

MAPA CONCEPTUAL, RESUMEN DE CONCEPTOS BASICOS DE PROBABILIDAD Y EJERCICIOS

ESTADISTICA I
ROSARIO GOMEZ LUJANO

PRESENTA EL ALUMNO:

Mónica Alejandra Ruiz Solís

GRUPO, SEMESTRE y MODALIDAD:

Ier. Cuatrimestre Psicología Semi-escolarizado

Pichucalco, Chiapas

Conceptos básicos y elementales de conjuntos

Intersección

En palabras más sencillas, dados dos sucesos A y B, diremos que su **intersección** se compone por los sucesos elementales que tengan en común.

La intersección de A y B, que escribimos "A y B", o bien $A \cap B$ es el suceso formado por todos los resultados que cumplen A y cumplen B. En nuestro caso, sería el suceso C="sacar un número par y mayor o igual que 4". Si lo representamos como conjunto de resultados posibles, $C = \{4, 6\}$, que son todos los resultados que cumplen los dos sucesos a la vez.

Como antes, si lo expresamos como operaciones entre conjuntos, la intersección de A y B es en realidad

$$A \cap B = \{2, 4, 6\} \cap \{4, 5, 6\} = \{4, 6\}$$

Diferenciación

La diferencia de A y B, que escribimos $A - B$ es el suceso formado por todos los resultados que cumplen A, pero no cumplen B. En nuestro caso, sería el suceso C="sacar un número par, pero no mayor o igual que 4", o lo que es lo mismo, C="sacar un número par, pero menor que 3". Vemos que $C = \{2\}$, puesto que es el único resultado que cumple las dos condiciones. El hecho de que haya dos formas de escribir C no es casualidad; de hecho, siempre se cumple que $A - B = A \cap B^c$.

Con conjuntos, la diferencia de A y B es

$$A - B = \{2, 4, 6\} - \{4, 5, 6\} = \{2\}$$

unión

La unión de A y B, que escribimos "A o B", o bien $A \cup B$ es el suceso formado por todos los resultados que cumplen A o cumplen B. En nuestro caso, sería el suceso C="sacar un número par o mayor o igual que 4". Si lo representamos como conjunto de resultados posibles, $C = \{2, 4, 5, 6\}$, que son todos los resultados que cumplen uno de los dos sucesos.

Resulta útil expresarlo con la notación de conjuntos, puesto que la unión de A y B es en realidad

$$A \cup B = \{2, 4, 6\} \cup \{4, 5, 6\} = \{2, 4, 5, 6\}$$

Complementación

Es otro conjunto que contiene todos los elementos que no están en el conjunto original. La regla del complemento se utiliza para determinar la **probabilidad** de que ocurra un evento restando del número 1 la **probabilidad** de que un evento no ocurra. Si $P(A)$ es la **probabilidad** del evento A y $P(\sim A)$ es el complemento de A, $P(A) + P(\sim A) = 1$ o $P(A) = 1 - P(\sim A)$.

subconjunto

Un conjunto **A** es **subconjunto** de un conjunto **B**, si todo elemento del conjunto **A** es un elemento del conjunto **B**. La notación $A \subset B$ se lee "A es subconjunto de B". La notación $A \not\subset B$ se lee "A no es subconjunto de B".

Si **A** no es subconjunto de **B**, $A \not\subset B$, significa que por lo menos un elemento de **A** no está en **B**.

Conjunto

La Teoría de Conjuntos es una teoría matemática, que estudia básicamente a un cierto tipo de objetos llamados conjuntos y algunas veces, a otros objetos denominados no conjuntos, así como a los problemas relacionados con estos.

Conjunto universal

Es un conjunto referencial que sirve para el estudio de una situación particular.

Es el conjunto dentro del cual están todos los demás conjuntos.

Conceptos básicos de probabilidad

Experimento

Proceso por el cual se manipula de manera intencional una o más variables independientes, definidas como causas, para el posterior análisis de las consecuencias que tienen sobre otras variables identificadas como efectos.

La palabra experimento deriva del verbo latín experiri que significa experimentar o probar. Está compuesto por el prefijo ex- que indica una “separación del interior”, de la raíz peri- que indica un intento o arriesgar y finalmente del sufijo -mentumde experimentum que indica la acción y efecto de experimentar.

En la metodología de la investigación, disciplina que sistematiza las técnicas que se deben seguir en el proceso de una investigación científica, los experimentos científicos o químicos, por ejemplo, se caracterizan por los siguientes puntos:

Hay manipulación intencional de una o más variables independientes determinadas como causas

Existe una mayor probabilidad de replicar la experiencia, en cualquier lugar y siguiendo el mismo procedimiento.

Los resultados muestran la magnitud real de los efectos.

Tipos de experimentos

Los experimentos son clasificados según la manipulación de la clase de grupo experimental que se usará y el grado de control sobre las variables para la medición y obtención de los efectos o resultados. Con esto en mente, podemos clasificar los experimentos en 3 tipos según Campbell y Stanley (1966):

- Pre-experimento: uso de grupos experimentales escogidos discrecionalmente de un grupo mayor y sin presencia o presencia casi nula de control.
- Cuasi-experimento: uso de grupos históricos, o sea, los identificados con base en grupos existentes, reales o históricos y con presencia relativa de control.

- Experimento puro o experimento aleatorio: uso de grupos experimentales aleatorios de un grupo mayor y con presencia de control.

El espacio muestral

El espacio muestral está formado por todos los posibles resultados de un experimento aleatorio. Es decir, se compone de todos y cada uno de los sucesos elementales.

El espacio muestral es una parte del espacio probabilístico. Como su propio nombre indica, está formado por los elementos de la muestra. Al contrario, el espacio probabilístico engloba todos los elementos. Incluso aunque no salgan recogidos en la muestra.

El espacio muestral se denota con la letra griega Ω (Omega). Está compuesto por todos los sucesos elementales y/o compuestos de la muestra y, por tanto, coincide con el suceso seguro. Es decir, aquel suceso que siempre va a ocurrir.

Evento

El término evento proviene del latín *eventus*.

Evento es un término que hace referencia a un hecho dado inesperadamente y modifica las circunstancias que rodean al mismo. Igualmente, también puede tratarse de un suceso atravesando una ardua planificación, para que cada aspecto que lo conforme esté bajo control.

O también un suceso de importancia que se encuentra programado.

En las matemáticas, se conoce como evento estadístico al subconjunto de un espacio muestral. Se trata de los posibles resultados que pueden obtenerse de un experimento aleatorio.

Fórmula para obtener la probabilidad clásica

Probabilidad de un evento = número de resultados favorables al evento / número total de resultados posibles

Símbolos:

$$P(E) = n(E) / n(S)$$

Técnicas de conteo

Principio de multiplicación

Si un evento E puede ocurrir de m formas, e independiente de este evento un evento F puede ocurrir de n formas, entonces los eventos juntos pueden ocurrir un total de $m \times n$ formas.

Regla factorial

Una colección de n elementos distintos se pueden acomodar de $n!$ formas diferentes. Es decir, el primer elemento se puede seleccionar de n maneras distintas, el segundo de $n-1$ maneras, y así sucesivamente.

Permutaciones

Se le llama permutación a cualquier ordenamiento de un conjunto de n objetos en un orden dado. Un ordenamiento de r de éstos objetos se denomina permutación r o permutación de n objetos tomados r a la vez.

Teorema de Bayes

El teorema de Bayes es utilizado para calcular la probabilidad de un suceso, teniendo información de antemano sobre ese suceso.

Podemos calcular la probabilidad de un suceso A, sabiendo además que ese A cumple cierta característica que condiciona su probabilidad. El teorema de Bayes entiende la probabilidad de forma inversa al teorema de la probabilidad total. El teorema de la probabilidad total hace inferencia sobre un suceso B, a partir de los resultados de los sucesos A. Por su parte, Bayes calcula la probabilidad de A condicionado a B.

El teorema de Bayes ha sido muy cuestionado. Lo cual se ha debido, principalmente, a su mala aplicación. Ya que, mientras se cumplan los supuestos de sucesos disjuntos y exhaustivos, el teorema es totalmente válido.

Fórmula del teorema de Bayes

$$P[A_n/B]=P[B/A_n] \cdot P[A_n] / \sum P[B/A_i] \cdot P[A_i]$$

Donde B es el suceso sobre el que tenemos información previa y A(n) son los distintos sucesos condicionados. En la parte del numerador tenemos la probabilidad condicionada, y en la parte de abajo la probabilidad total.

Ejercicios

1. ¿Cuál es la probabilidad de obtener un número mayor que 3 en el lanzamiento de un dado?

Lanzamientos: 6

Números mayores a 3= 4,5,6= 3 números

$$P(E) = n(E) / n(S)$$

$$P(E) = 3/6 = 0.5$$

$$P(E) = 50\%$$

2. ¿Cuál es la probabilidad de sacar al azar una canica roja de una bolsa que contiene 3 canicas negras, 5 amarillas y 2 rojas?

Canicas: 10

Canicas rojas: 2

$$P(E) = n(E) / n(S)$$

$$P(E) = 2/10 = 0.2$$

$$P(E) = 20\%$$