido es esférica y, por tanto, no horizontal.
3. En los fluidos en reposo, un punto cualquiera de una masa líquida está sometida a una presión que es función únicamente de la profundidad a la que se encuentra el punto. Otro punto a la misma profundidad, tendrá la misma presión. A la superficie imaginaria que pasa por ambos puntos se llama superficie equipotencial de presión o superficie isobárica.

Principio de Arquímedes

El principio de Arquímedes afirma que todo cuerpo sumergido en un fluido experimenta un empuje vertical y hacia arriba igual al peso de fluido desalojado.

La explicación del principio de Arquímedes consta de dos partes como se indica en la figuras:

1. El estudio de las fuerzas sobre una porción de fluido en equilibrio con el resto del fluido.
2. La sustitución de dicha porción de fluido por un cuerpo sólido de la misma forma y dimensiones.



Porción de fluido en equilibrio con el resto del fluido.

Consideremos, en primer lugar, las fuerzas sobre una porción de fluido en equilibrio con el resto de fluido. La fuerza que ejerce la presión del fluido sobre la superficie de separación es igual a $p\cdot dS$, donde p solamente depende de la profundidad y dS es un elemento de superficie.

Puesto que la porción de fluido se encuentra en equilibrio, la resultante de las fuerzas debidas a la presión se debe anular con el peso de dicha porción de fluido. A esta resultante la denominamos empuje y su punto de aplicación es el centro de masa de la porción de fluido, denominado centro de empuje.

De este modo, para una porción de fluido en equilibrio con el resto, se cumple

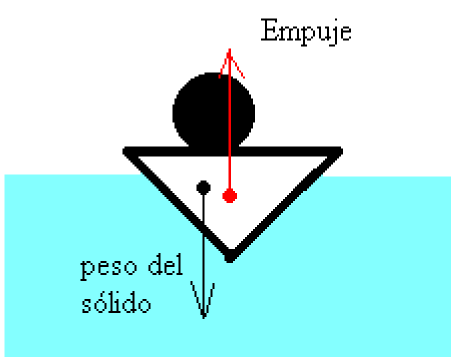
$Empuje=peso=r_f\cdot gV$

El peso de la porción de fluido es igual al producto de la densidad del fluido r_f por la aceleración de la gravedad g y por el volumen de dicha porción V.

Se sustituye la porción de fluido por un cuerpo sólido de la misma forma y dimensiones.

Si sustituimos la porción de fluido por un cuerpo sólido de la misma forma y dimensiones. Las fuerzas debidas a la presión no cambian, por tanto, su resultante que hemos denominado empuje es la misma y actúa en el mismo punto, denominado centro de empuje.

Lo que cambia es el peso del cuerpo sólido y su punto de aplicación que es el centro de masa, que puede o no coincidir con el centro de empuje.

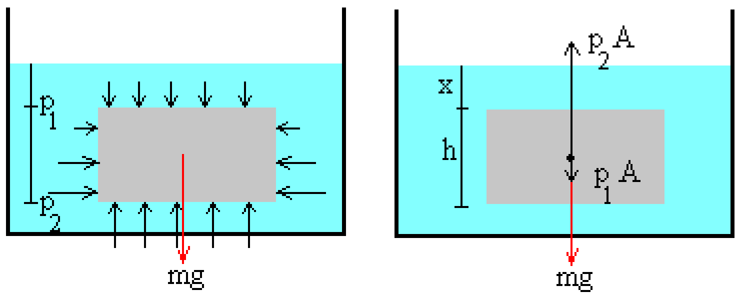


Por tanto, sobre el cuerpo actúan dos fuerzas: el empuje y el peso del cuerpo, que no tienen en principio el mismo valor ni están aplicadas en el mismo punto.

En los casos más simples, supondremos que el sólido y el fluido son homogéneos y por tanto, coinciden el centro de masa del cuerpo con el centro de empuje.

Ejemplo:

Supongamos un cuerpo sumergido de densidad ρ rodeado por un fluido de densidad ρ_f. El área de la base del cuerpo es A y su altura h.



La presión debida al fluido sobre la base superior es $p_1= \rho_f gx$, y la presión debida al fluido en la base inferior es $p_2= \rho_f g(x+h)$. La presión sobre la superficie lateral es variable y depende de la altura, está comprendida entre p_1 y p_2.

Las fuerzas debidas a la presión del fluido sobre la superficie lateral se anulan. Las otras fuerzas sobre el cuerpo son las siguientes:

- Peso del cuerpo, *mg*
- Fuerza debida a la presión sobre la base superior, $p_1 \cdot A$
- Fuerza debida a la presión sobre la base inferior, $p_2 \cdot A$

En el equilibrio tendremos que

$mg+p_1 \cdot A= p_2 \cdot A$
$mg+\rho_f gx \cdot A= \rho_f g(x+h) \cdot A$

o bien,

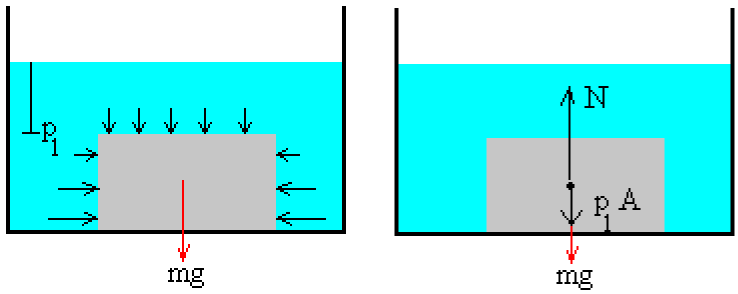
$mg=\rho_f h \cdot Ag$

Como la presión en la cara inferior del cuerpo p_2 es mayor que la presión en la cara superior p_1, la diferencia es $\rho_f gh$. El resultado es una fuerza hacia arriba $\rho_f gh \cdot A$ sobre el cuerpo debida al fluido que le rodea.

Como vemos, la fuerza de empuje tiene su origen en la diferencia de presión entre la parte superior y la parte inferior del cuerpo sumergido en el fluido.

Con esta explicación surge un problema interesante y debatido. Supongamos que un cuerpo de base plana (cilíndrico o en forma de paralepípedo) cuya densidad es mayor que la del fluido, descansa en el fondo del recipiente.

Si no hay fluido entre el cuerpo y el fondo del recipiente ¿desaparece la fuerza de empuje?, tal como se muestra en la figura



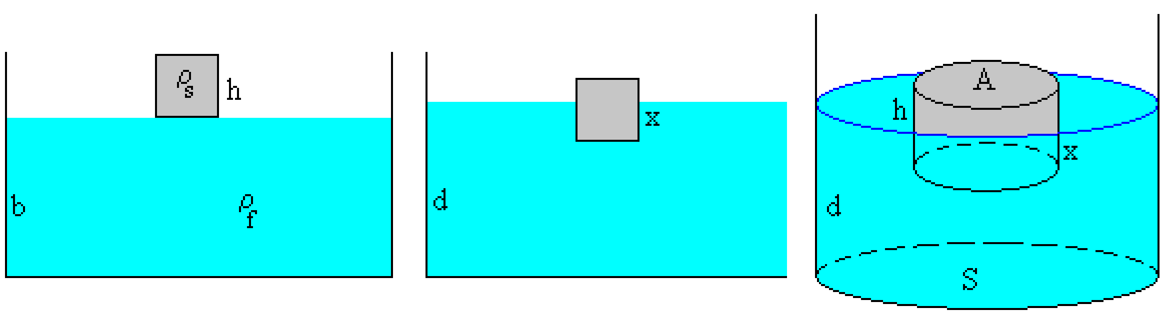
Si se llena un recipiente con agua y se coloca un cuerpo en el fondo, el cuerpo quedaría en reposo sujeto por su propio peso *mg* y la fuerza p_1A que ejerce la columna de fluido situada por encima del cuerpo, incluso si la densidad del cuerpo fuese menor que la del fluido. La experiencia demuestra que el cuerpo flota y llega a la superficie.

El principio de Arquímedes sigue siendo aplicable en todos los casos y se enuncia en muchos textos de Física del siguiente modo:

Cuando un cuerpo está parcialmente o totalmente sumergido en el fluido que le rodea, una fuerza de empuje actúa sobre el cuerpo. Dicha fuerza tiene dirección hacia arriba y su magnitud es igual al peso del fluido que ha sido desalojado por el cuerpo.

Energía potencial mínima.

En este apartado, se estudia el principio de Arquímedes como un ejemplo, de cómo la Naturaleza busca minimizar la energía.



Supongamos un cuerpo en forma de paralepípedo de altura *h*, sección *A* y de densidad ρ_s. El fluido está contenido en un recipiente de sección *S* hasta una altura *b*. La densidad del fluido es $\rho_f > \rho_s$.

Se libera el cuerpo, oscila hacia arriba y hacia abajo, hasta que alcanza el equilibrio flotando sobre el líquido sumergido una longitud x. El líquido del recipiente asciende hasta una altura d. Como la cantidad de líquido no ha variado $S·b=S·d-A·x$

$$d=b+\frac{A}{S}x$$

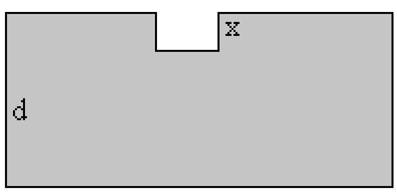
Hay que calcular x, de modo que la energía potencial del sistema formado por el cuerpo y el fluido sea mínima.

Tomamos el fondo del recipiente como nivel de referencia de la energía potencial.

El centro de masa del cuerpo se encuentra a una altura $d-x+h/2$. Su energía potencial es $E_s=(\rho_s·A·h)g(d-x+h/2)$

$$E_s=\rho_s Ahg\left(b+\frac{A}{S}x-x+\frac{h}{2}\right)$$

Para calcular el centro de masas del fluido, consideramos el fluido como una figura sólida de sección S y altura d a la que le falta una porción de sección A y altura x.



- El centro de masas de la figura completa, de volumen $S·d$ es $d/2$
- El centro de masas del hueco, de volumen $A·x$, está a una altura $(d-x/2)$

$$y_f=\frac{(Sd)(d/2)-(A·x)(d-x/2)}{Sd-Ax}=\frac{1}{Sb}\left\{\frac{1}{2}S\left(b+\frac{A}{S}x\right)^2+A\frac{x^2}{2}-Ax\left(b+\frac{A}{S}x\right)\right\}$$

La energía potencial del fluido es $E_f=\rho_f(Sb)g·y_f$

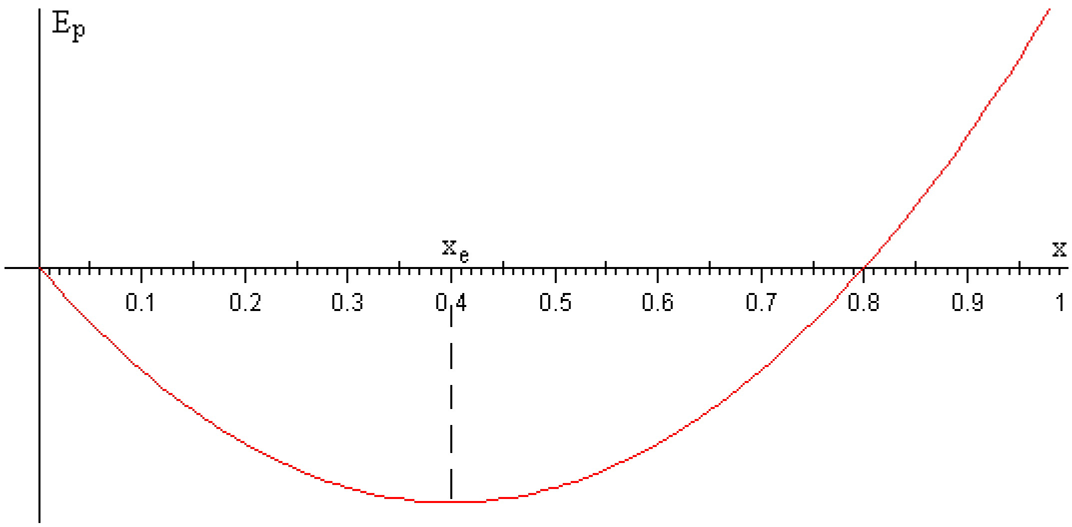
La energía potencial total es $E_p=E_s+E_f$

$$E_p=\frac{1}{2}\rho_f gA\left(1-\frac{A}{S}\right)x^2-\rho_s ghA\left(1-\frac{A}{S}\right)x+\frac{1}{2}\rho_f Sb^2g+\rho_s hA\left(b+\frac{h}{2}\right)g=$$

$$\frac{1}{2}\rho_f gA\left(1-\frac{A}{S}\right)\left\{x^2-2\frac{\rho_s}{\rho_f}hx\right\}+\text{cte}$$

El valor de la constante aditiva cte, depende de la elección del nivel de referencia de la energía potencial.

En la figura, se representa la energía potencial $E_p(x)$ para un cuerpo de altura h=1.0, densidad ρ_s=0.4, parcialmente sumergido en un líquido de densidad ρ_f=1.0.



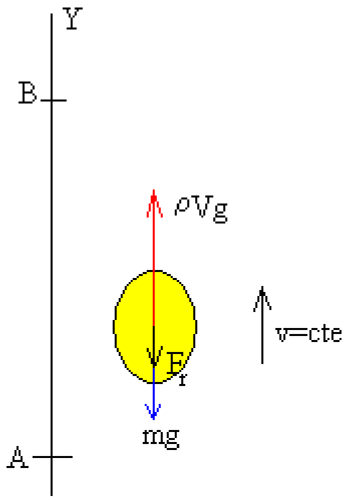
La función presenta un mínimo, que se calcula derivando la energía potencial con respecto de x e igualando a cero

$$\frac{dE_p}{dx} = \frac{1}{2}\rho_f gA\left(1-\frac{A}{S}\right)\left\{2x - 2\frac{\rho_s}{\rho_f}h\right\} = 0$$

En la posición de equilibrio, el cuerpo se encuentra sumergido

$$x_e = \frac{\rho_s}{\rho_f}h$$

Energía potencial de un cuerpo que se mueve en el seno de un fluido



Cuando un globo de helio asciende en el aire actúan sobre el globo las siguientes fuerzas:

- El peso del globo $\mathbf{F_g}$=–$mg\mathbf{j}$.
- El empuje $\mathbf{F_e}$= $r_f Vg\mathbf{j}$, siendo r_f la densidad del fluido (aire).
- La fuerza de rozamiento F_r debida a la resistencia del aire

Dada la fuerza conservativa podemos determinar la fórmula de la energía potencial asociada, integrando

$$\int_A^B \mathbf{F}\cdot d\mathbf{r} = E_{pA} - E_{pB} \qquad\qquad E_p = E_p(y)$$

- La fuerza conservativa peso $\mathbf{F_g}$=–$mg\mathbf{j}$ está asociada con la energía potencial $E_g=mg\cdot y$.
- Por la misma razón, la fuerza conservativa empuje $\mathbf{F_e}$= $rVg\ \mathbf{j}$ está asociada a la energía potencial E_e=-$r_f Vg\cdot y$.

Dada la energía potencial podemos obtener la fuerza conservativa, derivando

$$F_y = -\frac{dE_p(y)}{dy}$$

La energía potencial asociada con las dos fuerzas conservativas es

$E_p=(mg- r_f Vg)y$

A medida que el globo asciende en el aire con velocidad constante experimenta una fuerza de rozamiento F_r debida a la resistencia del aire. La resultante de las fuerzas que actúan sobre el globo debe ser cero.

$r_f\ Vg- mg-F_r=0$

Como $r_f Vg> mg$ a medida que el globo asciende su energía potencial E_p disminuye.

Empleando el balance de energía obtenemos la misma conclusión

$$\int_A^B \mathbf{F}_{nc} \cdot d\mathbf{r} = (E_k + E_p)_B - (E_k + E_p)_A$$

El trabajo de las fuerzas no conservativas $\mathbf{F}_{nc}$ modifica la energía total (cinética más potencial) de la partícula. Como el trabajo de la fuerza de rozamiento es negativo y la energía cinética E_k no cambia (velocidad constante), concluimos que la energía potencial final E_{pB} es menor que la energía potencia inicial E_{pA}.

En la página titulada "movimiento de un cuerpo en el seno de un fluido ideal", estudiaremos la dinámica del cuerpo y aplicaremos el principio de conservación de la energía.

Energía potencial de un cuerpo parcialmente sumergido

En el apartado anterior, estudiamos la energía potencial de un cuerpo totalmente sumergido en un fluido (un globo de helio en la atmósfera). Ahora vamos a suponer un bloque cilíndrico que se sitúa sobre la superficie de un fluido (por ejemplo agua).

Pueden ocurrir dos casos:

- Que el bloque se sumerja parcialmente si la densidad del cuerpo sólido es menor que la densidad del fluido, $r_s < r_f$.
- Que el cuerpo se sumerja totalmente si $r_s^3\ r_f$.

Cuando el cuerpo está parcialmente sumergido, sobre el cuerpo actúan dos fuerzas el peso $mg=r_sSh\cdot g$ que es constante y el empuje $r_fSx\cdot g$ que no es constante. Su resultante es

$\mathbf{F}=(-r_sShg+r_fSxg)\mathbf{j}$.

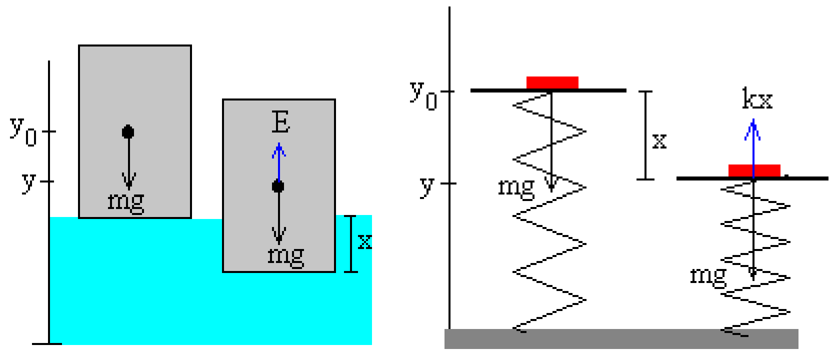
Donde S el área de la base del bloque, h la altura del bloque y x la parte del bloque que está sumergida en el fluido.

Tenemos una situación análoga a la de un cuerpo que se coloca sobre un muelle elástico en posición vertical. La energía potencial gravitatoria mgy del cuerpo disminuye, la energía potencial elástica del muelle $kx^2/2$ aumenta, la suma de ambas alcanza un mínimo en la posición de equilibrio, cuando se cumple $-mg+kx=0$, cuando el peso se iguala a la fuerza que ejerce el muelle.

$$E_p = mgy + \frac{1}{2}kx^2 = mgy + \frac{1}{2}k(y_0 - y)^2$$

$$F_y = -\frac{dE_p}{dy} = -mg + k(y_0 - y) = -mg + kx$$

El mínimo de E_p se obtiene cuando la derivada de E_p respecto de y es cero, es decir en la posición de equilibrio.



La energía potencial del cuerpo parcialmente sumergido será, de forma análoga

$$E_p = \rho_s Shgy + \frac{1}{2}\rho_f Sgx^2 = \rho_s Shgy + \frac{1}{2}\rho_f Sg(y_0 - y)^2$$

$$F_y = -\frac{dE_p}{dy} = -\rho_s Shg + \rho_f Sg(y_0 - y) = -\rho_s Shg + \rho_f Sgx$$

El mínimo de E_p se obtiene cuando la derivada de E_p respecto de y es cero, es decir, en la posición de equilibrio, cuando el peso se iguale al empuje. $-r_sShg+r_fSxg=0$

$$x = \frac{\rho_s h}{\rho_f} = \rho h$$

El bloque permanece sumergido una longitud x. En esta fórmula, se ha designado r como la densidad relativa del sólido (respecto del fluido) es decir, la densidad del sólido tomando la densidad del fluido como la unidad.

Fuerzas sobre el bloque

1. Cuando $r<1$ o bien $r_s< r_f$, el cuerpo permanece parcialmente sumergido en la situación de equilibrio.

2. Cuando $r>1$ o bien $r_s> r_f$, el peso es siempre mayor que el empuje, la fuerza neta que actúa sobre el bloque es

$F_y=-r_sShg+r_fShg<0$.

No existe por tanto, posición de equilibrio, el bloque cae hasta que llega al fondo del recipiente que supondremos muy grande.

3. Cuando $r=1$ o bien $r_s= r_f$, El peso es mayor que el empuje mientras el bloque está parcialmente sumergido ($x<h$).

$F_y=-r\ Shg+r\ Sxg<0$.

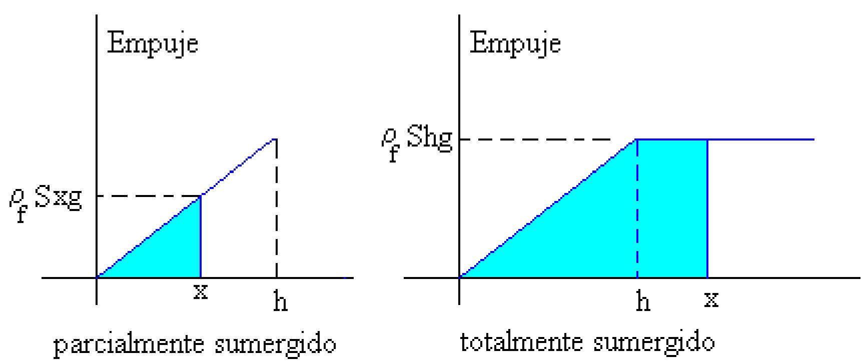
La fuerza neta que actúa sobre el bloque cuando está completamente sumergido (x^3 *h*) es cero, y cualquier posición del bloque, completamente sumergido en el seno del fluido, es de equilibrio.

Curvas de energía potencial

1. La energía potencial correspondiente a la fuerza conservativa peso es

$E_g = r_s Shgy$

2. La energía potencial correspondiente a la fuerza de empuje tiene dos partes



- Mientras el cuerpo está parcialmente sumergido ($x<h$)

$$E_f = \frac{1}{2}\rho_f Sgx^2 = \frac{1}{2}\rho_f Sg(y_0 - y)^2$$

Que corresponde al área del triángulo de la figura de la izquierda.

- Cuando el cuerpo está totalmente sumergido (x^3 *h*)

$$E_f = \frac{1}{2}\rho_f Sgh^2 + \rho_f Sgh(x - h) = -\frac{1}{2}\rho_f Sgh^2 + \rho_f Sgh(y_0 - y)$$

Que corresponde a la suma del área de un triángulo de base *h*, y la de un rectángulo de base *x-h*.

3. La energía potencial total es la suma de las dos contribuciones

$E_p = E_g + E_f$

Cuando la densidad del sólido es igual a la del fluido $r_s = r_f$, la energía potencial total E_p es constante e independiente de *x* (o de *y*) para x^3 *h* como puede comprobarse fácilmente.

Actividades

Se introduce

- La densidad del sólido r relativa al fluido en la barra de desplazamiento titulada **Densidad relativa**.

Se pulsa el botón titulado **Empieza**.

El bloque tiene una altura h=1 de una unidad y una sección S. Se coloca el bloque justamente encima de la superficie del fluido. La altura de su centro de masas es y_0=1.5 unidades.

Se suelta el bloque, llega hasta la posición final de equilibrio y_e= $r\,h$, si la densidad r <1, o hasta el fondo del recipiente si la densidad r >1.

El programa interactivo no hace ninguna suposición acerca del modo en el que el bloque parte de la posición inicial y llega a la posición final (no calcula la posición y velocidad del cuerpo en cada instante), ya que el objetivo del programa es el de mostrar los cambios en la energía potencial E_p del cuerpo con la posición y del c.m. del mismo.

En la parte derecha del applet, se traza:

- la energía potencial debida a la fuerza conservativa peso E_g (en color negro),
- la energía potencial debida al empuje E_f (en color azul)
- la suma de ambas contribuciones E_p (en color rojo) en función de la posición y del c.m. del bloque

Como podemos apreciar la curva de la energía potencial gravitatoria E_g (en color negro) es una recta cuyo valor máximo está en la posición inicial y=1.5 y es cero cuando el bloque llega al fondo y=0.

La curva de la energía potencial correspondiente al empuje E_f (en color azul) es algo más complicada y consta de dos partes: Una parábola mientras el cuerpo está parcialmente sumergido (x<h) ó (y>0.5), unida a una línea recta cuando el cuerpo está completamente sumergido (x³ h) ó (y£ 0.5). La energía potencial inicial es cero y se va incrementando a medida que el cuerpo se sumerge en el fluido.

La curva de la energía potencial total E_p (en color rojo) es la suma de las dos contribuciones, $E_p=E_g+E_f$

Para trazar estas gráficas se ha tomado como unidad de energía, la energía potencial inicial del bloque $r_sShg\cdot y_0$ con y_0=1.5, h=1 y r_s=r , densidad del sólido relativa al fluido r_f=1. De este modo, la energía potencial inicial del bloque es una unidad.

Se presentan tres casos:

1. Cuando r <1, la energía potencial presenta un mínimo en x= $r\,h$. En este caso con $x=y_0-y$, h=1 e y_0=1.5, tendremos que la posición del c.m. en el equilibrio será y_e=1.5-r .

2. Cuando r >1, la curva de la energía potencial no tiene mínimo y por tanto, no hay posición de equilibrio estable.

3. En el caso límite en el que r =1 la energía potencial para y£ 0.5 es una línea recta horizontal, y la posición de equilibrio del c.m. del bloque puede ser cualquier y£ 0.5.

BIBLIOGRAFIA:

https://hernanleon1002.wordpress.com/fisica-de-fluidos-y-termodinamica/primer-corte/marco-teorico/principio-de-pascal/

http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/fluidos/estatica/arquimedes/arquimedes.htm