



**Nombre de alumno: Francisco Javier
Gómez Hernández**

Nombre del profesor: Juan José Ojeda

Nombre del trabajo: Ensayo

Materia: Geometría y Trigonometría

Grado: BRH05EMC0120

Grupo: A

Comitán de Domínguez Chiapas a 06 de enero de 2021.

Contenido

INTRODUCCIÓN A LA GEOMETRÍA.....	4
1.1. ANTECEDENTES HISTÓRICOS.....	5
1.2. ETAPAS DE LA EVOLUCIÓN HISTÓRICA DE LA GEOMETRÍA.....	6
1.3. CONCEPTOS BÁSICOS DE LA GEOMETRÍA PLANA.....	7
1.3.1. CONCEPTO DE PUNTO.....	8
1.3.2. CONCEPTO DE LÍNEA.....	9
1.3.3. CONCEPTO DE PLANO.....	10
1.4. PROPOSICIONES GEOMÉTRICAS.....	11
1.4.1. LA DEFINICIÓN.....	11
1.4.2. EL AXIOMA.....	12
1.4.3. EL POSTULADO.....	13
1.4.4. EL TEOREMA Y EL COROLARIO.....	14
1.5. LA RECTA.....	15
1.5.1. DEFINICIONES, NOMENCLATURA Y NOTACIÓN.....	16
1.5.3. CONCEPTOS DERIVADOS DE LA RECTA.....	17
1.6. POSICIÓN DE DOS RECTAS EN UN PLANO.....	18
1.7. ÁNGULO.....	19
1.7.1. DEFINICIÓN DE ÁNGULO Y SU NOTACIÓN.....	19
1.7.2. CLASIFICACIÓN DE LOS ÁNGULOS.....	20
1.7.3. TEOREMAS SOBRE ÁNGULOS.....	21

1.7.4. SISTEMAS DE MEDICIÓN DE ÁNGULOS.....	22
1.7.5. MEDICIÓN FÍSICA DE ÁNGULOS.....	23
1.7.6. FORMAS DE EXPRESAR LA MEDIDA DE UN ÁNGULO EN EL SISTEMA SEXAGESIMAL.....	24
1.7.7. CONVERSIÓN DE LA MEDIDA DE ÁNGULOS DE UN SISTEMA A OTRO.....	25

INTRODUCCIÓN A LA GEOMETRÍA

1.1. ANTECEDENTES HISTÓRICOS

La historia de la geometría comienza con las primeras civilizaciones que hacían uso de esta rama de las matemáticas de una forma práctica, específicamente los pueblos del valle del Indo y de Babilonia que conocían los triángulos obtusos, alrededor del 3000 a.C.

En los escritos del escriba egipcio Ahmes (1550 a.C.) se utilizan métodos para calcular el área de un círculo. Por su parte, los babilonios tuvieron reglas generales para medir volúmenes y áreas.

Ambas civilizaciones, los egipcios y babilonios, conocían versiones del teorema de Pitágoras 1500 años antes de las versiones de los pitagóricos. Por otra parte, los indios del periodo védico (1500-100 a.C.) utilizaban la geometría en la construcción de altares.

Constituía un cuerpo de conocimientos prácticos en relación con las longitudes, áreas y volúmenes. La civilización babilónica fue una de las primeras culturas en incorporar el estudio de la geometría.

La Civilización Babilónica se les atribuye la invención de la rueda, es por eso que además se les otorga su contribución a la investigación de la longitud de las circunferencias en relación con su diámetro, siendo este el número 3, este descubrimiento permitió a los Babilonios considerar que la longitud de las circunferencias era un valor intermedio entre los perímetros de los cuadrados inscrito y circunscrito en una circunferencia. Mediante el uso de la astronomía, ya que el año se dividía 360 días establecieron que la circunferencia se dividía en 360 partes, obteniendo el grado sexagesimal. Se les atribuye el conocimiento de cómo trazar un hexágono regular inscrito, además de hallar el área del trapecio rectángulo.

1.2. ETAPAS DE LA EVOLUCIÓN HISTÓRICA DE LA GEOMETRÍA

Geometría Práctica:

Es la que utilizaban los egipcios, las medidas del mundo se basaban en las medidas del cuerpo humano.

Geometría Euclidiana:

Con la evolución, los griegos se dieron cuenta de ciertos principios que tenía nuestra realidad que tradujeron en las llamadas "propiedades del plano" y tridimensionalmente. Se refiere a los atributos métricos.

Se refiere a las transformaciones que sólo cambian la posición de los objetos y por lo tanto conservan el tamaño, las distancias y las direcciones, es decir los aspectos relacionados con la medida. Se mantiene los ángulos, la relaciones de incidencia, longitud, etc.

Geometría Proyectiva:

Los pintores renacentistas la utilizaron en su trabajo. Estudia las llamadas propiedades descriptivas de las figuras geométricas, relacionándose con la perspectiva.

Geometría Topológica:

Las figuras son sometidas a transformaciones que pierden sus propiedades métricas y proyectivas. Se utiliza en el diseño de redes (por ejemplo, comunicación y transporte).

1.3. CONCEPTOS BÁSICOS DE LA GEOMETRÍA PLANA

Es indispensable conocer el concepto intuitivo de punto, recta y plano. Estos son términos no definidos que proveen el inicio de la geometría.

Punto es el objeto fundamental en geometría, el punto representa solo posición y no tiene dimensión, es decir, largo cero, ancho cero y altura cero. Se representan por letras mayúsculas.

Un ejemplo sería:

Tres puntos

Recta tiene solo longitud, no tiene ancho ni altura ni grosor. Es un conjunto infinito de puntos que se extienden en una dimensión en ambas direcciones. Una recta se puede representar por:

Semirrecta la definimos como la porción de una recta que tiene principio pero no tiene fin.

segmento de recta es una porción de la recta con principio y con fin, es decir sabemos dónde empieza y donde termina por ende lo podemos medir.

Plano tiene ancho y largo, sin altura ni grosor. Un plano es una superficie en dos dimensiones, se puede pensar como un conjunto de puntos infinitos en dos dimensiones.

1.3.1. CONCEPTO DE PUNTO

Es uno de los entes fundamentales de la geometría, junto con la recta y el plano, pues son considerados conceptos primarios, es decir, que sólo es posible describirlos en relación con otros elementos similares o parecidos.

El punto es la unidad más simple, irreductiblemente mínima, de la comunicación visual, es una figura geométrica sin dimensión, tampoco tiene longitud, área, volumen, ni otro ángulo dimensional. No es un objeto físico. Describe una posición en el espacio, determinada respecto de un sistema de coordenadas preestablecidas.

El concepto de punto como ente geométrico surge en la antigua concepción griega de la geometría, se basa en la idea de que era un concepto intuitivo, el ente geométrico «sin dimensiones» y sólo era necesario asumir la noción de punto.

1.3.2. CONCEPTO DE LÍNEA

Una línea funciona como una sucesión continua de puntos trazados, como por un trazo o un guion. Las líneas suelen utilizarse en la composición artística, ya sea que el artista lo use en trazos rectos sueltos, que no forman una figura o forma en particular, en matemáticas y geometría, línea suele denotar línea recta o línea curva, la línea está formada por un conjunto de puntos en un mismo plano, la línea geométrica es un ente invisible, también es un punto en movimiento sobre el plano; al destruirse el reposo del punto este se mueve por el espacio dando origen a la línea

1.3.3. CONCEPTO DE PLANO

es un objeto ideal que solo posee dos dimensiones, y contiene infinitos puntos y rectas; es un concepto fundamental de la geometría junto con el punto y la recta, cuando se habla de un plano de polina, se está hablando del objeto geométrico que no posee volumen, es decir bidimensional, y que contiene un número infinito de rectas y puntos, sin embargo, cuando el término se utiliza en plural, se está hablando de aquel material que es elaborado como una representación gráfica de superficies en diferentes posiciones. Los planos son especialmente utilizados en ingeniería, arquitectura y diseño, ya que sirven para diagramar en una superficie plana o en otras superficies que son regularmente tridimensionales.

Un plano queda definido por los siguientes elementos geométricos:

Tres puntos no alineados.

Una recta y un punto exterior a ella.

Dos rectas paralelas o dos rectas que se cortan.

1.4. PROPOSICIONES GEOMÉTRICAS

1.4.1. LA DEFINICIÓN

es una expresión algebraica que puede acarrear dos valores: ser verdadera o ser falsa, aunque nunca ambas a la vez denominadas a través de letras minúsculas, las proposiciones matemáticas tienen un valor de verdad, de acuerdo a sus características, es posible distinguir entre proposiciones simples (que carecen de conectores lógicos) y proposiciones compuestas (cuentan con más de un conector lógico). Dentro de estos grupos también pueden advertirse otras clasificaciones: proposiciones relacionales, proposiciones predicativas, etc.

Pueden ser vistas como expresiones de juicio que no pueden resultar verdaderas y falsas de manera simultánea.

Un ejemplo sería:

a: 9 es múltiplo de 3

Dicha expresión es una proposición matemática que resulta verdadera, ya que 3×3 es igual a 9 y, por lo tanto, 9 es uno de los infinitos múltiplos de 3. Como decíamos líneas arriba, la proposición matemática también puede ser falsa

1.4.2. EL AXIOMA

es una premisa que, por considerarse evidente, se acepta sin demostración, como punto de partida para demostrar otras fórmulas. ... Tradicionalmente los axiomas se eligen de las consideradas «afirmaciones evidentes», porque permiten deducir las demás fórmulas. Son aquellos postulados de base, o de partida que no necesitan ni admiten demostración alguna. Por tratarse de verdades evidentes, constituyen puntos de partida a partir de los cuales se construye el resto de la teoría matemática y geométrica.

Vamos a los 8 axiomas:

Primer axioma básico: “El espacio consta de infinitos puntos, infinitas rectas e infinitos planos”.

Segundo axioma básico: “Todo plano consta de infinitos puntos y por tanto de infinitas rectas”.

Tercer axioma básico: “Toda recta consta de infinitos puntos”.

Cuarto axioma básico: “Por cada punto de un plano, pasan infinitas rectas”.

Quinto axioma básico: “Por cada recta de un plano, pasan infinitos planos”.

Sexto axioma básico: “Dados dos puntos, por ellos pasa una única recta”.

Séptimo axioma básico: “Dados tres puntos no alineados, pasa por ellos un único plano”. Es pertinente señalar en este caso, que por tres puntos no alineados entendemos aquellos que no están contenidos en una misma recta.

Octavo axioma básico: “Dados dos puntos, si pertenecen a un mismo plano, la recta que definen, también está contenida en ese mismo plano.”

1.4.3. EL POSTULADO

Un postulado será aquella proposición que se ofrece o presenta como pilar o base de un razonamiento o de una demostración y cuya verdad es admitida sin que medien pruebas al respecto.

Los postulados de Los Elementos son:

- ° Dos puntos distintos cualesquiera determinan un segmento de recta.
- ° Un segmento de recta se puede extender indefinidamente en una línea recta.
- ° Se puede trazar una circunferencia dados un centro y un radio cualquiera.
- ° Todos los ángulos rectos son iguales entre sí.
- ° Postulado de las paralelas. Si una línea recta corta a otras dos, de tal manera que la suma de los dos ángulos interiores del mismo lado sea menor que dos rectos, las otras dos rectas se cortan, al prolongarlas, por el lado en el que están los ángulos menores que dos rectos.
- ° Por un punto exterior a una recta, se puede trazar una única paralela.

1.4.4. EL TEOREMA Y EL COROLARIO

Un teorema es una proposición cuya verdad se demuestra, un teorema es una fórmula bien formada que puede ser demostrada dentro de un sistema formal, partiendo de axiomas u otros teoremas. Demostrar teoremas es un asunto central en la lógica matemática, también pueden ser expresados en lenguaje natural formalizado.

Los teoremas generalmente poseen un número de premisas que deben ser enumeradas o aclaradas de antemano.

Se llama corolario a una afirmación lógica que es consecuencia inmediata de un teorema, pudiendo ser demostrada usando las propiedades del teorema de referencia.

Un corolario es un teorema, con la particularidad de que alguna de sus premisas es a la vez el resultado de un teorema anterior. Reservamos el nombre de teorema cuando las premisas son únicamente axiomas iniciales. Corolario significa así consecuencia de otro teorema.

1.5. LA RECTA

Es una línea que se extiende en una misma dirección; por lo tanto, tiene una sola dimensión y contiene un número infinito de puntos. Dicha recta también se puede describir como una sucesión continua de puntos extendidos en una sola dirección.

Es uno de los entes geométricos fundamentales, junto al punto y el plano. Son considerados conceptos apriorísticos, ya que su definición solo es posible a partir de la descripción de las características de otros elementos similares, las líneas rectas en un plano pueden ser expresadas mediante una ecuación del tipo $y = m x + b$, donde x , y son variables en un plano cartesiano.

1.5.1. DEFINICIONES, NOMENCLATURA Y NOTACIÓN.

La nomenclatura se trata del conjunto de letras, símbolos y tipos de trazos que se disponen en un Dibujo Técnico con el fin de leer y entender rápidamente de qué entes geométricos se trata y qué relaciones destacables mantienen.

Nomenclatura de los entes geométricos básicos

Punto: Su grafía parte de su definición de posición, intersección de dos líneas, si bien es frecuente destacarlo con una pequeña circunferencia con centro en él. Su nombre, con letra mayúscula. Cuando es un punto especial, su denominación suele hacer referencia a su característica: Punto cualquiera P, Medio M, de Tangencia T, Centro de circunferencia Q (por la forma redonda), Vértice de ángulo V (por la forma y la inicial) cuando hay un conjunto de puntos que forman por ejemplo un polígono, se nombran ordenadamente en sentido contrario a las agujas del reloj (triángulo ABC), si son varios del mismo tipo se ponen subíndices o superíndices de comillas: T1, T2 o bien A, A', A"...

Recta: Su grafía es variada, desde sucesión de puntos, trazos, alternancia de trazo y punto, trazo continuo. Y su grosor determina la importancia reservándose siempre el mayor para destacar la solución. El nombre, siempre será con letra minúscula. La recta cualquiera r, tangente t, eje e, o simplemente siguiendo el abecedario. Al igual que con el punto se pueden poner subíndices y superíndices de comillas.

Plano: Su grafía real es imposible, aunque se suelen utilizar rectángulos y paralelogramos para representarlos o bien las rectas que lo definen con nomenclatura especial. Los nombres para ellas suelen ser letras del alfabeto griego y tienen subíndices representando la intersección.

NOTACION: la notación matemática, que sigue una serie de convenciones propias. Los símbolos representan un concepto, una relación, una operación, o una fórmula matemática según ciertas reglas. Estos símbolos no deben considerarse abreviaturas, sino entidades con valor propio y autónomo. Algunos principios básicos son:

Los símbolos de una letra se representan en letra cursiva: a, b, i, k, x, y , etc.

Los símbolos de varias letras se representan en letra redonda: $\cos a$, $\exp x$ etc. En lugar de $\ln x$ no debe escribirse $\ln x$ porque no representaría el producto

1.5.3. CONCEPTOS DERIVADOS DE LA RECTA.

A partir de estos términos no definidos (punto, recta, plano y espacio) se construyen otros términos definidos y se elaboran algunas definiciones, como la siguiente.

"Si un conjunto de puntos está en una recta afirmamos que los puntos son colineales."

Una forma sencilla de simbolizar esta afirmación utiliza la "pertenencia" de un elemento a un conjunto.

En la Figura de la izquierda C, D, P y X pertenecen a la recta m, situación que se simboliza:

C, D, P, E, X

También se afirma que la recta m contiene los puntos C, D, P, X

Nuestra intuición nos dice que por dos puntos diferentes sólo es posible trazar una recta. Esta afirmación se conoce como el postulado de la recta y como antes se especificó es un hecho que aceptamos como verdadero en el conocimiento geométrico. Otra forma de enunciar esta afirmación es: Dos puntos diferentes determinan una única recta.

Es usual ilustrar gráficamente un postulado, a manera de explicación de su contenido.

1.6. POSICIÓN DE DOS RECTAS EN UN PLANO

Dos rectas del plano pueden ocupar una de las tres posiciones siguientes:

Secantes: Se cortan en un punto.

Dos rectas son secantes si sólo tienen un punto en común.

El sistema de ecuaciones formado por las dos rectas tiene una solución.

Paralelas: No se cortan.

Dos rectas son paralelas si no tienen ningún punto en común.

El sistema de ecuaciones formado por las dos rectas no tiene solución.

Coincidentes: Tienen infinitos puntos en común, son la misma recta.

Dos rectas son coincidentes si tienen todos los puntos son comunes.

El sistema de ecuaciones formado por las dos rectas tiene infinitas soluciones.

1.7. ÁNGULO

1.7.1. DEFINICIÓN DE ÁNGULO Y SU NOTACIÓN

Puede ser definido como la parte del plano determinada por dos semirrectas llamadas lados que tienen el mismo punto de origen llamado vértice del ángulo.

La medida de un ángulo es considerada como la longitud del arco de circunferencia centrada en el vértice y delimitada por sus lados. Su medida es un múltiplo de la razón entre la longitud del arco y el radio. Su unidad natural es el radián, pero también se puede utilizar el grado sexagesimal o el grado centesimal.

Pueden estar definidos sobre superficies planas (trigonometría plana) o curvas (trigonometría esférica). Se denomina ángulo diedro al espacio comprendido entre dos semiplanos cuyo origen común es una recta. Un ángulo sólido es el que abarca un objeto visto desde un punto dado, midiendo su tamaño aparente.

La notación angular o notación fasorial es una notación utilizada en electrónica a través del símbolo « \angle ». En una abreviatura debida a la frecuente aparición de la expresión $e^{j\varphi}$ y se usa para describir fasores. Nótese que el ángulo φ se expresa por lo general en grados

1.7.2. CLASIFICACIÓN DE LOS ÁNGULOS

Los ángulos se miden en grados ($^{\circ}$) y según su medida se clasifican en:

- 1) Ángulo agudo: es aquel que mide más de 0° y menos de 90° .
- 2) Ángulo recto: es aquel que mide 90° .
- 3) Ángulo obtuso: es aquel que mide más de 90° y menos de 180° .
- 4) Ángulo extendido: es aquel que mide 180° .
- 5) Ángulo completo: es aquel que mide 360° .

1.7.3. TEOREMAS SOBRE ÁNGULOS

Todo círculo queda dividido en dos partes iguales por su diámetro.

Los ángulos básicos del triángulo isósceles son iguales.

Los ángulos opuestos por el vértice que forman al cortarse una recta son iguales.

Si dos triángulos son tales que dos ángulos y un lado de uno de ellos son iguales a los del otro triángulo, ambos triángulos son congruentes.

Todo ángulo inscrito en una semicircunferencia es un ángulo recto.

Alturas: Son segmentos perpendiculares (segmentos que forman ángulos de 90°) a un lado o a su prolongación desde el vértice opuesto. La altura se designa con la letra h y un subíndice que señala el lado del cual se levanta.

Un triángulo tiene tres alturas, una por cada lado (h_a , h_b , h_c).

1.7.4. SISTEMAS DE MEDICIÓN DE ÁNGULOS

La unidad de medida de ángulos en el sistema sexagesimal es el grado ($^{\circ}$), que es el resultado de dividir el ángulo llano en 180 partes iguales, o bien un ángulo recto en 90 partes, o un ángulo completo en 360 partes. A cada una de esas partes se les llama grado ($^{\circ}$). Así, un ángulo llano mide 180° , un ángulo recto 90° y un ángulo completo 360° .

A su vez, cada grado se subdivide en otras unidades inferiores, en concreto, en sesenta partes iguales. De esta manera, cada grado se divide en 60 minutos ($1^{\circ} = 60'$) y cada minuto, a su vez, en 60 segundos ($1' = 60''$).

Medidas de ángulos: 1 grado ($^{\circ}$) \rightarrow 60 minutos ($'$) \rightarrow 60 segundos ($''$)

• Medidas de tiempo: 1 hora \rightarrow 60 minutos ($'$) \rightarrow 60 segundos ($''$)

Por tanto, en general, un ángulo en el sistema sexagesimal vendrá expresado en grados, minutos y segundos, de la forma, por ejemplo: $38^{\circ} 50' 35''$ (38 grados, 50 minutos y 35 segundos). Si se omiten los minutos y segundos, por ejemplo, 45° , es porque se entiende que es 45° .

1.7.5. MEDICIÓN FÍSICA DE ÁNGULOS

Los ángulos se pueden medir en grados centesimales, en radianes o en grados sexagesimales, nosotros utilizaremos, por ahora, los grados sexagesimales.

1.7.6. FORMAS DE EXPRESAR LA MEDIDA DE UN ÁNGULO EN EL SISTEMA SEXAGESIMAL

Para medir ángulos se necesitan dos cosas:

Una unidad de medida.

Un aparato que reproduzca dicha unidad de medida.

Sistema sexagesimal:

Recibe este nombre porque cada unidad es sesenta veces mayor (o menor) que la siguiente inferior (o superior).

La unidad de medida de ángulos del sistema sexagesimal es el grado ($^{\circ}$), que es el resultado de dividir el ángulo llano en 180 partes iguales. Así, un ángulo recto mide 90° . Cada grado se divide en 60 minutos ($'$) y, cada minuto, en 60 segundos ($''$).

Transportador de ángulos o semicírculo graduado.

Es un semicírculo dividido en 180 partes iguales. Cada una de ellas es un grado ($^{\circ}$).

Las unidades que se usan para medir ángulos más pequeños que el grado son el minuto ($1'$) y el segundo ($1''$). Sus equivalencias son $1^{\circ}=60'$ y $1'=60''$. El minuto y el segundo son unidades muy pequeñas que a simple vista no se aprecian. Para medirlas se utiliza el teodolito, un instrumento de mucha precisión.

En la siguiente escena vamos a utilizar el transportador de ángulos para averiguar los grados ($^{\circ}$) que mide un ángulo.

1.7.7. CONVERSIÓN DE LA MEDIDA DE ÁNGULOS DE UN SISTEMA A OTRO

CONVERSIÓN DE UNIDADES EN EL SISTEMA SEXAGESIMAL:

Para pasar de una unidad a la siguiente superior (segundos a minutos o minutos a grados) se divide por 60.

Al dividir por 60 los segundos calculamos los minutos que hay en la expresión inicial. El resto son los segundos de la nueva expresión.

Al dividir por 60 los minutos, el cociente son los grados, y el resto los minutos de la nueva expresión.

La siguiente escena nos permite pasar de forma incompleja a compleja. Para ello introducimos la expresión incompleja (en segundos) a través del control numérico A'' . Utiliza tu cuaderno para anotar los resultados y conclusiones obtenidas. Después de responder a cada apartado comprueba si tu resultado coincide con la solución correcta asignando el valor 1 al control numérico ver solución.

1.- Halla la expresión compleja de los ángulos:

a) $24.567''$

b) $78.350''$

c) $865.345''$.

2.- Compara los ángulos $266069''$ y $73^\circ 54' 28''$ expresando el primero en forma compleja. Escribe un criterio para comparar dos ángulos expresados en forma compleja.

3. Halla la expresión compleja de los ángulos:

a) $1''$ b) $60''$ c) $3600''$